una empresa docente

Universidad de los Andes
Facultad de Educación

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

http://ued.uniandes.edu.co

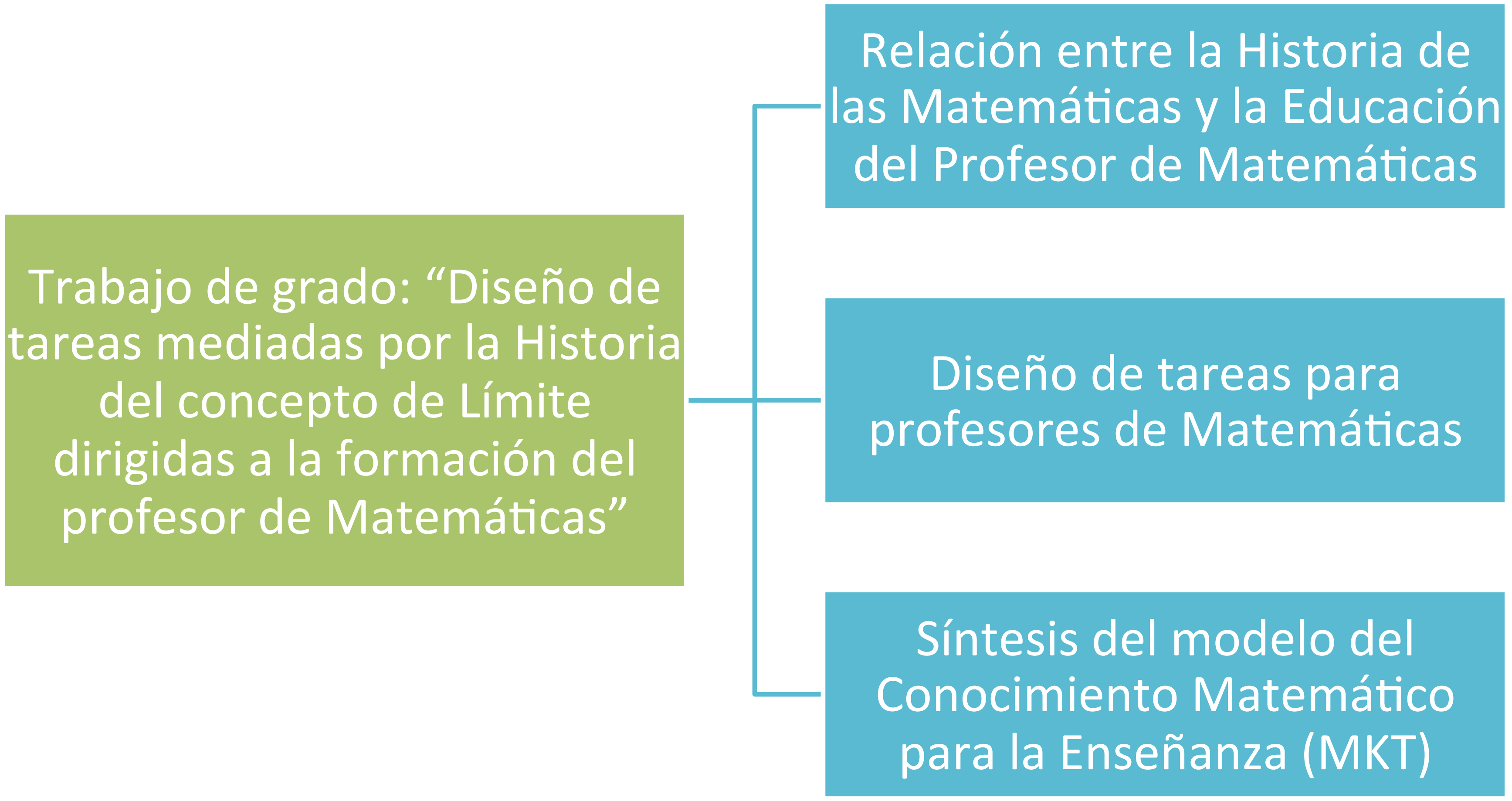
Los distintos significados de la notación del límite y algunas implicaciones en la formación docente

César Guillermo Rendón Mayorga
Magíster en Docencia de la Matemática
Universidad Pedagógica Nacional
cesarendonm@gmail.com

Colegio Interamericano

24 de febrero de 2018

Propuesta de trabajo



Relación entre la Historia de las Matemáticas y la Educación del Profesor de Matemáticas

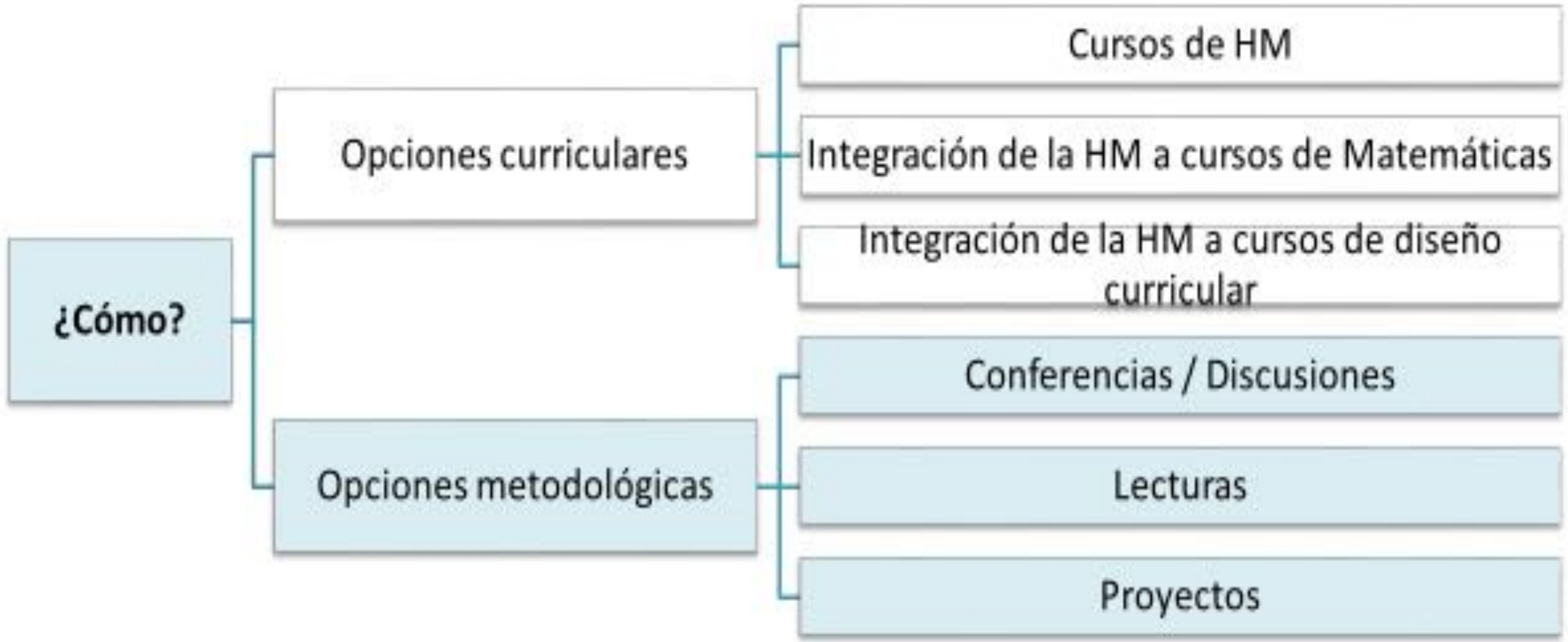
Transforma las concepciones de los objetos matemáticos que los profesores tienen (Furinghetti, 2007)

Da a los objetos matemáticos un significado cultural y social específico (Furinghetti, 2007)

Es un conjunto de potenciales herramientas que favorecen el conocimiento del docente (Guacaneme, 2016)

Consolida la posibilidad de efectuar una transposición didáctica a la hora de conducir las Matemáticas al aula (D’Amore, 2004)

Diseño de tareas para profesores de Matemáticas



Aspectos metodológicos

Revisión documental sobre la historia del límite

Definición de hitos históricos

Diseño de las tareas

Definición de hitos históricos

Los infinitesimales versus las cantidades infinitamente pequeñas

Las aplicaciones del límite

El concepto de continuo

Dicotomía entre límites e infinitesimales

La noción de aproximación

Simbología del límite

La generalización del límite

Diseño de las tareas

Seis tareas

- Notación del límite
  - Cuadrado con diagonal $\sqrt{2}$
- Comparación entre notaciones
  - Serie que converge a e
- Paradojas de Zenón
  - Definición de límite de Cauchy
- Actividades inspiradas por momentos en la HM
  - Tienen el propósito de hacer reflexionar al profesor acerca de su conocimiento sobre el límite a partir de situaciones no usuales en el estudio de tal objeto.

Tarea sobre la notación de límite

568. Although, as already remarked in art. 477, it will not be possible in this Course to do much more than *allude* to the DIFFERENTIAL CALCULUS OF QUATERNIONS, yet I cannot forego the opportunity of giving here at least some general *notion* of the *connexion* of *that* differential calculus, with such *linear equations* in quaternions, as have been lately discussed. For this purpose, it is necessary first to DEFINE THE DIFFERENTIAL, $\mathrm{d}fq$, *of a* FUNCTION OF A QUATERNION; and I do so by the following formula:

$$\mathrm{d}fq = \lim_{n=\infty} . \, n \left\{ f\left(q + \frac{1}{n}\mathrm{d}q\right) - fq \right\};$$

where q and $\mathrm{d}q$ are *any two proposed quaternions*, and n is a positive whole number, which, as the formula expresses, is conceived to increase without limit. In fact this formula is evidently

Tarea sobre la notación de límite

PRIMERA TAREA[12]

1. Se propone a continuación una modificación a la notación usual del límite en funciones reales. Considerando el cambio realizado, resolver los siguientes límites justificando los procedimientos efectuados para tal fin.
   a. $\lim_{x=3} x^2 - 4x + 2$
   b. $\lim_{x=-2} e^x + 3$
   c. $\lim_{x=-3} |x + 3|$
   d. $\lim_{x=2\pi} Senx$
   e. $\lim_{x=\frac{\pi}{2}} \tan x$
   f. $\lim_{x=0} Csc\ x$

Tarea sobre la notación de límite

1) a) $\lim_{x\to 3} x^2-4x+2 = (3)^2-4(3)+2$
$= 9-12+2$
$= -3+2$
$= -1$

b)

c) $\lim_{x\to 2\pi} \operatorname{Sen} x = 0$

d) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \tan x = \dfrac{\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \operatorname{Sen} x}{\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \operatorname{Cos} x} = \frac{1}{0} = \infty$

e) $\lim_{x\to -3} |x+3| = 0$

$f(x) = x+3$

f) $\lim_{x\to 0} \operatorname{Csc} x = \lim_{x\to 0} \dfrac{1}{\operatorname{sen} x} = \frac{1}{0} = \infty$

$f(x) = 2x^{4}$

$\lim_{x\to a} f(x)$

$f(x) \to f(a)$ } funciones Polinómicas
$x \to a$

Tarea sobre la notación de límite

– VERSIÓN INICIAL

Se propone a continuación una modificación a la notación usual del límite en funciones reales. Considerando el cambio realizado, resolver los siguientes límites justificando los procedimientos efectuados para tal fin.

a. $\lim_{x=3} x^2 - 4x + 2 = -1$ $\qquad 3^2 - 4(3) + 2 = 9 - 12 + 2 = -3 + 2 = -1$

b. $\lim_{x=-2} e^x + 3 = \frac{3e^2+1}{e^2}$ $\qquad e^{-2} + 3 = \frac{1}{e^2} + 3 = \frac{3e^2+1}{e^2}$

c. $\lim_{x=2\pi} Senx = 0$

d. $\lim_{x=\frac{\pi}{2}} \tan x$ $\qquad$ · $Tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$ NO está definido para este valor, puesto que representaría un ángulo recto formado por la hipotenusa y uno de los catetos

e. $\lim_{x=-3} |x+3| = |-3+3| = |0|$

f. $\lim_{x=0} Csc\, x = \infty \rightarrow$ Esto sucede puesto que si $csc(0) = \frac{h}{\infty}$ entonces $h=0$ y si $h=0$ entonces la representación del triángulo rectángulo no existe

Tarea sobre la notación de límite

1	*Profesor 1*	Es que cuando a uno le piden un límite, nunca puede ser igual al valor solicitado. Esa notación está mal, nos está generando un conflicto. La *notación igual* no sirve en todos los casos como por ejemplo el de la tangente de pi medios.
2	*Profesor 2*	Exacto, se supone que el límite nunca puede ser igual, pero para el caso de las funciones polinómicas pues lo que uno hace es una sustitución algebraica y ya (...) Entonces yo diría que para el caso de las funciones polinómicas la *notación igual* sirve, porque ahí no es necesaria la idea de aproximación [Después de un momento de silencio] Mejor dicho, la *notación igual* está dentro de la *notación flecha*, esa es la diferencia.

Diálogo entre profesores resolviendo la primera tarea

Implicaciones de la nueva notación

-La *notación flecha* da pie para la idea de aproximación

Existencia de distintas notaciones para el caso de funciones cuyo límite no esté definido en determinado punto.

-La *notación igual* solo genera una sustitución (lo cual choca con la idea aceptada de límite)

Conclusiones

- Reconocimiento de los distintos significados que puede tener la misma notación $\lim_{x \to a} f(x) = L$ dependiendo del punto a y de la función $f(x)$

- La notación de límite y su importancia como "operador".

Los distintos significados de la notación del límite y algunas implicaciones en la formación docente

César Guillermo Rendón Mayorga
Magíster en Docencia de la Matemática
Universidad Pedagógica Nacional
cesarendonm@gmail.com

Colegio Interamericano

24 de febrero de 2018

una empresa docente

Universidad de los Andes
Facultad de Educación

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

http://ued.uniandes.edu.co