

EL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO MEDIANTE UN HIPERTEXTO

LÁZARO DIBUT, FAUSTO QUIÑONES,
EDUARDO CONCEPCIÓN Y TOMÁS COLARTE

En los últimos años, los sistemas de hipertexto han tenido variadas aplicaciones en el campo de la Enseñanza Asistida por Computadora (E.A.C). Este artículo describe los resultados de un experimento en el que un grupo de estudiantes de primer año de contabilidad usaron un hipertexto acerca del concepto de límite de una función en un punto, como una fuente más de información sobre el contenido en cuestión. Los estudiantes fueron encuestados sobre las facilidades que ofrecía el hipertexto para la explotación, contenido, etc. del concepto con el fin de recopilar sus opiniones y recomendaciones para el mejoramiento integral de la herramienta. Se presentan los resultados de esta encuesta. También se exponen los resultados sobre la evaluación aplicada al grupo de estudiantes sobre el contenido del hipertexto. Nuestras conclusiones confirman resultados publicados anteriormente sobre las ventajas que ofrece la utilización de hipertextos en la enseñanza de conceptos matemáticos.

INTRODUCCIÓN

El límite de una función en un punto es un concepto que tradicionalmente genera en los estudiantes grandes dificultades de comprensión, asimilación, interpretación y aplicación. Como consecuencia de estas dificultades, la evaluación de dicho contenido también es problemática. Esto puede atribuirse a diferentes causas, asociadas tanto a los estudiantes como a los profesores, que abarcan aspectos objetivos y subjetivos de la temática como se puede observar en los resultados que arrojan las investigaciones en tal sentido.

Entre las dificultades en la conceptualización y formalización del concepto de límite, Artigue (1995, pp. 111-114) señala obstáculos epistemológicos fundamentados en los trabajos de Brousseau (1983), Sierpinska (1985, 1988) y Tall y Thomas (1991). Torres y Castro (1995) también se refiere a problemas de encapsulación y al desarrollo de estructuras alternativas. Sin llegar a profundizar en dichas causas, lo cual no constituye el objetivo de este trabajo, queremos referirnos a dos de ellas.

Una es la vinculada a la formación y preparación matemática recibida por los estudiantes en los niveles precedentes a la universidad. Tal formación en ocasiones no contribuye al desarrollo del pensamiento lógico-abstracto y deductivo. Por esto, al enfrentarse a conceptos como el de límite de una función en un punto, los estudiantes tienen dificultades de comprensión.

Por otra parte, también los profesores contribuimos a que esta situación no tenga saltos positivos al pasar de un curso académico a otro. Podríamos plantear distintas razones por las que lo anterior sucede. En primer lugar, la falta de experiencia como profesor puede influir en que no se llegue a la esencia del concepto. En segundo lugar, tanto los que tienen como los que no tienen mucha experiencia, no siempre disponen en la clase del tiempo necesario para profundizar, ya que tienen que desarrollar en la misma otros contenidos además del concepto de límite. En tercer lugar, no se dispone en el aula de los medios técnicos necesarios para que, con rapidez y precisión, los estudiantes puedan visualizar distintas situaciones gráficas que ilustren el concepto de límite. Y por último, los libros de texto no dan un tratamiento geométrico adecuado al mismo. En fin, hay muchas situaciones y posibles explicaciones. Pero en realidad lo más importante es ir encontrando soluciones.

En los últimos años, la E.A.C. ha tenido gran auge debido al desarrollo tecnológico que han alcanzado las computadoras personales y a la diversidad de *software* que se ha producido. Los sistemas de hipertexto son unos de los que más aplicaciones educativas han tenido en años recientes, debido a la facilidad y eficiencia en el acceso y recuperación de la información. Estas aplicaciones abarcan desde el nivel primario hasta el nivel universitario. Investigadores de este campo, como Beck y Spicer (1988), Marchionini (1988), Smith (1988) y Underwood (1988), coinciden en las ventajas que tienen los hipertextos para fines educativos. Una de ellas es la rapidez en el acceso a la información que se necesite buscar y la posibilidad de integrar gráficas, sonido, animación, video, etc., a las imágenes. Tal versatilidad hace armoniosa y didáctica la información que se ofrece. Otros autores como Locatis (1987) enfatizan los mecanismos de conectividad en la adquisición de nuevos conocimientos, al plantear que “[...] cada pantalla mostrada funciona como un ‘menú’ que contiene pistas o señales para disponer de información adicional [...]”.

Por otra parte, los resultados investigativos obtenidos por Cornú (1991) y Kaput (1992), entre otros, sugieren investigar el uso de la computadora como ayuda al enseñar y aprender mejor los conceptos matemáticos. En esta línea, Dubinsky y Schwingendorf (1990) y Tall (1986) aportan datos interesantes sobre la evaluación de conceptos a través del uso de la micro-computadora y sobre la utilización de ella como ambiente para la exploración de ideas matemáticas fundamentales.

Teniendo en consideración estas premisas, decidimos desarrollar un experimento para la enseñanza del concepto de límite de una función en un punto, para funciones reales de una variable real. En aquél se diseñó, elaboró, aplicó y validó un sistema de hipertexto sobre el tema de enseñanza mencionado. El hipertexto tenía el objetivo de superar algunos de los obstáculos referidos en párrafos anteriores que inhiben el aprendizaje del mencionado concepto o, al menos, contribuir un poco a que mejore esta situación. Las características del diseño experimental y los resultados del mismo se exponen a continuación.

¿QUÉ ES UN SISTEMA DE HIPERTEXTO?

Actualmente el término hipertexto es común en la literatura especializada relacionada con la E.A.C. Sin embargo, podemos enmarcarlo en una vieja idea del norteamericano Bush (1945) que hoy día, gracias al desarrollo tecnológico, ha resurgido con un carácter generalizado en la mayoría de las aplicaciones para Windows. La definición de hipertexto no es única. Explorar algunas de diversos especialistas sin duda nos permitirá encontrar lo común, la esencia reveladora del concepto.

Un sistema de hipertexto es una red computarizada de nodos de información o segmentos de textos conectados por puntos visibles de referencia o enlaces de relación (Conklin, 1987).

Hipertexto es una red asociada en la que una simple palabra o documento entero puede ser enlazado con otra palabra o grupos de palabras de una forma que sea significativa para el usuario (Franklin, 1989).

Son bases de conocimientos donde la materia sujeto está almacenada en una base de conocimientos que se estructura mediante un modelo prescriptivo de datos. Este modelo define la organización de la información y establece las relaciones lógicas entre la información y la base de conocimientos (Jonassen, 1986).

Un sistema de hipertexto se caracteriza por: 1) una red de textos y nodos gráficos; 2) ventanas que corresponden a nodos en la base de datos; 3) un pequeño número de nodos pueden ser abiertos al mismo tiempo; 4) ventanas con enlaces icónicos con otros nodos de la base de datos; 5) información trozada en pequeñas unidades; 6) unidades de información visualizadas por ventanas (Akscyn, 1989).

Es una habilidad para recuperar información en largos espacios informativos y la habilidad para crear textos no secuenciales (Knut y Brush, 1990).

Entendemos suficientemente dichas definiciones aunque no hemos abarcado la totalidad consultada en la bibliografía internacional. Con base en ellas podemos sintetizar que el término hipertexto ha sido definido en función de dos elementos fundamentales:

- las características que cumple o debe cumplir el sistema y
- las funciones que el mismo debe desarrollar.

Ambos juicios han constituido los diversos caminos hacia las definiciones aquí presentadas y no es nuestra intención establecer convenciones particulares, sino fusionar dichos elementos en nuestra concepción mental para el desarrollo de nuestras aplicaciones.

DISEÑO EXPERIMENTAL

Selección de la muestra

La muestra seleccionada para el desarrollo del experimento se escogió entre los estudiantes del primer año de la carrera de Contabilidad de la Universidad de Cienfuegos (Cuba). De los 16 estudiantes matriculados, se seleccionaron al azar 8 (50%) para que usaran el hipertexto y se conformó el grupo A (grupo experimental). Los 8 restantes conformaron el grupo B como grupo de control. Decidimos tomar la muestra al azar ya que constatamos que no existían diferencias significativas entre los índices académicos alcanzados por ellos en las pruebas de ingreso a la universidad, particularmente en matemáticas.

Contenido del hipertexto

El contenido de información del hipertexto es el concepto de límite de una función en un punto, los conceptos afines, los símbolos y terminologías asociados con el mismo. Este concepto se estudia en el tema “Límite y continuidad” para funciones reales de una variable real, en la asignatura Matemática I del primer semestre de la carrera. Este tema es uno de los cinco que conforman la asignatura y tiene un tiempo de 12 horas lectivas de las 72 que ocupa la asignatura.

Características del hipertexto

Software utilizado para su creación

El software utilizado fue el KnowledgePro Gold versión 2.0 que corre en Windows 3.0 o superior, en un computador PC IBM (386 ó 486) o compatibles, con adaptador gráfico EGA o superior. En nuestro caso se utilizó un PC 486, Windows versión 3.1 y adaptador gráfico VGA. Este programa dispone de un ambiente integrado que permite editar, compilar y ejecutar los programas hipertextos creados y de un ejecutor que permite correr y visualizar los hipertextos compilados.

Para facilitar la independencia de creación de textos y/o gráficos en la concepción del hipertexto y la programación del mismo, se concibió una aplicación generalizadora, llamada “Lector de hipertexto”, que manipula textos y/o gráficos creados en ficheros independientes. Ella facilita a un especialista en cualquier área crear su hipertexto sin tener la necesidad de ser un diestro en Windows o en el lenguaje de programación del KnowledgePro.

Las gráficas de funciones contenidas en 9 de los nodos se obtuvieron de un fichero que recopilaba gráficas de trabajos realizados con anterioridad. Se realizó un proceso técnico para generar gráficas en un formato aceptado por el KnowledgePro.

Nodos y enlaces

El hipertexto en total tiene 34 nodos. De ellos, 9 contienen gráficas de diferentes funciones que apoyan la interpretación geométrica del concepto de límite. Además de los nodos, nuestro hipertexto contiene un total de 113 enlaces de información en una sola dirección (A enlazado con B). De estos, 6 tienen enlaces bidireccionales, es decir, A enlazado con B y B enlazado con A. En estos enlaces no se incluyen aquellos que se hacen con el “retroceso”, ya que los consideramos naturales. Además, cada nodo tiene un promedio de 3.3 enlaces que vienen o salen de él.

La navegación y estrategia de búsqueda de la información

Aunque la cantidad de nodos y enlaces es relativamente poca, se ajusta al volumen de información que se ofrece. De esta manera, se crea un hiperespacio con una topología caracterizada por diversos centros o focos. Estos presentan una panorámica de un tópico con su información y enlazan bien sea los diferentes nodos relacionados con ese tópico o las conexiones entre nodos de diferentes tópicos. Esto permite cambiar el centro o foco de la información. Con esta organización hiperespacial y utilizando el “Lector de Hipertextos” como herramienta, podemos tener una navegación y búsqueda de información a través del hipertexto de acuerdo con el diseño concebido.

La estrategia diseñada para la búsqueda de información se basó en un nodo *Prefacio* como pantalla inicial. Este nodo contiene un texto panorámico de los contenidos del hipertexto con palabras “sensibilizadas” que permiten enlazar otros nodos de carácter panorámico sobre un contenido específico. El usuario puede entonces seguir la información contenida en esos nodos panorámicos para enlazarse con otros nodos relacionados y así navegar por la totalidad del hipertexto.

Este proceso es dinámico ya que los enlaces no siguen una estructura jerarquizada rígida. Esto permite que el usuario determine por cuál de ellos comenzará la búsqueda de información y, por ende, la navegación a través del hipertexto. La razón para haber diseñado este tipo de estructura se sustenta en la importancia cognitiva que tiene disponer de diferentes estrategias en la búsqueda de información a través de un hipertexto (Carmell, Crawford y Chen, 1992).

Período y cantidad de sesiones de trabajo con el hipertexto

El período de uso del hipertexto fue de 2 semanas, una menos que las planificadas normalmente para desarrollar el tema “Límite y continuidad”. En total, cada estudiante del grupo experimental desarrolló 4 sesiones de 1 hora de trabajo con el hipertexto. En un principio se planificaron 6 sesiones, pero al concluir la cuarta, los estudiantes manifestaron haber asimilado el contenido y no necesitar consultarlo más por el momento, sino hasta el examen final de la asignatura.

RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

Al final de las actividades del tema “Límite y continuidad” y en consecuencia con el sistema de evaluación de la asignatura, se aplicó la misma evaluación sobre el contenido tanto al grupo experimental como al de control.

La prueba duró 45 minutos y tuvo 2 preguntas (ver Anexo No. 1). Con la primera pregunta se quería evaluar la habilidad para calcular el límite de funciones a trozos. Para responder acertadamente los estudiantes tenían que haber interiorizado que el límite en el punto $x = 0$ existe si existen y son iguales los límites laterales en tal punto. En la segunda pregunta, se buscaba la evaluación de la teoría. Se les presentó la gráfica de una función para que fundamentaran si la función era continua en los puntos que se indicaban. En la misma gráfica se integraban los dos conceptos esenciales del tema, el límite y la continuidad de una función en un punto.

Del análisis de los resultados de la prueba para ambos grupos se pueden extraer varias conclusiones interesantes:

- 75% de los estudiantes del grupo A (grupo experimental) aprobó integralmente la evaluación, mientras que sólo 50% de los estudiantes del grupo B (grupo de control) la aprobó.
- 50% de los estudiantes del grupo A obtuvo calificaciones altas (resultados de 4 ó 5), mientras que en el grupo B sólo 12.25% alcanzó resultados muy satisfactorios.
- En las calificaciones por preguntas también existen diferencias. Así, 87.5% de los estudiantes del grupo A aprobó la primera pregunta, mientras que sólo 62.5% del grupo B lo hizo. En la segunda pregunta, 75% del grupo A aprobó frente a 50% del grupo B.

Aunque la muestra con que se trabajó fue pequeña, los resultados indican que los estudiantes que usaron el hipertexto alcanzaron un rendimiento superior en porcentaje de aprobación y en la calidad de las calificaciones, con respecto a los que no lo usaron.

RESULTADOS DE LA ENCUESTA

Con posterioridad a la evaluación, los estudiantes que usaron el hipertexto contestaron una encuesta que indagaba sobre sus aspectos principales como contenido, características técnicas y proyecciones de su uso. También incluía preguntas para explorar las opiniones generales de los usuarios. Los resultados se muestran a continuación.

Opiniones con respecto al contenido. Las respuestas de los estudiantes reflejan lo interesante que resultó para ellos el material presentado. Se observó un interés por disponer de un grupo de ejercicios resueltos sobre límite o por disponer de técnicas para la solución de los mismos. Igualmente, las respuestas indican que las explicaciones del contenido en el hipertexto son claras. Los estudiantes también consideran que la información brindada no tiene repeticiones y que se puede interpretar sin dificultades.

Características técnicas. Con respecto a las preguntas que indagaban por algunas de las características técnicas del hipertexto, los estudiantes manifestaron un gusto por la manera como se inicia el programa y por la forma individualizada de trabajo con la máquina. Sólo en la pregunta referida a los colores utilizados en el hipertexto, un porcentaje de 12.15% no se sintió completamente a gusto.

Proyecciones. Las respuestas de los estudiantes reflejan las posibilidades de generalizar esta experiencia en otros cursos y la utilidad que tendría disponer de hipertextos para otros temas como derivación e integración de funciones, álgebra lineal, geometría analítica del espacio. Igualmente, se encontró en las respuestas una prueba fehaciente de las posibilidades educativas que ellos identifican en estos sistemas en la asignaturas de su especial interés como contabilidad e inglés, o en general en cualquier asignatura de la carrera.

Opiniones generales. Algunas preguntas dieron la posibilidad a los estudiantes de expresar sus opiniones y criterios sobre el hipertexto con el objetivo de perfeccionarlo. Los estudiantes resaltaron fallas en cuanto al volumen de información que se ofrece y a la falta de información sobre los nodos ya visitados¹. Otras opiniones se refirieron a la utilidad de la herramienta didáctica; a lo novedoso de la experiencia y a las facilidades de asimilación que propone; al adelanto que implica en la enseñanza; al buen diseño del hipertexto y a la motivación que despertó en los estudiantes.

Todo lo analizado hasta aquí como resultado de la encuesta corrobora experiencias realizadas por otros investigadores, en las que concluyeron que la utilización de hipertextos con fines educativos es ventajosa tanto para estudiantes como para los profesores, quienes pueden disponer de un valioso material en función de la enseñanza. Entre estos trabajos podemos mencionar, en adición a los ya referidos, los de Chignell y Lacy (1988), Hammond y Allison (1988), así como Kaput (1992) quien hace un exhaustivo análisis del impacto de las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estos estudios también señalan que la labor del profesor es insustituible, posición con la que estamos plenamente de acuerdo. El hecho de que los sistemas de hipertexto contribuyan a la adquisición y profundización de determinados conocimientos matemáticos no implica que la labor pedagógica y educativa del profesor por el momento sea dispensable.

CONCLUSIONES

Los resultados experimentales de nuestro trabajo nos llevan a concluir que el hipertexto contribuyó a que los estudiantes que lo utilizaron (grupo A), profundizaran en el conocimiento del concepto de límite de una función en un punto. Esto se corrobora por los resultados de la evaluación aplicada

1. En la versión actualizada del hipertexto ya disponemos de un reporte final de cada sesión, que ofrece una lista de toda la navegación a través del hipertexto y que permite conocer los nodos visitados y otros datos de interés.

donde la clave para dar respuestas correctas era el conocimiento en profundidad del concepto de límite de una función en un punto. En contraposición, los estudiantes del grupo B que no utilizaron el hipertexto, obtuvieron resultados evaluativos inferiores a los del grupo A en cantidad de aprobados y en la calidad de las calificaciones.

Una explicación a estos resultados la podemos fundamentar en las funciones y características del hipertexto. Todas ellas hacen que el estudio de la información presentada resulte de interés y, por este motivo, se promueva un aprendizaje más “significativo” para el estudiante. Otro aspecto a considerar es la interactividad que se logra con este tipo de sistema, la cual contribuye a que se vea la computadora como un instrumento “amigable”.

Lo expresado con anterioridad se refleja en el hipertexto utilizado. Este dispone, entre otros aspectos, de pantallas donde se ejemplifican situaciones gráficas variadas con las explicaciones correspondientes. También está presente la posibilidad de comparar diferentes situaciones gráficas en una misma pantalla, todo esto de una forma dinámica, interactiva y con colores llamativos.

No obstante, creemos que esta no es una conclusión definitiva de que el uso de hipertextos contribuya a obtener un aprendizaje más sólido de los contenidos que se exponen en el mismo y por lo tanto obtener resultados académicos superiores. Dado que la muestra seleccionada para el experimento y el volumen de información que ofrecía el hipertexto fueron pequeños, se requiere realizar nuevos experimentos que aumenten estas condiciones y que incluyan otros factores asociados con esta problemática, para poder concluir algo más definitivo.

El diseño del hipertexto es adecuado, según los resultados de la encuesta. No obstante, los estudiantes manifestaron aspectos que debemos tener presente en próximas versiones del mismo o en el diseño de otros con nuevos contenidos, como por ejemplo las técnicas o algoritmos para el cálculo de límites, derivadas, integrales, etc., según el contenido que se esté presentando. También es necesario disponer en cualquier momento de una historia con los nodos visitados y la frecuencia de visitas a los mismos, con el fin de decidir sobre la estrategia para la búsqueda de la información.

La encuesta también evidenció el interés y la motivación de los estudiantes por el uso de esta novedosa técnica y las proyecciones posibles de aplicación a otros temas de la matemática y/o asignaturas.

Por último, debemos puntualizar dos aspectos: primero, que esta versión, implementación y validación del hipertexto la podemos considerar como un paso necesario para poder diseñar otros con un grado de complejidad superior. Existen estudios como los de Egan (1989) donde se plantea la importancia de la “implementación iterativa” en los diseños de hipertextos

hasta obtener un producto que satisfaga las necesidades de los usuarios. En el proceso de validación se deben aplicar una mayor cantidad de instrumentos que nos posibiliten argumentar con más profundidad por qué el uso de hipertextos contribuye a una consolidación de los conocimientos y, por lo tanto, potencia el rendimiento académico de los estudiantes. Como segundo aspecto, es necesario reiterar que la labor del profesor es insustituible por el momento en la actividad de enseñar, porque la tarea pedagógica y educativa que desarrolla dentro del aula es imposible que una computadora la logre.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akscyn, R. (1989). KMS: a distributed hypermedia system for managing knowledge in organizations. *ACM*, 31 (7), pp. 820-835.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gómez (Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: "una empresa docente" y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Beck, J. & Spicer, D. (1988). Hypermedia in academia. *Academic Computer*, 2 (5), pp. 49-50.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2 (3), pp. 303-346.
- Bush, V. (1945). As we may think. *Atlantic Monthly*, 176 (2), pp. 101-108.
- Carmell, E., Crawford, S. & Chen, H. (1992). Browsing in Hypertext: A Cognitive Study. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 22 (5), p. 882.
- Chignell, M. & Lacy, R. (1988). Project Jefferson: Integrating research and instruction. *Academic Computing*, 3 (2), pp. 12-17.
- Conklin, J. (1987). Hypertext: An introduction and survey. *Computer*, 20 (9), pp. 17-40.
- Cornú, B. (1991). Limits. En D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Dubinsky, E. & Schwingendorf, K. (1990). Constructing calculus concepts: cooperation a computer laboratory. En C. Leinbach (Ed.). *MAA Notes Series*. Mathematical Association of America.
- Egan, D. (1989). Formative design evaluation of SuperBook. *Transactions on Information Systems*, 7 (1), pp. 30-57.
- Franklin, C. (1989). Hypertext defined and applied. *Online*, 13 (3), pp. 37-49.

- Hammond, N. & Allison, L. (1988). Development and evaluation of CAL system for non-formal domains: The hitch - hiker's guide to cognition. *Computer Education*, 12 (1), pp. 215-220.
- Jonassen, D. (1986). Hypertext principles for text and courseware design. *Educational Psychologist*, 21 (4), pp. 269-292.
- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En D. Grouws (Ed.). *Handbook on research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Knut, R. & Brush, T. (1990). Results of the Hypertext' 89 design survey. *Hypermedia*, 2 (2), pp. 91-107.
- Locatis, C. (1987). Instructional design and new technologies. *New directions for Continuing Education*, 34 (Summer), pp. 89-100.
- Marchionini, G. (1988). Hypermedia and learning: Freedom and chaos. *Educational Technology*, 28 (11), pp. 8-12.
- Sierpiska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6 (1), pp. 5-67.
- Sierpiska, A. (1988). Sur un programme de recherche lié á la notion d'obstacle épistémologique. En *Actes du Colloque "Construction des savoirs: obstacles et conflits"*. Montreal: CIRADE.
- Smith, K. (1988). Hypertext - linking to the future. *Online*, 12 (2), pp. 32-40.
- Tall, D. (1986). Using the computer to represent calculus concepts. En *Actes de la 4ième École d'Été en Didactique des Mathématiques et de l'informatique*, Orléans. Reporte de investigación. IMAG Grenoble, pp. 238-264.
- Tall, D. & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics*, 2, pp. 125-147.
- Torres, J.M., y Castro, G. (1995). Obstáculos presentes en los estudiantes para la adquisición de los conceptos de límite y continuidad. *Memorias del II Taller Científico Metodológico COMAT'95*. Cuba: Universidad de Matanzas.
- Underwood, J. (1988). Language learning and "hypermedia". *ADFL Bulletin*, 19 (3), pp. 13-17.

ANEXO NO. 1

Evaluación aplicada

Facultad:

Carrera:

Año:

Asignatura:

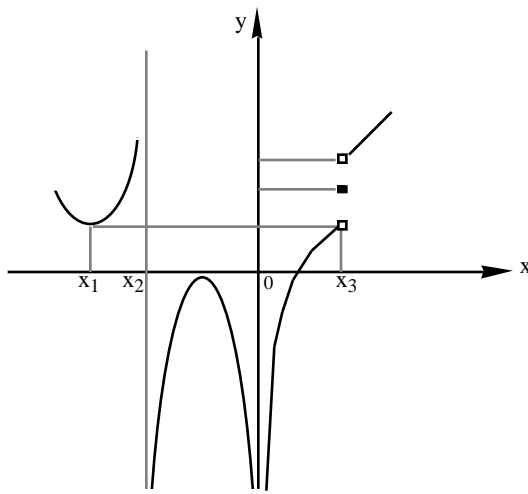
Fecha:

Nombre:

I. Fundamente si existe el límite de la siguiente función en el punto $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{\tan x + \cos x} - \sin x}, & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{3x - e^2}{5}, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

II: Dada la gráfica de la función $y = f(x)$ fundamente si la función es continua en los puntos $x = x_1$, $x = x_2$, $x = x_3$, $x = 0$.



Lázaro Dibut
 Fausto Quiñones
 Eduardo Concepción
 Tomás Colarte
 Departamento Matemática-Computación
 Universidad de Cienfuegos
 Km. 4 Carretera a Rodas
 Fax: (537) 335056/3341433
 Cienfuegos, 59430. Cuba
 E-mail: udcsi@udec.cfg.sld.cu