

## USO DE LA CALCULADORA CIENTÍFICA EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LOS ALUMNOS DE SEGUNDO AÑO DE NIVEL MEDIO

**Patricia N. Bernardi, Elvira G. Rincón Flores, Leopoldo Zúñiga Silva**

Universidad Siglo 21, Sede Río Cuarto. (Argentina)

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey. (México)

pbernardi@uesiglo21.edu.ar, elvira.rincon@itesm.mx, lzs@tecvirtual.mx.

**Palabras clave:** matemáticas, recursos tecnológicos

**Keywords:** mathematics, technological resources

### RESUMEN

El objetivo de esta investigación es determinar si el uso de la calculadora científica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros facilita la comprensión de operaciones con números negativos en alumnos de segundo año de nivel medio. Se utilizó un enfoque metodológico cuantitativo. Se consideraron dos muestras, grupo control (sin calculadora) y grupo experimental (con calculadora). Se aplicaron idénticos instrumentos de medición. Los resultados, validados mediante una prueba t de Student para diferencia de medias, demostraron que el uso de la calculadora científica facilita la comprensión de operaciones con números negativos.

### ABSTRACT

The objective of this research was to determine whether the use of the scientific calculator in the teaching-learning process of integers numbers facilitates understanding of operations with negative numbers in second year students in high school. A quantitative methodological approach was used. Two samples, the control group (without a calculator) and the experimental group (with a calculator) were considered. Identical instruments were applied. The results, validated by a Student t test for the mean difference showed that the use of the scientific calculator facilitates understanding of operations with negative numbers.

## ■ Antecedentes del problema

Un buen profesor de Matemáticas no solo debe poseer conocimientos de la disciplina sino que debe saber transmitirlos a sus alumnos usando diversas estrategias de enseñanza, debe fomentar el aprendizaje significativo de los alumnos, hacer sus clases dinámicas y estar siempre predispuesto a investigar sobre lo que ocurre en clase (Felicetti, 2011).

El fracaso en Matemáticas en muchas ocasiones se debe a la estrategia de enseñanza implementada por el docente, fundamentalmente en el momento de tener que hacer la enseñanza formal de contenidos abstractos. Es importante que el docente transmita saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales, como así también que incorpore recursos tecnológicos en la enseñanza (Bertrán y Guevara, 2001).

Se considera a la Matemática como un proceso de construcción humana, logrado a través de la resolución de problemas en su relación con el pensamiento matemático divergente, que despierta la curiosidad del alumno, lo motiva hacia la resolución del problema, interpreta el problema, se hace preguntas, desarrolla su creatividad, busca caminos alternativos de solución, prueba soluciones, encuentra la mejor solución utilizando pensamiento creativo y no un pensamiento vertical o lineal (Rodríguez, 2005).

El aprendizaje de los números enteros en la escuela, tiene lugar cuando los alumnos están atravesando la adolescencia con sus características particulares, transitando desde el pensamiento operativo al pensamiento formal (Palacios, 1994). Los docentes observan que la principal dificultad en el aprendizaje de los números enteros se presenta en la resta, especialmente en el momento de formalizar la operación, con los consecuentes problemas que esto les trae en el futuro, tanto en Matemáticas como en otras disciplinas, donde los números enteros sean la base de nuevos conocimientos.

La escuela donde se lleva a cabo esta investigación está ubicada en la ciudad de Río Cuarto, Provincia de Córdoba, República Argentina. Es una escuela pública de gestión privada. Los alumnos solo pueden usar la calculadora para corroborar los resultados de los ejercicios o problemas resueltos en forma mental o manual, pero su uso no está implementado como una estrategia didáctica. La calculadora no se puede utilizar en las evaluaciones. En las evaluaciones de calidad educativa implementadas por el Ministerio de Educación de la Nación -Presidencia de la Nación Argentina (2011) y en los exámenes de ingreso a algunas universidades no se permite usar calculadora científica. Los docentes de Matemáticas no logran acuerdos a la hora de decidir sobre su implementación en la enseñanza.

Esta investigación surge por la necesidad que tienen los docentes de encontrar alguna estrategia que permita a los alumnos de nivel medio de enseñanza secundaria comprender los números negativos y las operaciones que los involucran. La falta de apropiación de este contenido causa dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de otros temas que lo tienen como conocimiento previo, lo que produce en consecuencia bajo rendimiento en matemática y falta de motivación para aprender. Por tales razones surgió el interés de valorar los efectos que produce el uso de la calculadora científica en el aprendizaje de los números enteros.

### ■ Marco teórico

Un obstáculo epistemológico se define como la dificultad mostrada en el proceso de enseñanza-aprendizaje, obstáculo del que tomó conciencia la comunidad matemática de una determinada época (Gascón, 1998). Un obstáculo se presenta al darles a los números negativos categoría de números, como los números negativos aparecen por primera vez contextualizados en el conjunto de los números enteros, los alumnos creen que todos los números negativos son enteros. Otro obstáculo puede deberse a que hay tres significados del signo menos: como operación binaria, denominada resta o sustracción, como la representación simbólica de un número negativo o como el opuesto de un número, los cuales pueden provocar confusiones en los alumnos si no se toma el tiempo y cuidado para la comprensión de esos roles. Por otro lado, el momento en que el alumno tiene la mayor dificultad en el aprendizaje de los números enteros es durante el período de la transición de la aritmética al álgebra, debido al pasaje de operaciones concretas a operaciones abstractas (Grupo Azarquié, 1993).

Muchos profesores de Matemáticas consideran que el uso de la tecnología inhibe el desarrollo de ciertas habilidades matemáticas; otros consideran que la tecnología es aplicable en todas las situaciones, promoviendo en los alumnos un uso de la tecnología que consiste a apretar botones sin promover una reflexión sobre lo que se está realizando. El punto de equilibrio todavía no ha sido alcanzado (Torres, Rincón y Domínguez, 2011).

En la educación secundaria de la República Argentina, la Reforma Educativa del año 1995 propone incorporar nueva tecnología educativa, a pesar de ello, solo en algunas escuelas se ha comenzado a incorporar en clase de Matemáticas la calculadora gráfica. Si bien los profesores no prohíben el uso de la calculadora gráfica, tampoco lo promueven, es decir su uso no está integrado en el proceso de aprendizaje del alumno. (Del Puerto y Minnaard, 1997).

### ■ Metodología

Esta investigación educativa se fundamenta en el paradigma positivista que sostiene una postura realista y objetiva.

La muestra es no probabilística, su elección depende de las características particulares del estudio (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Está formada por los alumnos que cursan sus estudios secundarios en el Instituto Adscripto San Buenaventura. De las tres divisiones de segundo año que tiene el colegio, A, B y C, se eligen dos grupos, A y C, divisiones a cargo del investigador. Los grupos control y experimental se asignan al azar entre esas dos divisiones.

Los instrumentos de medición seleccionados para esta investigación fueron pre-prueba, cinco actividades de aprendizaje y pos-prueba. Las categorías a observar fueron: Resolución de problemas, identificación de los distintos significados del signo menos, resolución de la suma de números enteros, resolución de la resta de números enteros, resolución de la multiplicación de números enteros y resolución de la división de números enteros.

## ■ Análisis y discusión de resultados

En la categoría “resolución de problemas”, en ambos grupos la mayoría de los alumnos interpretó el problema en forma correcta, mientras que en el grupo experimental fue superior el número de alumnos comparados con el grupo control que identificó los datos relevantes, plantearon una solución y lograron resolverlo. En la categoría “identificación de los distintos significados del signo menos”, la mayoría de los alumnos de ambos grupos logró identificar los distintos del signo menos, cuando el número negativo se utilizaba para representar un número negativo, una resta y/o el opuesto de un número entero.

En la categoría “resolución de la suma de números enteros” se observó que en ambos grupos la mayoría de los alumnos sumó bien números enteros, aunque este porcentaje es significativamente superior y más uniforme en el grupo experimental. En la categoría “resolución de la resta de números enteros”, se observó que en ambos grupos la mayoría de los alumnos restó bien números enteros aunque los datos son más uniformes en el grupo experimental. En el grupo control resta bien la mitad de los alumnos, mientras que en el grupo experimental restan bien dos tercios de los alumnos. En la categoría “resolución de la multiplicación de números enteros, se observó que en ambos grupos se obtuvieron resultados similares, la mayoría de los alumnos multiplicó bien números enteros y alrededor del 10% no multiplicó. En la categoría “resolución de la división de números enteros, se observó que en ambos grupos la mayoría de los alumnos dividió números enteros, aunque el porcentaje fue significativamente superior en el grupo experimental y con una distribución más uniforme de los datos con respecto al promedio.

Para validar los resultados obtenidos en la aplicación de los instrumentos pre-prueba y pos-prueba, se utilizó la prueba t-Student para diferencia de medias poblacionales con varianzas poblacionales desconocidas. Para determinar si las varianzas poblacionales eran iguales o distintas se aplicó una prueba F de Fisher para diferencia de varianzas. Ambas pruebas tuvieron un nivel de significación del 5%. La viabilidad en la aplicación de estas pruebas estuvo garantizada por el Teorema central del límite (Berenson y Levine, 1996). Los resultados descriptivos e inferenciales fueron complementados con la información obtenida de las observaciones de clases y de las entrevistas.

Se les dio un tratamiento especial a los distintos significados del signo menos porque se partió de los obstáculos epistemológicos presentes en la historia de los números negativos menos (Colacelli, García, García y Zorzoli, 1996). El docente a través de la transposición didáctica, sumada a sus concepciones previas de la enseñanza y a su experiencia en el trabajo áulico logró el aprendizaje de las operaciones con números enteros negativos, necesarios para el alumno en segundo año y en cursos superiores (Chevallard, 1998; Gallego y Nevot, 2008).

La mayor dificultad se presentó en la resta porque les fue difícil pensar la resta como operación inversa de la suma (Gallardo y Basurto, 2010). Aquí fue necesario introducir al alumno en el Álgebra. Se partió de ejemplos numéricos concretos propios de la Aritmética (Grupo Azarquié, 1993; Socas, Camacho y Palarea, 1996). La abstracción fue una de las mayores dificultades que se le presentaron a los alumnos para interpretar el significado expresiones algebraicas, por ejemplo:  $a$ ;  $-a$ ;  $|a|$ ;  $a - 1$ ;  $a + 1$ ;  $a - b$  (Castro, 2011).

El uso de la calculadora científica permitió a los alumnos del grupo experimental concentrarse en el problema a resolver, en la interpretación, la identificación de los datos relevantes y el planteo de una solución, más allá del propio cálculo. El alumno observaba el resultado en la calculadora y de esta manera deducía más fácilmente el algoritmo de las operaciones con números negativos. Mientras que en el grupo control, sin usar calculadora, se requería de más tiempo para comprender y resolver los problemas y deducir el algoritmo de las operaciones.

## ■ Conclusiones

Se analizaron en este trabajo cinco investigaciones que involucran la enseñanza de las Matemáticas utilizando recursos tecnológicos. En tres de ellas se hace referencia al uso de calculadora en clases de Matemáticas destacando la mejora que se logra en el aprendizaje significativo y en la motivación hacia el aprendizaje de la Matemáticas (Torres et al, 2011; Shultz, 1999 y Gordon, 2004). Por su parte, García & Hijonosa (2010) llegan a las mismas conclusiones anteriores usando recursos educativos abiertos, mientras que en Stahl (2011) se pone de relieve el rechazo hacia el uso de la calculadora en las personas que desconocen su forma de utilización.

En esta investigación se determinó que el uso de la calculadora científica en la enseñanza y en el aprendizaje facilitó la comprensión de las operaciones con números negativos. Se desestimó el falso preconceito que tienen docentes, padres, directivos y hasta los mismos alumnos acerca de que el uso de la calculadora reemplaza a la inteligencia humana (Broitman e Itzcovich, 2011; Del Puerto y Minnaard, 1997). Fue un complemento para la actividad mental del alumno. Su uso favoreció el aprendizaje de las operaciones con números negativos a través de la comprensión del algoritmo involucrado.

La calculadora científica, como recurso tecnológico, fue usada en el grupo experimental como parte fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones con números enteros. Su uso facilitó en los alumnos el aprendizaje de la suma, la resta y la división de números enteros. A la vez que facilitó la resolución de problemas a través de la identificación de los datos relevantes, el planteo y la resolución. La calculadora permitió deducir y comprender conceptos, algoritmos y propiedades, no fue solo un medio para verificar resultados. El alumno no la usó en las evaluaciones, debió realizar cálculos en forma mental o escrita en papel y lápiz.

En el grupo experimental podían comprobar los algoritmos con la calculadora científica y al ver los resultados en el visor y compararlos con su propia producción, internalizaban el algoritmo más fácilmente y deducían el proceso interno involucrado en esta operación. En la división, tuvieron dificultad en resolver la división de números enteros cuando el dividendo o el divisor eran cero. En el grupo experimental, al resolver esta división entre un número y cero usando la calculadora, veían en el visor un mensaje de error que los sorprendió.

Entre las ventajas que trae aparejado el uso de la calculadora científica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros se puede mencionar que el alumno pudo

identificar los distintos significados del signo menos: como número negativo, como resta y como opuesto. Reconocer la importancia del uso de paréntesis para separar dos signos escritos uno a continuación del otro. Deducir el algoritmo de la suma y de la resta, y la regla de los signos de la multiplicación y la división. Identificar los datos presentes en el enunciado de un problema, plantearlo y resolverlo en forma correcta, aún aquellos que se presentaban en forma simbólica. Reconocer la no conmutatividad de la división y de la imposibilidad de dividir por cero. El ambiente de trabajo en el grupo experimental fue más entusiasta, activo y colaborativo. Como desventaja, algunos alumnos se limitaban a realizar cálculos con ella sin internalizar el algoritmo. En el grupo experimental un alumno tenía desprendimiento de retina, no podía ver las teclas ni el visor de la calculadora.

Como resultado de comparar los resultados obtenidos en el grupo control, donde los alumnos trabajaron sin calculadora científica, con los resultados del grupo experimental, donde los alumnos usaron la calculadora científica para el aprendizaje de las operaciones con números negativos, se observó que el uso de la calculadora científica favoreció la resolución de problemas, en lo que respecta a la identificación de los datos relevantes, planteo de una solución, y resolución del problema. Idénticos resultados se observaron en la resolución de la suma de números enteros, la resta de números enteros y la división de números enteros. No se observó diferencia significativa en la interpretación del problema porque este proceso no dependía del uso de la calculadora científica, ni en la resolución de la multiplicación de números enteros porque los alumnos aplicaban fácilmente la regla de los signos del producto. De esta manera se probó la hipótesis de esta investigación: “El uso de la calculadora científica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros facilitó la comprensión de las operaciones con números positivos y negativos”.

### ■ Referencias bibliográficas

- Berenson, M. y Levine, D. (1996). *Estadística Básica en Administración. Conceptos y Aplicaciones* (6a. ed.). México: Prentice Hall.
- Bertrán, E., Guevara, I. (2001). La enseñanza estratégica de las Matemáticas. En Monereo, C. (Ed.). *Ser estratégico y autónomo aprendiendo. Unidades didácticas de enseñanza estratégica* (pp.71-106). Barcelona: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.
- Broitman, C. e Itzcovich, H. (2011). *Libro para el docente. Matemática en secundaria*. Argentina: Santillana.
- Castro R. y Castro, R. (2011). *Didáctica de las Matemáticas: de preescolar a secundaria*, Colombia: Editores Ecoe.
- Chevallard, I., (1998). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado (3a.ed). Argentina: Aique Grupo Editor.
- Colacelli, S., García, P., García A. y Zorzoli, G. (1996). Números enteros. *Revista Proyecto educativo Lápiz y papel. 3º Ciclo EGB* 21-23. Argentina: Tiempos editoriales.
- Del Puerto, S. y Minnaard, C. (1997). Homenatge al professor L.A. Santaló. La calculadora como recurso didáctico. Universidad de Girona, España. Recuperado el 15 de noviembre de 2012 de [http://www.udg.edu/Portals/88/Santaló/l libre\\_homenatge/La\\_calculadora\\_como\\_recurso\\_didactico\\_paper97.pdf](http://www.udg.edu/Portals/88/Santaló/l libre_homenatge/La_calculadora_como_recurso_didactico_paper97.pdf)



- Felicetti, V. (2011). Teacher education: from education to teacher substance and practice. *Research in Higher Education Journal*, 13, 1-8. Recuperado de <http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/889136508/13991BBE4A11B6E5722/1?accountid=11643>
- Gallardo, A. y Basurto E. (2010). La negatividad matemática, antesala histórica de los números enteros. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 13, (4-II), 255-268. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Gallego D. y Nevot, A. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 19 (1), 95-112.
- García, C. e Hijonosa, E. (2010). Los positivos y negativos en las Matemáticas: Un recurso educativo de aprendizaje. En M. S. Ramírez y J. V. Burgos (Ed.), *Recursos educativos abiertos en ambientes enriquecidos con tecnología. Innovación en la práctica educativa* (pp.206-224). México: Tecnológico de Monterrey. Recuperado de <http://viewer.zmags.com/publication/a0e4fa3c>
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 18, (52), 33-115.
- Gordon, S. (2004). Mathematics for the New Millennium. *The International journal of computer algebra in mathematics education*, 11(2), 37-44. Recuperado de [CAPITULO5DISEÑADO.docx http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/203470741/139931E680659646D1A/1?accountid=11643](http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/203470741/139931E680659646D1A/1?accountid=11643)
- Grupo Azarquel. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Hernández R., Fernández C. y Baptista P. (2010). *Metodología de la investigación* (5a. ed.). México: Mc GRAW-HILL.
- Ministerio de Educación. Presidencia de la Nación Argentina. (2011). *Recomendaciones metodológicas para la enseñanza. Matemática. Educación Secundaria. ONE 2010. Pruebas de 2º/3º año y 5º/6º año de la Educación Secundaria*.
- Palacios, J. (1994). ¿Qué es la adolescencia?. En Palacios, J., Marchesi, A., y Coll, C. (Ed.). *Desarrollo psicológico y educación. I. Psicología Evolutiva (8a. ed.)* (pp.299-311). Madrid: Alianza Editorial S.A.
- Ramírez, R. (2010). Apropiación tecnológica en profesores que incorporan recursos educativos abiertos en Educación Media Superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15(45), 487-513. Recuperado de <http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/prisma/docview/748345097/138B8F100DD660C9BFB/1?accountid=11643>
- Rodríguez, I. (2005). La resolución de problemas y el pensamiento matemático divergente. *Revista Ciencias*. 2 (14), 72-97. Recuperado de <http://www.ilustrados.com/tema/9387/Resolucion-Problemas-Pensamiento-Matematico-Divergente.html>
- Shultz, H. (1999). The postage-stamp problem, number theory, and the programmable calculator. *The Mathematics Teacher* 92, (1), 20-22. Recuperado de [CAPITULO5DISEÑADO.docx http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/204629845/fulltext?accountid=11643](http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/204629845/fulltext?accountid=11643)
- Socas, M., Camacho, M. y Palarea, M. (1996). *Iniciación al Álgebra*. Madrid, España: Síntesis.

- Stahl, N. (2011). An Analysis of Calculator Use and Strategy Selection by Prison Inmates Taking the Official GED Practice Test. *Journal of Correctional Education*, 6(3), 194-215. Recuperado de: <http://0-search.proquest.com.millenium.itesm.mx/education/docview/917469663/13954D6123A18628EA2/3?accountid=11643#center>
- Torres M., Rincón, E. y Domínguez, A. (2011). *El uso didáctico de la calculadora gráfica para desarrollar el nivel de competencia matemática en los alumnos de primer año de secundaria*. Tesis de Maestría no publicada, Escuela de Graduados en Educación. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. México.