

## La Conjeturación en Resolución de Problemas Desde una Perspectiva Sociocultural, Dentro del Contexto de Pensamiento Matemático Avanzado: Un Estudio De Caso

Iván Darío A., [Ivan.arizaa@gmail.com](mailto:Ivan.arizaa@gmail.com)  
Diana Cristina C., [crisrigenio@hotmail.com](mailto:crisrigenio@hotmail.com)  
Jorge Iván P., [Jorgefresno86@gmail.com](mailto:Jorgefresno86@gmail.com)  
Universidad Distrital Francisco José De Caldas

### 1. Planteamiento del tema

*Pregunta de investigación.* El mundo físico, biológico y sociológico se puede entender matemáticamente a través de la resolución de problemas (Delvin, 1994 citado en Santos, 2007) y de esta manera se puede aprender matemáticas (Santos, 2007). El proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital (LEBEM, 1999), los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y la comunidad internacional en general (NCTM, 2000) le apuestan a estas ideas.

No obstante, los términos problema y resolución de problemas tienen distintas acepciones en la comunidad de investigadores en educación matemática en el mundo (Bohórquez & Sanjuán, 2008). Nosotros entendemos por el término *problema*, como una situación caracterizada por cuatro aspectos fundamentales: el interés genuino de una persona o grupo de personas por transformarlo a través de la resolución; la no existencia de un procedimiento inmediato; la posibilidad de varios caminos de solución (geométrica, algébrica, entre otras) y el desarrollo de un conjunto de acciones y procesos con respecto a dicha situación (Santos, 2007). Por otra parte, entendemos *resolución de problemas* al conjunto de procesos y acciones mentales y manifiestas, que se presentan en un individuo denominado resolutor, quien al estar frente a una situación la reconoce como problema, surgiendo en él un deseo por resolverlo (Puig, 1996).

Para referirnos al proceso de resolución de problemas, hacemos las distinciones entre *resultado*, *solución* y *resolución*, mencionadas por Puig (1996). Definiendo la primera como lo que contesta a la pregunta, la segunda como la presentación final del conjunto de pasos que conducen de los datos a la incógnita o de la hipótesis a la conclusión y la tercera como el conjunto de acciones del resolutor durante el proceso, que pueden o no conducir a la solución. En la resolución, Mason (1989) considera tres fases: abordaje, ataque y revisión, presentes en el proceso de resolución de los problemas; elementos que emergen

del desarrollo del pensamiento matemático y contribuyen al proceso del pensamiento y los estados emocionales del sujeto.

Fischbein (1999), al igual que Mason (1988) establece tres fases en la resolución de problemas. Se parte de una construcción individual que contempla esquemas mentales, donde las intuiciones ejercen un efecto dominante en el individuo durante el razonamiento de estrategias y en la selección de hipótesis y soluciones.

Mason, et al. (1989) expresa que “una conjetura es una afirmación que parece razonable. Pero cuya veracidad no ha sido demostrada”. Nacen a partir de reconocer una ley o analogía presentes durante la resolución, asociada a los procesos de particularización y generalización (Mason, et al. 1989). Partiendo de éstos elementos, centramos nuestra atención en el estudio del proceso de conjeturar y la influencia que tienen las intuiciones en la emergencia de conjeturas.

La actividad de monitoreo y autoevaluación, Schoenfeld (citado en Santos, 2007) la señala con el nombre de metacognición. Según Santos (2007) esta actividad, refiere al conocimiento de nuestro propio proceso de pensamiento, a la observación constante y a la toma de conciencia sobre la pertinencia y dificultades de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema. Cuando el proceso de resolución de problemas involucra la generalización y la abstracción, un pensamiento lógico de relaciones y reflexiones para la creación de ideas matemáticas, y la abstracción de propiedades generativas de conceptos matemáticos para construir definiciones, entonces se considera Pensamiento Matemático Avanzado (Tall, 1988).

Por otra parte, Santos (2007) señala que las matemáticas no se desarrollan en forma individual, sino que parte de un trabajo en conjunto que además tiene que ser validado o aceptado dentro de una comunidad. Comunidad a la que nosotros nos referimos como comunidad de aprendizaje y que conformamos los resolutores; validada por el profesor, quien hace de correduría, permitiendo una negociación de significados en términos de una alineación económica de significado de los matemáticos y nuestra comunidad de aprendizaje.

A partir de los planteamientos referidos en los párrafos anteriores, nos cuestionamos acerca del surgimiento de *una conjetura en la resolución de un problema en el contexto del pensamiento matemático avanzado, en una comunidad de práctica de estudiantes para profesor de matemáticas.*

*Metodología.* La investigación se desarrolló a partir de cuatro fases (diseño, modificación del diseño, vías e instrumentos para el análisis del diseño y medición) adaptadas a la metodología de *Investigación en Diseño de Collins* (2004). Se planteó una hipótesis inicial a la luz de la teoría y se estableció una serie de elementos críticos para la recolección de los datos. A partir de los datos recolectados se identificó una serie de sentimientos (intuiciones. Fischbein, 1999) significativos en el surgimiento de conjeturas, se modificó el diseño y se elaboró una segunda hipótesis que correspondía con los datos recolectados.

Por último, los datos recolectados se analizaron a partir de la teoría dispuesta mediante un trabajo metacognitivo de la comunidad de aprendizaje, mediante los instrumentos de recolección de datos y rótulos descritos por Mason et al. (1989), presentados a través del método de las viñetas propuesto por Gavilán, J., García, M. & Llinares, S. (2007).

*Resultados.* El tratamiento que se dio a las intuiciones dentro del trabajo de resolución al interior de la comunidad; específicamente durante las fechas consideradas para el análisis de los resultados, permitió concluir que las refutaciones e interacciones que se dan de forma individual y dentro de las comunidades de aprendizaje, permiten que las intuiciones se movilizan, estableciendo un lenguaje común y una empresa compartida (Wegner, 2001), en la resolución de problemas.

En relación con la teoría de Mason et al. (1989), en una comunidad de aprendizaje, las conjeturas surgen a partir de los procesos de particularización y de generalización que se dan en el trabajo individual de los resolutores, interviniendo una serie de interacciones y refutaciones entre el individuo y los artefactos, permitiéndole elaborar intuiciones intrínsecas (Fischbein, 1999), que al ser comunicadas dentro de la comunidad, permiten interacciones conjuntas donde intervienen los artefactos, los resolutores, y el profesor, obteniendo intuiciones anticipadas (Fischbein, 1999) propias de la comunidad, que al ser redactadas como una afirmación, se convierten en conjeturas (Mason et al. 1989).

## **2. Marco de referencia**

Esta investigación, se enmarca en la línea: *"transición del pensamiento matemático elemental al pensamiento matemático avanzado"* del grupo de investigación de Matemáticas Escolares de la Universidad Distrital (Mescud); centrado principalmente en los elementos de la teoría de Resolución de Problemas de Mason, Burton & Stacey (1989) y de la teoría sociocultural de Radford, (2006) y Wenger, (2001) que intervienen en el proceso de conjeturar.

Mason et al. (1989) Orientados por la teoría de Polya (1965), proponen tres fases presentes en el proceso de resolución de problemas (abordaje, ataque y revisión) mediante el uso de herramientas –a las que llamaron rútilos- que permiten formalizar, concretar, monitorear y autoevaluar los momentos en que se encuentra el resolutor dentro del proceso de resolución de un problema, presentes en cada una de las fases.

Mason et al. (1989) define una conjetura como “una afirmación que parece razonable; pero cuya veracidad no ha sido demostrada”, en la que se involucran los procesos de particularización y generalización presentes dentro de la fase de ataque. Para Mason et al. (1989) producir conjeturas, se considera la actividad central donde formular, comprobar y modificar conjeturas, conforman la columna vertebral del razonamiento matemático y la espina dorsal de la solución de problemas. Por otra parte, Fischbein (1999), al igual que Mason (1988) establece tres fases en la resolución de problemas. Se parte de una construcción individual que contempla esquemas mentales, donde las intuiciones ejercen un efecto dominante en el individuo durante el razonamiento de estrategias y en la selección de hipótesis y soluciones. Dentro de su teoría, Fischbein (1999) señala que las *intuiciones intrínsecas* son sentimientos de certeza subjetiva que no se encuentran apoyados por elementos teóricos como teoremas, postulados o definiciones; y las *intuiciones anticipadas* están asociadas a momentos de iluminación, donde el resolutor cree haber encontrado la solución del problema, pero no posee los argumentos suficientes para sustentarla.

De acuerdo con la teoría cultural de la objetivación, el pensamiento es considerado por Radford, (2006) como la actividad no mental que se construye a partir de la interacción sociocultural de los individuos y la realidad cultural objetiva que le da cierta forma, situando desde una posición no mentalista y considerado como una re-flexión, visible a través de los modos de comportamiento y la utilización de artefactos que se encuentran sumergidos en la cultura, donde se desarrolla dicha actividad y en la cual, los medios utilizados para el trabajo son constituyentes del pensamiento mismo (Radford, 2006).

Es así mediante nuestras interacciones para el desarrollo de este trabajo, nos constituimos como una *comunidad de aprendizaje*, entendida como un grupo de personas que se caracteriza por tres aspectos: compartir un dominio, donde se hace uso de relaciones y conceptos; sus miembros participan en actividades conjuntas construyendo relaciones que permiten aprender unos de otros, compartir una práctica, asociada a desarrollar un

repertorio compartido de recursos (experiencias, historias, herramientas y formas de abordar problemas recurrentes). Todo ellos con el fin de alcanzar un objetivo en común creando una identidad como grupo. (Wenger, 2001). Respondiendo a la pregunta de investigación:

En ésta investigación, la actividad de pensamiento se describe como un “discurso mental”, una conversación con nosotros mismos (Polya, 1945), que parte de las sugerencias heurísticas aportadas por Polya (1945) y Mason, Burton & Stacey (1989) a la resolución de problemas, que caracterizan el pensamiento.

Por otra parte, nuestras interacciones permitieron constituirnos como una comunidad de aprendizaje, entrelazando una serie de actividades conjuntas de relaciones y refutaciones entre los artefactos y los resolutores, que permitieron en los integrantes de la comunidad, establecer una identidad como grupo participando en una práctica, asociada al desarrollo de un repertorio compartido de recursos (experiencias, historias, herramientas y formas de abordar problemas recurrentes) (Wenger, 2001), facilitando el aprendizaje y alcanzando un objetivo común.

## **Bibliografía**

- Collins, A. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning.
- Gavilán, J., García, M. & Llinares, S. (2007) Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. En: Investigación didáctica enseñanza de las ciencias (2007).
- LEBEM (1999). Documento de Acreditación Previa. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1989), Pensar Matemáticamente, Editorial Labor S.A. Madrid, España.
- Polya, G. (1945). Como Plantear y Resolver Problemas, Editorial Trillas S.A. México D.F., México.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría general de la objetivación. Revista RELIME pp. 103-129.
- Wenger. (2001). *Supporting communities of practice: a survey of Community-oriented technologies*. Consultado el 16/10/2008. [www.ewenger.com/tech](http://www.ewenger.com/tech)