

PENSAMIENTO VARIACIONAL: ESCENARIOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN POBLACIONES VULNERABLES

CARLOS EDUARDO LEÓN SALINAS*

Resumen

El siguiente artículo presenta los avances del proyecto de investigación *El laboratorio de pensamiento variacional: Una experiencia para estudiantes de poblaciones vulnerables*, el cual tiene como objetivo diseñar un laboratorio de ciencias en donde se analice el uso del pensamiento covariacional en prácticas experimentales que potencien el trabajo en grupo y la convivencia entre estudiantes de poblaciones vulnerables. La aproximación teórica en la que se acoge el proyecto es la teoría socioepistemológica la cual es una teoría emergente en educación matemática y pertinente para las realidades de nuestra comunidad educativa. La población que se ha escogido es la institución educativa Los Pinos en el barrio Los Laches en Bogotá debido a los problemas de convivencia que presentan y a la diferencia que existe entre la procedencia de cada uno de ellos.

Palabras claves: Pensamiento covariacional, laboratorio tecnológico, educación matemática, convivencia, Población vulnerable en Bogotá

Abstract

The following article presents the progress of the research project Laboratory variational thought: An experience for students from vulnerable populations, which aims to design a science lab where the use of thinking covariational experimental practices that enhance work is analyzed group and coexistence with students from vulnerable populations. The theoretical approach in which the project is socioepistemology theory which is an emerging theory in mathematics and relevant to the realities of our educational community education. The population that has been chosen is the school in the neighborhood Los Pinos Los Laches in

* Coordinador del programa de Licenciatura en Matemáticas y Tecnologías de la información, Universidad La Gran Colombia. Doctorando en Matemática educativa, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México; Magister en docencia de las matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional; Licenciado en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional.

Bogota due to the problems of coexistence and presenting the difference between the origin of each them.

Keywords: Covariational thought, technology lab, mathematics education, coexistence, Bogota vulnerable population.

Introducción

El siguiente artículo presenta los resultados de un proyecto de investigación realizado por el programa de Licenciatura en Matemáticas y Tecnologías de la información de la Universidad La Gran Colombia, en el año 2015 y que responde a los principios institucionales de llevar el conocimiento a distintos grupos en nuestra sociedad. En este caso, la idea inicial era diseñar un escenario para la construcción de conocimiento matemático destinado a estudiantes de poblaciones vulnerables que difícilmente cuentan con herramientas tecnológicas que potencien la elaboración de hipótesis, la toma de datos y la verificación de resultados. A continuación se hará una presentación de cada uno de los elementos que conformaron los antecedentes de este proyecto.

Contexto social

La Universidad La Gran Colombia, está ubicada en el centro de la ciudad de Bogotá, una zona turística y con algunos rasgos coloniales que escapan al cambio normal de los tiempos modernos. A cinco minutos se encuentra Los Laches, un barrio de población vulnerable y con muchos problemas de tipo social reflejados en altos índices de inseguridad y de riñas,

factores que también están presentes en sus instituciones educativas. Este barrio inicialmente fue una invasión que fue legalizada hace más de cincuenta años, pero aun hoy en día presenta un asentamiento de desplazados de la violencia o personas de bajos recursos que construyen sus viviendas en sitios aledaños a los cerros que acompañan el imponente paisaje del sector. A un lado la inmensidad de una ciudad gobernada por sus altos edificios y sus infinitas calles; al otro lado, el verde vivo de la prominente naturaleza presente en las montañas capitalinas.

El barrio cuenta con tres instituciones educativas, las cuales son de carácter oficial y atienden a una población de más de 2500 estudiantes entre los cinco y los veinte años de edad. Este proyecto se desarrolló en una de estas instituciones, el colegio Los pinos el cual cuenta con unos 450 estudiantes y al igual que los problemas presentados anteriormente, la violencia y las precarias condiciones son factores a tener en cuenta en cualquier caracterización hecha en esta comunidad.

La violencia entre los estudiantes es un aspecto muy presente en la institución, los grados de tolerancia son mínimos y han sido numerosos los esfuerzos por mejorar el clima institucional alrededor de la solución pacífica de conflictos. Esta es una tarea que exige una participación colectiva que debe recibir aportes desde cada uno de los espacios disciplinares. Es por esto que uno de los principales objetivos de esta propuesta es consolidar un escenario que fomente el trabajo en grupo para lograr una construcción social del conocimiento, en este caso, de las matemáticas.

Las matemáticas: el patito feo de la escuela

Las matemáticas han sido durante mucho tiempo un sinónimo de lo que es difícil, no solo en el salón de clase sino fuera de él. En diferentes medios de comunicación se hacen expresos testimonios de periodistas, deportistas, políticos, modelos y hasta algunos académicos, que las matemáticas no han sido un conocimiento útil para sus profesiones. ¿Qué puede pensar un estudiante acerca de aprender matemáticas?

En la actualidad se ha ido acrecentando una preocupación por la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que ha hecho que numerosas comunidades académicas fijen sus ojos y le den una merecida importancia a los proyectos de investigación en educación matemática, disciplina muy activa tanto en eventos como en publicaciones en los últimos años.

La comprensión de conocimientos matemáticos se ha convertido en el santo grial de distintos actores del proceso educativo, desde el profesor de aula, hasta investigadores especializados han gastado recursos en el entendimiento de cómo hacer que un individuo A entienda un cierto concepto B en un determinado contexto C, convirtiéndose en una ecuación que a su vez involucra un sinnúmero de variables que muchas veces no se tienen en cuenta y que se limitan a las tres expuestas inicialmente.

Entre esas variables se encuentra la falta de interés no solo del estudiante sino también del docente por entender las matemáticas como un conocimiento que se puede usar para la interpretación de fenómenos reales. En diversas investigaciones (Godino & Batanero, 1996)

(González, 2005) (Miranda, 2009) se ha establecido el desinterés por parte de los estudiantes de matemáticas que radica en la falta de motivación y que manifiestan con rechazo por la asignatura o las actividades relacionadas con ella.

El filósofo y matemático inglés Alan Bishop, en su libro *Enculturación matemática*, comenta:

Las matemáticas se encuentran en una posición nada envidiable: son una de las materias escolares más importantes que los niños de hoy deben estudiar y, al mismo tiempo, una de las peor comprendidas. Su reputación intimida. Todo el mundo sabe que son importantes y que su estudio es necesario. Pero pocas personas se sienten cómodas con ellas; hasta tal punto que en muchos países es totalmente aceptable, en el ámbito social, confesar la ignorancia que se tiene de ellas, fanfarronear sobre la propia incapacidad para enfrentarse a ellas ¡e incluso afirmar que se les tiene fobia! (Bishop, 1999).

A esto se suma una percepción social de las matemáticas que la presenta como un saber destinado para unos pocos, que a su vez resultan ser unos genios relegados los cuales ni siquiera pueden vivir de ello, debido a que es un conocimiento que martiriza y sencillamente no tiene una aplicación práctica.

La hipótesis inicial de este trabajo está basado en que el interés de los estudiantes se dará a partir de contextos que propongan un uso del conocimiento matemático, el cual, resignifique ideas y conceptos que en la matemática escolar han tenido una presentación abstracta y alejada

de la realidad. Además estos contextos crearan la necesidad de trabajar en grupo para establecer canales de comunicación y así mejorar la convivencia de los estudiantes.

A pesar de situaciones y visiones experimentales que ha tenido las matemáticas a lo largo de la historia, no es frecuente apreciar esta relación en los discursos de aula, tampoco en los libros de texto y tampoco en los planes de estudio de las instituciones. Arrieta (2003), reporta esta dificultad al afirmar que el peso de los fenómenos físicos en la clase de matemáticas es escaso, a pesar que nociones y procedimientos matemáticos han surgido del proceso de comprender fenómenos físicos reales.

Cordero y Martínez (2001), atribuyen el desconocimiento de la importancia de la física en la enseñanza de las matemáticas al privilegiar argumentos de corte analítico que toman a los conceptos matemáticos como objetos elaborados, alejados totalmente de argumentos situacionales.

El saber matemático impartido en el aula, debe ser un saber vivo, que evoluciona y que busca una relación directa con saberes de otras disciplinas, al formar en el conocimiento matemático un carácter social que lo convierte en una herramienta de argumentación del individuo en un contexto sociocultural determinado.

Por lo tanto, la argumentación se forma en el tránsito entre las diferentes disciplinas científicas en las que se puede estudiar la generación de un conocimiento matemático, dotado de un contexto significativo y de las actividades y herramientas que permiten su construcción (Buendía, 2004). Buendía considera dos aspectos primordiales para el estudio de

las matemáticas: Lo que sucede en la clase de matemáticas debe estar ligado a lo que sucede en otras clases y a lo que sucede fuera de ellas (contexto sociocultural) y la naturaleza misma del conocimiento matemático.

Pensamiento covariacional ■

Específicamente del conocimiento matemático, se trabajará la idea del pensamiento covariacional, que según Carlson (Carlson & Jacobs, 2003) son todas aquellas actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra. El pensamiento covariacional es el fundamento para construir el concepto de función y de ahí su importancia para la comprensión de los resultados más importantes del cálculo como lo es el límite o la integral.

En la estructura de los estándares curriculares, el Ministerio de Educación Nacional, M.E.N, define los cinco tipos de pensamiento que deben desarrollar los estudiantes a lo largo de la escuela, uno de ellos es el pensamiento variacional el cual tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos (M.E.N, 2004).

El estudio de la variación no se limita a un curso o etapa particular y debe estar presente en los contenidos y saberes desarrollados a lo largo de todo el ciclo escolar de los estudiantes, además de relacionarse con otros tipos de pensamiento como el geométrico, el numérico o el aleatorio.

Su estudio comienza a temprana edad con el estudio de frecuencias y patrones repetitivos en figuras o en relaciones numéricas que propician en el estudiante estrategias para encontrar patrones.

Otro tipo de actividades que pueden servir para evidenciar un uso de las matemáticas son aquellas que las relacionan con otros saberes. Por ejemplo: el registro del crecimiento de una planta en la clase de ciencias es un ejercicio muy común, en el cual estudiante debe registrar los cambios que va presentando la planta a lo largo de los días. Esta clase de actividades tienen una gran importancia desde los significados que le dan los estudiantes a las magnitudes que van cambiando, en este caso el tiempo y la altura son medidas que se hacen más propias para el estudiante debido a que el mismo las realiza y que el estudio de su comportamiento tiene relación con las condiciones del experimento, como el tipo de planta o la temperatura.

Dichas actividades contextualiza el pensamiento variacional y demuestra su importancia en otras áreas del conocimiento que llegan a convertirse en generadoras de problemas que implican la modelación de algún fenómeno físico y en donde para la visualización de los comportamientos se cuenta con una gran variedad de representaciones como gráficas, tablas, esquemas y hasta lo verbal, lo que implica la gran relación que existe entre el pensamiento variacional y los sistemas de representación. Los estudiantes pueden hacer una tabla, una gráfica, o describir con palabras el comportamiento del crecimiento de la planta.

Además de la importancia curricular que tiene el pensamiento covariacional, es muy significativa la interpretación que se puede hacer de él en

contextos no escolares, en los cuales se presenta de manera más cotidiana y que puede enmarcar un nuevo tipo de propuestas para su análisis y estudios, ya que la habilidad de razonamiento covariacional de un individuo se puede determinar solo examinando el conjunto de comportamientos y acciones mentales exhibido mientras responde a esa tarea (Carlson & Jacobs, 2003). Por ejemplo es muy usual que los estudiantes se hagan preguntas acerca de fenómenos cambiantes que ven a su alrededor; el nivel de lluvias, la temperatura, o el salario de sus padres son algunos de estos fenómenos que pueden llegar a ser potenciadores de actividades que estudien estos cambios.

Este proyecto de investigación plantea los mecanismos para dar respuesta a este tipo de interrogantes desde un punto de vista científico, en donde el estudiante haciendo uso de las matemáticas pueda ser crítico frente al análisis que haga de los cambios que está estudiando. Este uso de las matemáticas

Hasta este punto se contaba con la motivación de crear escenarios propicios para el trabajo en equipo que ayudará a disminuir los índices de violencia y de intolerancia en el centro educativo Los Pinos y que tuviera el apoyo de los acudientes de los estudiantes para iniciar con el proyecto que se enfocará en la construcción de conocimiento matemático en un ambiente tecnológico.

Metodología

La idea inicial de esta propuesta define a la experimentación como una práctica generadora de otras prácticas que condicionan la construcción

de conocimiento. Experimentar es entendido como probar la eficacia y propiedades de una cosa, en este caso se estudiaron las características no de cosas sino de objetos propios de la matemática escolar. Kevin Bacon afirmaba que los hombres para conocer verdaderamente la naturaleza no deben solo estudiarla sino adquirir nuevos conocimientos a partir de la experimentación, y bajo estas premisas, el nuevo conocimiento matemático sería interpretado como una explicación para los fenómenos de la naturaleza. La actividad fundamental de la experimentación consiste en comparar las propiedades de los modelos con las propiedades correspondientes al mundo real (Baird, 1996)

Gracias a la experimentación se pueden proponer problemas de los cuales los estudiantes tengan explicaciones propias y que por medio del uso del conocimiento matemático puedan justificar desde un punto de vista matemático la veracidad de sus apreciaciones. Una metodología basada en esta apreciación hace necesario el diseño de laboratorios que establezcan secuencias para la comprobación de hipótesis.

El laboratorio se puede interpretar como un escenario para la explicación científica y la argumentación crítica de problemas. El laboratorio es una suma estructurada de actividades de modo que planeen la formulación de hipótesis y elaboración de tesis a través de la verificación experimental de la hipótesis formulada (Galletto, 2014)

El trabajo de laboratorio tiene diferentes usos pero principalmente podemos enmarcarlos de la siguiente manera (Hodson, 1994).

1. Para motivar mediante la estimulación del interés y la diversión.

2. Para intensificar, facilitar y propiciar la conceptualización de los elementos que conforman la teoría objeto de estudio.

3. Para proporcionar una idea sobre el método científico y desarrollar habilidades en la planeación organización y desarrollo del trabajo investigativo en su utilización.

4. Para desarrollar determinadas “actitudes científicas” como la consideración y valoración de las ideas y sugerencias de otras personas, la objetividad y la buena disposición para no emitir juicios apresurados.

Aunque estos usos son propios de prácticas experimentales en física o química, en esta propuesta se tienen en cuenta para la elaboración de módulos de trabajo que hagan parte de un laboratorio con una visión experimental de las matemáticas. La interacción con material concreto o la construcción de dispositivos para la comprobación de resultados matemáticos que carecían de sentido son algunos de los elementos presentes en estos diseños de escenarios.

El punto inicial es la escogencia de una temática en particular de la matemática escolar y luego de realizar un estudio epistemológico inicial se evidencia en la mayoría de los casos una relación de dicha temática con la resolución de problemas que dieron lugar a su origen. Problemas de predicción, medición o generalización entre otros son algunos de los propuestos inicialmente para desarrollo del conocimiento matemático y es en este punto donde se construyen las ideas iniciales del laboratorio y que hoy en día se pretenden llevar al aula para garantizar el interés del estudiante.

Se debe tener en cuenta que a lo largo de la historia el hombre no ha construido sus teorías por sí solo, sino que ha continuado otros trabajo o a interactuando con comunidades de estudio que hecho aportes para la consolidación de estas teorías. Galileo decía que un solo hombre no puede hacer ciencia (Galletto, 2014) y este aspecto se debe tener en cuenta en la concepción de que el laboratorio no es una metodología de trabajo individual sino que se establece bajo dinámicas de tareas grupales para la discusión de resultados y el planteamiento de preguntas que surgen en el desarrollo de estas actividades.

De esta manera se define el laboratorio de matemáticas como una metodología de trabajo de aula que apropia ideas de la ciencias experimentales para el diseño de actividades que centren su estudio en prácticas propias de este tipo de ejercicios, como el inferir, deducir verificar, registrar comprender, crear, o predecir y no en la manipulación abstracta de contenidos matemáticos que no contextualizan el saber de los estudiantes en la escuela de hoy.

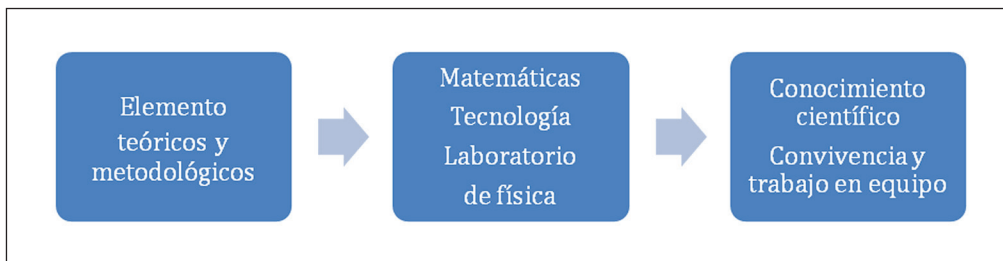
El objetivo principal de este proyecto de investigación es encontrar los elementos teóricos y metodológicos para el diseño de un laboratorio de ciencias en donde se analice el uso del pensamiento covariacional en prácticas experimentales que potencien el trabajo en grupo y la convivencia con estudiantes de poblaciones vulnerables.

El proyecto define sus referentes teóricos desde la perspectiva socioepistemológica la cual propone la unidad de análisis en las prácticas asociadas al conocimiento matemático y no en el conocimiento mismo. Desde esta misma perspectiva se plantea la idea de posibilitar el diseño de ambientes que propicien un uso del conocimiento contruyendo un nuevo significado a partir de los saberes previos de cada individuo, por lo tanto se legitiman otros saberes distintos al escolar que acompañan la construcción de conocimiento desde lo social dados los procesos argumentativos propios de un determinado contexto.

En esta investigación, los estudiantes presentan unos saberes previos acerca de determinados fenómenos que observan en su cotidianidad, algunas respuestas se enmarcan en una “lógica” propia de su entorno pero se hace evidente la falta de respuestas a interrogantes sencillos que de alguna manera u otra llenen sus expectativas. Por ejemplo en una de las sesiones de pilotaje se les preguntó a los estudiantes ¿Cómo hacían en su casa para enfriar algún líquido?. Algunas de las respuestas fueron:

Ana: Yo empiezo a soplar y a soplar y el chocolate se enfría.

Bernardo: Depende, cuando está muy caliente mi Mamá lo coloca en un recipiente más grande.



Camila: Mi Mamá me enseñó a tapar el vaso con un plato y revolverlo hasta que se va enfriando.

Cada una de las respuestas evocan un conocimiento inicial para responder este interrogante, muchos de ellos responden a partir de formas y métodos heredados por costumbres familiares que demuestran las características culturales de un saber y que ha servido para resolver algunos de los problemas tan elementales como enfriar un café. Estos saberes son el punto de partida para elaborar la metodología de trabajo con el grupo de estudiantes.

Primera fase:

A partir de una convocatoria realizada en la institución en los niveles de sexto y séptimo, se entrevistó a los estudiantes que presentaban interés en la propuesta y se procedió a conformar un grupo de 12 niños entre los 10 y los 12 años. Fue un denominador común en este grupo, el gusto por las matemáticas y el trabajo en áreas como las ciencias naturales. No se creyó conveniente utilizar ningún instrumento para medir capacidades cognitivas debido a que el laboratorio que se pretende diseñar es para estudiantes en general que presenten interés por estas disciplinas y no están supeditados a su desempeño escolar. Este punto generó algún tipo de discusión debido a los resultados que se puedan obtener.

Posteriormente se convocó a los padres de familia de los estudiantes para hacerlos partícipes del proyecto y explicar las fase y los alcances del mismo. Como actividad extracurricular los padres estuvieron de acuerdo, aunque es muy perceptible la poca expectativa que tienen del desenvolvimiento científico que pueden tener

sus hijos a lo largo del proyecto, es decir, dadas las pocas expectativas que tienen los padres de familia con la idea de que los estudiantes continúen sus estudios después de su fase escolar, no es muy atractiva la idea de destacarse y proyectarse en una profesión de corte científico.

Segunda fase:

Las sesiones se llevaron cabo una vez por semana en un espacio de dos horas y en una sala de cómputo destinada por la Universidad La Gran Colombia para este proyecto. Se suministró a cada estudiante una agenda y elementos de escritura para registrar todas las actividades y conclusiones realizadas en los laboratorios. Esta producción escrita fue la base de los análisis que se hicieron respecto a la argumentación que realicen los estudiantes en cada sesión. Se espera que producto de las discusiones que se generen en el desarrollo de cada laboratorio los estudiantes puedan recopilar de forma escrita o, a través de diagramas los resultados y las conclusiones que obtienen luego de la experimentación y de lo que pueden comprobar gracias al uso de la tecnología, en este caso con el uso del software geogebra. Cada laboratorio se desarrolló de la siguiente forma:

Sesión de introducción: En esta sesión inicia una discusión acerca de la explicación que los estudiantes tienen sobre determinados fenómenos físicos que ven a su alrededor. El primero de ellos gira en torno a la pregunta ¿Cómo se enfrían los líquidos?, lo cual es algo muy cotidiano para cada uno de ellos. En esta instancia los estudiantes comparten apreciaciones que demuestran un saber no escolar que explica este fenómeno y que en la mayoría de los casos es resultado de un conocimiento que se transmite de generación en generación a través de métodos

que funcionan para cada tarea que implique la solución de un problema, en este caso el cambio de temperatura de un líquido.

Bajo la perspectiva sociopistemológica, el saber de los estudiantes y de sus familiares tiene un valor equiparable con el saber escolar, a pesar que ellos no están en condiciones de explicar el por qué funcionan sus soluciones. Uno de los objetivos de este proyecto es que los estudiantes estén en condiciones de dar explicaciones sobre los fenómenos físicos que pueden evidenciar y con esto poder entender el uso que tiene la ciencia y las matemáticas como recurso para entender el funcionamiento del mundo.

En el caso particular del laboratorio, los estudiantes pueden conocer varios métodos que permiten enfriar un líquido y con lo que se continúa es con una serie de cuestionamientos acerca de las explicaciones que ellos le pueden dar a su método.

- ¿Cómo te diste cuenta que los líquidos se enfrían de esta manera?
- ¿Por qué crees que se enfría el líquido?
- ¿En qué condiciones se podría enfriar más rápido o más lento un líquido?
- ¿Para qué se pretende que las cosas se calienten o se enfríen más rápido?

Algunas de estas preguntas, los estudiantes no las pueden responder y buscan una explicación del fenómeno a partir del análisis que se puede hacer estudiando el comportamiento del mismo, en lo cual, es fundamental la práctica de la medición para, determinar los cambios de la temperatura y registrarlos en tablas que relacionen las magnitudes. En este tipo de actividades Sierpínska (Sierpínska, 1992) afirma que son importantes factores tales como:

- **Motivación:** los estudiantes deben estar interesados en explicar los cambios, para así encontrar regularidades entre ellos.
- **Contextos introductorios:** Las funciones expresadas en forma analítica deben aparecer en primer lugar como herramientas para modelar ciertas situaciones de la vida real o científicas.
- **Contextos de desarrollo:** Los métodos de interpolación se deben usar para desarrollar la noción de función.
- **Comprensión de la noción de función.** Los estudiantes deben ser capaces de identificar no sólo aquello que cambia sino también cómo cambia.
- **Representaciones:** Los estudiantes deben tener la oportunidad de adquirir cierta flexibilidad en el uso de diferentes modos de expresión y de representación.
- **Metodología:** La discusión en clase de las similitudes y diferencias entre las relaciones causales y las relaciones funcionales puede contribuir a la comprensión de ambas nociones.

Sesión dos: En esta sesión los estudiantes se enfrentan directamente con el fenómeno. No se le suministran los datos, ni tampoco se simulan a través de una aplicación tecnológica, lo que se considera fundamental es la confrontación entre los datos obtenidos y la explicación del fenómeno lo cual hará que toda la actividad la consideren “suya”.

En este caso, los estudiantes contaron con un termómetro el cual les permitió tomar la tem-

peratura del líquido y registrar el cambio de la temperatura. Es muy importante que identifique las magnitudes que están variando y cómo varían una con respecto a la otra. Estos cambios se interpretarán desde diferentes formas de representación lo que permite analizar las características y propiedades más importantes de cada comportamiento. Las notaciones pueden ser de tipo gráfico o simbólico, y en este laboratorio se tuvieron en cuenta:

1. Tabla de datos
2. Gráfica del comportamiento del fenómeno
3. Interpretación de las variables
4. Descripción verbal del comportamiento.

A través del tránsito entre las distintas representaciones de los comportamientos de fenómenos de la naturaleza y en un marco de referencia físico se caracterizó cada uno de los comportamientos pero según Janvier (Janvier, 1987) el concepto de función no se ha entendido globalmente hasta que no se es capaz de pasar de una de las representaciones a todas las demás. Estos transitos entre representaciones se

Sesión tres: Comparación y verbalización de las características: En esta parte se encuentra el resultado fundamental de este proyecto y es la presentación de los resultados y la comprobación de las hipótesis, esto a raíz de la importancia que tiene para el análisis el poder mejorar los vínculos de convivencia y de respeto. La comunidad a la cual pertenecen los estudiantes carecen de espacios en donde puedan construir conocimiento a partir del trabajo en grupo, la comparación y argumentación de ideas que busquen explicar un tipo de fenómeno, en este caso el laboratorio los lleva a que tengan un interés común el cual genere discusión en el momento de validar los resultados que ellos mismos, en conjunto, asimilan como propios.

Los estudiantes comparten y comparan los datos que obtuvieron y buscan formas de representación que validen las hipótesis que discuten, proponen y construyen. Sus registros escritos son elementos básicos para la interpretación de las conclusiones que ellos proponen luego de una etapa de discusión, en donde se generan las siguientes categorías de análisis.

	Descripciones verbales	Tabla de Datos	Gráficos Cartesianos	Expresiones algebraicas
Descripciones verbales		Medir	Destrezas de modelización	Modelar
Tabla de Datos	Leer		Dibujar	Ajustar
Gráficos Cartesianos	Interpretar	Leer		Ajustar
Expresiones algebraicas	Reconocimiento de parámetros	Calcular	Dibujar	

Tabla 1: Tránsito entre las representaciones del concepto de función (Janvier, 1987)

1. Argumentación
2. Predicción
3. Tolerancia
4. Pensamiento crítico

El análisis de estas categorías se convertirán en la base de esta propuesta que busca proponer un nuevo discurso escolar, más centrado en las prácticas y usando a las matemáticas y a la tecnología como una herramienta que ayude a la construcción de escenarios de convivencia en la concepción de una escuela más inclusiva y en donde se vaya fortaleciendo el pensamiento crítico de los estudiantes a través de la explicación de fenómenos físicos cotidianos.

Conclusiones y resultados

En esta fase inicial del proyecto se ha construido la idea del laboratorio del pensamiento variacional, un escenario que responde a las necesidades sociales de convivencia y multiculturalidad presente en la comunidad educativa del barrio los Laches y que propone a través de las matemáticas y el uso del software Geogebra, la ampliación del discurso escolar. Por lo cual los resultados del laboratorio se encaminan a poder caracterizar cada uno de los comportamientos que se describen a partir de los fenómenos físicos y que se convierten en la base del concepto de función, idea fundamental en la estructura del cálculo. En el discurso escolar, se ha privilegiado la enseñanza de la función a un tratamiento analítico que dificulta mucho la interpretación que se le puede dar a la idea de funcionalidad, por esta razón el laboratorio tiene como resultado inicial ser un escenario que permite la contextualización de “lo funcional” y establecer un grado de importancia mayor en los comportamientos físicos y no en la representación algebraica de una función.

Por otro lado, el uso del software Geogebra ofrece a los estudiantes la posibilidad de utilizar herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje, con lo cual, este tipo de estudiantes presentan unas competencias tecnológicas que no los excluye del ámbito laboral en donde es usual el uso de estas herramientas. Geogebra, los ayuda a visualizar los comportamientos resultado de sus mediciones y con esto construir argumentos para realizar sus discusiones y llegar a consensos en cada uno de los grupos de trabajo conformados. Por esta razón, la tecnología juega un papel vital en este proyecto al permitir a los estudiantes comprobar sus conjeturas y las predicciones que la fase experimental determinan, con lo cual se van a determinar tres categorías que se tendrán en cuenta a partir del uso del software.

1. La comprobación ¿Qué aspectos del uso de la tecnología los permite comprobar sus hipótesis?

Estas categorías se analizarán a partir de las producciones escritas y los consensos que hacen los estudiantes en la última parte de cada uno de los laboratorios.

Otro de los factores determinantes en el análisis de los resultados del proyecto es la capacidad que tiene el grupo para exponer sus ideas y llegar a valorar los distintos saberes que tienen sus compañeros. La interpretación de esta información se hará a partir del estudio de cada uno de los consensos que los estudiantes hagan y de los aspectos que influyen en ellos para aceptar o compartir algún argumento. La información se obtendrá de la grabación de cada uno de los laboratorios y responderá a las siguiente categoría:

2. Consenso ¿Qué los hace llegar a consensos a partir de la experimentación física?

Los resultados de esta categoría definirán los parámetros que se tendrán en cuenta en un cambio del discurso de la clase de matemáticas en la hipotética escuela del posconflicto, dado que es vital realizar desde las licenciaturas en matemáticas este tipo de reflexiones y producto de proyectos de investigación que involucren focalizar la atención en la construcción social de conocimiento, desligando nuestra mirada en los contenidos y potenciando el estudio de las prácticas que permiten dicha construcción.

La tercera categoría está centrada en el aporte que este proyecto puede hacer a la educación matemática como campo disciplinar y desde la perspectiva sociopistemológica el concepto de práctica social se entiende como aquello que hace hacer lo que un grupo social hace, es decir lo que norma la actividad del ser humano; en este caso el laboratorio del pensamiento variacional se convierte en un escenario normado por la práctica de la medición y que propicia analizar lo que varía y como varía. Ese cambio se puede cuantificar a partir de mediciones con distintos instrumentos que propician la utilización de sistemas de medidas, los cuales en algunos casos, no conocían y les permiten una mejor interpretación del conocimiento a partir de problemáticas de su entorno.

Medir se convierte en una práctica normativa de las predicciones que pueden llegar a realizar los estudiantes a partir de unos datos tomados inicialmente. Este escenario propicia la tercera categoría en el análisis de resultados del proyecto.

3. Medición: ¿Cómo la medición norma los argumentos predictivos de fenómenos fi-

sicos cotidianos de estudiantes de poblaciones vulnerables?

En esta fase inicial del proyecto y después de algunas sesiones de pilotaje se cuenta con una estructura teórica del laboratorio de pensamiento variacional y que en la continuación del proyecto definirá el estudio cualitativo que se hará del análisis de los resultados en este escenario escolar.

Referencias

Arrieta, L. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*, Tesis de Doctorado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

Baird, D. (1996). *Experimentación: Una introducción a la teoría de las mediciones y al diseño de experimentos*. México: Prentice Hall.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática*. Madrid: Paidós.

Buendía, G. (2004). *Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones*, Tesis de Doctorado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

Carlson, M., & Jacobs, S. (2003). *Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos*. *Revista Ema*, 121-156.

Cordero, F. y Martínez, J. (2001). *La comprensión de la periodicidad en los contextos discreto y continuo*. En G. Beitía (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (volumen 14,*

pp. 422–431). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Galetto, M. (2014). *Saber Experimentar*. Bogotá: Magisterio.

Godino, J., & Batanero, C. (1996). Investigaciones sobre fundamentos teóricos y metodológicos de la educación matemática. En J. Godino, & C. Batanero, *Investigaciones sobre fundamentos teóricos y metodológicos de la educación matemática* (págs. 59–74). Granada: Universidad de Granada.

Gonzales, R. (2005). Un modelo explicativo del interés hacia las matemáticas de las y los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 107–128.

Hodson, D. (1994). Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio. *Enseñanza de las ciencias*, 299–313.

Janvier, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. En C. Janvier, *The notion of function as an example* (págs. 67–71). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento variacional y tecnologías computacionales*. Bogotá: Enlace Editores Ltda.

Miranda, A. (2009). *Implementación de estrategias lúdicas en la enseñanza del álgebra*. Obtenido de <http://investigacioncomunicativa.wikispaces.com/file/view>

Sierpinska, A. (1992). The concept of function. Aspect of Epistemology and Pedagogy. En G. Harel, & E. Dubinsky, *Understanding the notion of function* (pág. 25.58). Cambridge: Mathematical Association of America.