

LOS USOS DE LA OPTIMIZACIÓN EN UNA SITUACIÓN DE SELECCIÓN

Tamara Del Valle Contreras, Astrid Morales Soto, Francisco Cordero Osorio

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. (Chile)

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. (México)

tamaradc.mat@gmail.com, astrid.nicr@gmail.com, fcordero@cinvestav.mx

Palabras clave: opacidad, discurso matemático escolar, optimización

Key words: opacity, mathematical discourse school, optimization

RESUMEN

En el *discurso Matemático Escolar* la optimización es un proceso desprovisto de significaciones, procedimientos y argumentaciones, ya que existe una mayor centración en los objetos matemáticos utilizados en la aplicación de métodos de optimización que en sus *usos*.

En este artículo se justifica la formulación de un *Marco de Referencia* de los *usos de la optimización* para valorar la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimiento. De esta manera, se busca estrechar la distancia existente entre la matemática escolar y el cotidiano, con el fin de resignificar los *usos de la optimización* en el *discurso Matemático Escolar*.

ABSTRACT

In the *Mathematical School speech* optimization is a process devoid of meaning, procedures and arguments, as there is a greater focus on mathematical objects used in the application of optimization methods in their *uses*.

This article describes the development of a *Framework Reference* of the *uses optimization* for warranted to assess the functional justification demanding other knowledge domains. Thus, it seeks to strengthen the gap between school mathematics and everyday, in order to give significance to *optimization uses speech at the Mathematical School*.

■ El fenómeno de la opacidad del conocimiento de la vida del ciudadano en el discurso Matemático Escolar de la optimización

La matemática escolar se encuentra permeada por una matemática estructural, dejando de lado la matemática del cotidiano. En Gómez, Silva-Crocci, Cordero y Soto (2014) se dice que la matemática escolar se encuentra normada por un sistema de razón que llamaremos *discurso Matemático Escolar (dME)* (Soto, D. y Cantoral, R., 2014). Por lo demás, el *dME* no considera los *usos* del conocimiento, la cultura, ni el escenario de los individuos a quienes se dirige la enseñanza, lo cual produce un fenómeno de *opacidad de la vida cotidiana* (Gómez, 2013).

El fenómeno de *opacidad* se debe a la inexistencia de *Marcos de Referencia (MR)* que nos permitan resignificar los *usos* del conocimiento matemático en el *dME*. Por lo anterior, es que se buscan *MR* que dirijan su atención hacia las maneras en que se *usa* el conocimiento matemático, reconociendo en su *uso* la situación que le subyace, es decir, reconocer una situación que provoque el surgimiento de dicho conocimiento.

En el sistema educacional chileno la optimización es parte de una de las ramas de la matemática llamada investigación de operaciones, la cual consiste en la aplicación de métodos matemáticos para realizar aquellos procesos de toma de decisión. Sin embargo, el acento está marcado hacia los objetos matemáticos involucrados en los métodos de optimización, que fuera de ahí pudiera no reconocerse a la optimización como un conocimiento (por el estudiante y docente).

El currículum, los programas y los modelos educativos provocan que los entendimientos de la optimización generen un discurso que depone sus significaciones, procedimientos y argumentaciones, el cual no considera -ni reconoce- los *usos de la optimización (U(op))* del cotidiano de las comunidades.

La optimización, en el *dME*, se ha convertido en un proceso mecánico, donde existe una mayor centración en los objetos matemáticos que intervienen en los métodos de optimización: derivada, inequaciones, matrices, gradientes, entre otros; soslayando los *U(op)* en situaciones reales de diversas disciplinas. En otras palabras, el actual *dME* de la optimización *opaca* el conocimiento del cotidiano, generando una barrera entre esas matemáticas del cotidiano y la matemática escolar.

A pesar de que las argumentaciones de optimización usadas en el cotidiano de las comunidades son más cercanas al conocimiento matemático funcional, estas se encuentran *opacados* por el *dME*. Es por esto que nos proponemos elaborar un *MR* de los *U(op)*, el cual considere las matemáticas del cotidiano y nos permita develar aquello que está *opaco* en el *dME* de la optimización.

■ Primer acercamiento hacia aquello que está opaco

La problemática de investigación es abordada desde la Teoría Socioepistemológica, lo que conlleva la construcción de un *MR* que valore la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimiento y permita rediseñar el *dME* de la optimización a través de la resignificación de sus *usos*. De esta manera, se busca estrechar la distancia existente entre la enseñanza de la optimización en la matemática escolar y el conocimiento matemático del cotidiano.

Se han construido diversos *MR* bajo una mirada Socioepistemológica. Por ejemplo, Cordero en el año 2001 señala que “hasta ahora se han logrado precisar tres de estos marcos y se ha convenido presentarlos en términos de situaciones: variación, transformación y aproximación. Cada situación compone un marco epistemológico del cálculo, respectivamente” (pp. 114). Esta epistemología pretende rediseñar el *dME* del cálculo y del análisis, promoviendo un discurso basado en aquellos *MR* que expresan el cotidiano de la gente que *usa* ese conocimiento en situaciones específicas como la variación, transformación y aproximación (Morales & Cordero, 2014).

Este enfoque teórico nos invita a seguir en la búsqueda de otras situaciones que generan el conocimiento matemático que *usa* la gente en su cotidiano y le es funcional. Por ejemplo, si necesitamos un modelo de variación uniforme que represente a un conjunto de puntos dispersos (ver figura 1), se sabe que podemos dar respuesta a ello utilizando el método de mínimos cuadrados. En cambio, si enfocamos la atención en aquello que provoca la utilización del método, identificamos que se solicita adaptar el comportamiento de un conjunto de puntos dispersos en un modelo lineal, donde existen infinitas rectas que pueden representar ese modelo (ver figura 2). Asimismo, de todas las rectas que se pueden escoger, se debe seleccionar cuál podrá representar de mejor manera esos datos. De esta manera, emerge, en el marco socioepistemológico (Cantoral y Farfán, 2003), una situación que subyace a la necesidad de utilizar el método de los mínimos cuadrados, la “situación de *selección*”, ya que se debe seleccionar una de todas las rectas que pasan por esos puntos; la decisión de elegir una recta u otra puede depender de las variables de condición que rodean el contexto del problema.

Figura 1: gráfico de dispersión

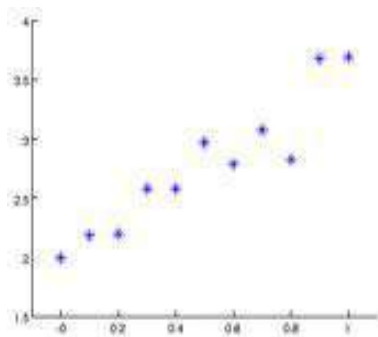
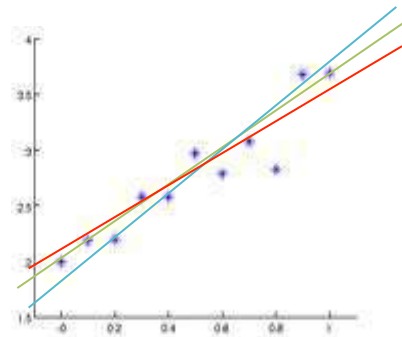


Figura 2: la mejor recta



El caso anterior nos muestra que previo a proceder a usar un método existe una situación que genera esa necesidad de seleccionar. Esta situación nos proporciona la primera premisa con que nos enfrentamos en esta investigación, lo que conlleva la tesis siguiente: una situación de *selección* específica genera argumentaciones de optimización (*Arg(op)*), los cuales son la resignificación del *uso* del conocimiento matemático en donde la significaciones conceden procedimientos según el instrumento útil del humano (Cordero, en prensa); y en consecuencia, nuestra primera pregunta ¿Cómo construir el *MR* en cuestión?

■ Los usos de la optimización en un marco de referencia

Reconocer las argumentaciones de los objetos matemáticos utilizados en los métodos de optimización, permitirá expresar la resignificación del conocimiento matemático en cuestión. Para ello es necesario hacer visibles tres elementos: las significaciones (elementos que le dan sentido a la situación específica), los procedimientos (ejecución fundamental derivada de las significaciones) y el instrumento que le es útil al humano (la experiencia sobre la cual se trabaja) (Cordero, 2001). Los tres elementos implican la transversalidad de los $U(op)$ al ubicarse en diferentes escenarios. Y para establecer la resignificación del $U(op)$ se requiere analizar el debate entre el funcionamiento y la forma que el conocimiento de la optimización ha adquirido en dichos escenarios.

Los funcionamientos de la optimización en diferentes escenarios, nos permitirán develar las significaciones que brindan procedimientos y para ello será necesario un instrumento que le es útil a lo humano. De esta manera, el funcionamiento de la optimización podrá debatir con la forma que ha adquirido en aquellas comunidades que la usan al enfrentar situaciones específicas propias de su cotidiano.

■ Los usos de la optimización en Lagrange y en los ingenieros mecatrónicos

Los escenarios a considerar para la formulación del MR de los $U(op)$ fueron el de unos ingenieros en oficio y la obra de Lagrange. En el primero, se estudia la investigación realizada por seis ingenieros mecatrónicos en oficio, llamada “a genetic algorithm for filter design to enhance features in seismic images” (Orozco M., Ortiz C., Urrutia J., Martín R., Rodríguez A. y Villaseñor P., 2013). En el Segundo, se estudia la obra de Joseph-Louis Lagrange con su trabajo de los multiplicadores, el que fue desarrollado en el libro de la “Mecanique Analytique” (Lagrange, J. 1963).

Para analizar ambos trabajos, nos posicionamos con la premisa del MR , donde proponemos que una situación de *selección* genera $Arg(op)$. Asimismo, para precisar en por qué hablamos de una situación de *selección*, presentaremos a grandes rasgos los resultados encontrados en el análisis de ambos escenarios. Y por consiguiente, mostraremos qué nos permitió identificar las significaciones, los procedimientos y el instrumento que permiten generar dichas $Arg(op)$.

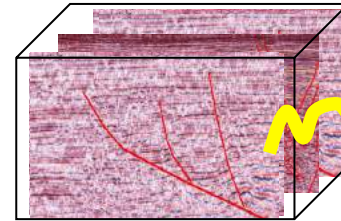
Lagrange, en su obra, se enfrenta a una situación en la cual debe seleccionar la resistencia que debe sufrir un cuerpo (el cual ejerce una fuerza en un determinado momento) en virtud de su relación mutua (figura 3), donde es necesario distinguir cualidades de las ecuaciones que representan la fuerza de los cuerpos. Por otro lado, en el trabajo de los ingenieros mecatrónicos, es necesario seleccionar en qué parte de una superficie se deberá realizar una excavación para extraer petróleo (figura 4), con el fin de reducir tiempos, costos y riesgos en el proceso de exploración e incrementación de la productividad de los geocientíficos.

Figura 3: Ecuación de equilibrio de Lagrange

$$Pdp + Qdq + Rdr + \dots + \lambda dL + \mu dM + \nu dN + \dots$$

Relación mutua
Fuerzas Cuerpos Resistencia

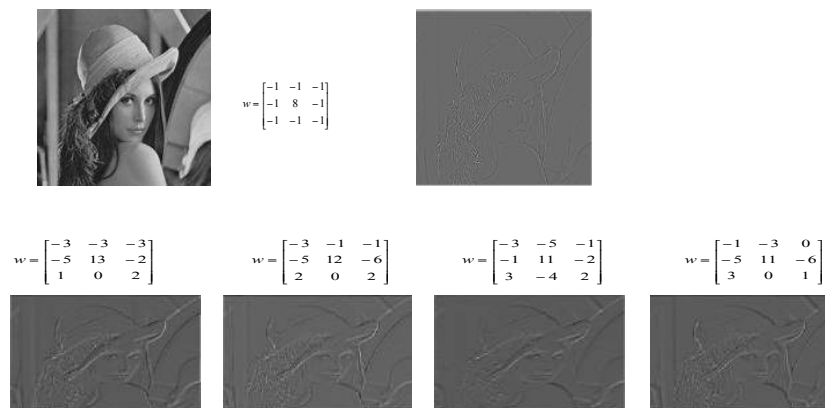
Figura 4: Imágenes de la superficie a explorar



En la situación de *selección* se producen significaciones a los que hemos llamado *patrones de adaptación*.

Lagrange trabaja con la diferencial de cada ecuación de condición (λdL ; μdM ; νdN ...) y con la diferencial de las ecuaciones que representan la fuerza de los cuerpos (Pdp ; Qdq ; Rdr ...), al trabajar con las diferenciales de cada ecuación lo que se busca es una *adaptación* de las ecuaciones a la de una misma naturaleza y así poder construir la ecuación del equilibrio. Asimismo, en el trabajo de los mecatrónicos se busca adaptar cada imagen a una más nítida, para ello se aplica un filtro a las señales de transferencia arrojadas por el sensor (figura 5).

Figura 5: Filtro que adapta la calidad de la imagen.

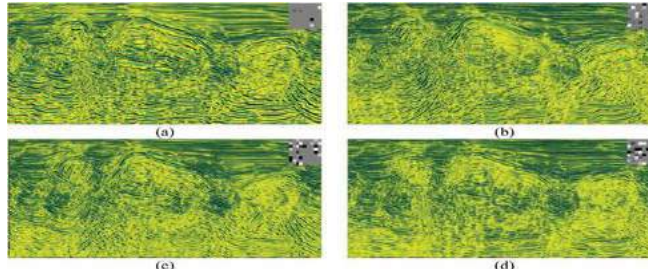


Para producir los *patrones de adaptación* es necesario brindar procedimientos de *distinción de cualidades*. En otras palabras, es necesario distinguir para buscar la adaptación.

Uno de los procedimientos de Lagrange en su obra, es distinguir las cualidades de los coeficientes indeterminados (multiplicadores λ , μ y ν), los cuales deben multiplicarse a las ecuaciones de condición, para eliminar un número semejante de ecuaciones y construir la fórmula general del equilibrio. Es decir,

distinguen las cualidades de las ecuaciones de condición que tiene para asociarlas a un multiplicador, y así, adaptarlas en una ecuación de equilibrio. En el trabajo de los mecatrónicos, es necesario distinguir cuál de las imágenes – a las que le fue aplicado el filtro- posee mayor nitidez (figura 6).

Figura 6: Distinción de las características de cada imagen.



Lo estable es el instrumento que le es útil a lo humano La situación de *selección* requiere de un instrumento, el cual dirige la selección hacia algún ideal; se trata de seleccionar el que este más próximo al ideal (considerando las variables de condición). Ese tendencial a lo ideal es a lo que le hemos llamado *lo estable*.

En la obra de Lagrange, se observa la búsqueda de comportamientos con tendencia a cero. Esto se puede observar al usar los multiplicadores (λ , μ y ν) para que las fuerzas de los cuerpos (Pdp ; Qdq ; $Rdr...$) y las ecuaciones de condición (λdL ; μdM ; $\nu dN...$) tiendan a cero al calcular su diferencia (en este caso *lo estable* es llegar a cero y para ello se construye la ecuación del equilibrio). Por otro lado, *lo estable* en el trabajo de los mecatrónicos, se observa en la *selección* de las imágenes, ya que se buscan aquellas que poseen zonas con mayor cantidad de hidrocarburo.

El análisis e interpretación del uso de la optimización, a través del debate entre el funcionamiento y la forma que ha adquirido en ambos escenarios, nos permite observar una transversalidad en aquello que lo hace ser funcional. Así, se establece una resignificación de los $U(op)$, proveyendo al dME de un MR basado en $Arg(op)$, argumentaciones que se justifican a la luz de los *usos* en una situación específica de los ingenieros mecatrónicos y del físico, matemático y astrónomo italiano Joseph-Louis Lagrange.

■ Una resignificación de los usos de la optimización

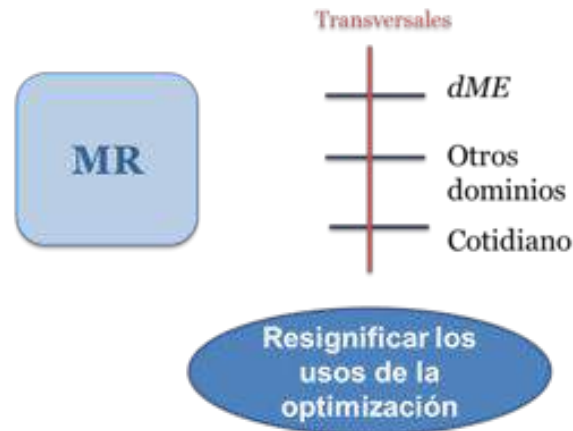
El reconocimiento de estos elementos nos permite elaborar un MR (figura 7) que rediseñe el dME de la optimización, ya que proporciona un marco basado en *usos*, donde una situación de *selección* genera $Arg(op)$ cuando en ella interfiere un instrumento que le hemos llamado *lo estable*, ya que se busca que esa selección tienda hacia un ideal, provocando la construcción de *patrones de adaptación* a través de la *distinción de cualidades*.

Figura 7: Epistemología de los U(op)

Situación	Selección
Significaciones	Patrones de adaptación.
Procedimientos	Distinción de cualidades
Instrumento	Lo estable
Argumentaciones	Optimización

Este MR de los U(op) busca que el dME de la optimización sea transversal a su uso en otros dominios de conocimiento y en el cotidiano de la gente. De esta manera, podemos hablar de una resignificación de los U(op) (figura 8).

Figura 8: El MR en búsqueda de una transversalidad



La resignificación de los U(op) a través de un MR que valora la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimientos y el cotidiano de las comunidad que usan la optimización, promueven un rediseño del dME, el cual permita estrechar la relación existente entre la matemática escolar y el cotidiano.

En agradecimiento: Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto Las Resignificaciones del Uso del Conocimiento Matemático: la Escuela, el Trabajo y la Ciudad. Clave 0177368

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6(1), 27-40.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 4(2), 103-128.
- Cordero, F. (en prensa) Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: El Eslabón de la Matemática y el Cotidiano. En Díaz y Arrieta (Eds), *Investigaciones latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa*, España: Díaz de Santos.
- Gómez, K. (2013). *La Socialización de la Función del Conocimiento Matemático: Pluralidad Epistemológica y Opacidad del Cotidiano*. Memoria Pre-Doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. D.F., México.
- Gómez, K. Silva-Crocci, H., Cordero, F. y Soto, D. (2014). Exclusión, Opacidad y Adherencia. Tres fenómenos del discurso Matemático Escolar. En Flores, R. (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 1457-1464. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.
- Lagrange, J. (1963). La Statique: Manière plus simple et plus générale de faire usagede la formule de L'équilibre, donnée dans la deuxième. En J. Bertrand (Ed), *Mecanique Analytique* (pp. 69-99), México: Clásicos de la Ciencia.
- Morales, A. & Cordero, F. (2014). La Modelación-Graficación y la Serie de Taylor. Una Socioepistemología del Cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 17(3), 319-345.
- Orozco, M., Ortiz, C., Urrutia, J., Martín, R., Rodríguez, A. y Villaseñor, P. (2013). A genetic algorithm for filter design to enhance features in seismic images. *Journal of Geophysics and Engineering* 1(1), 1-13.
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). El discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión Socioepistemologica. *Boletim de Educação matemática* 28(50), 1525-1544.