

Configuraciones Epistémicas Presentes en los Libros de Tercer Grado, en Torno al Campo Conceptual Multiplicativo

Marlen Andrea Ospina Puentes, marlencita1987@yahoo.es
 Jennifer Salgado Piamba, jenniffersalgado@yahoo.es
 Instituto de Educación y Pedagogía
 Universidad del Valle

8. Presentación

La presente comunicación breve tiene como propósito plantear algunos aspectos teóricos y metodológicos relativos al concepto de multiplicación en el ámbito escolar. Esta aproximación se realiza en el marco del trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Educación Básica, énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle. El estudio se considera de especial relevancia, habida cuenta que algunas investigaciones señalan que se le dedica demasiado tiempo a una forma en extremo convencional, a saber, la adición iterada y las tablas de multiplicar, sin que esto se traduzca necesariamente en aprendizajes significativos y en buenos desempeños por parte de los estudiantes. Esta situación ha llevado a que se plantee la posibilidad que este concepto pueda ser abordado en la clase de matemáticas de manera diferente. En esta comunicación adoptamos algunos de los aportes de modelos en didáctica de las matemáticas que dan cuenta de esta posibilidad. En particular, se presenta una aproximación a la *teoría de los campos conceptuales* de Gerard Vergnaud y la aproximación curricular expuesta en los Lineamientos Curriculares del área de Matemáticas (MEN, 1998). En consonancia con lo expuesto, planteamos el análisis de algunos libros de texto colombianos en el grado tercero de primaria, buscando caracterizar las propuestas de trabajo que se presentan en los mismos, en torno a las *estructuras multiplicativas* de Vergnaud y teniendo como herramienta de análisis las *configuraciones epistémicas* (Font & Godino, 2006). Se pretenden ofrecer una serie de reflexiones en torno al concepto de la multiplicación, su trasfondo matemático, didáctico, curricular y cognitivo. A partir de tales reflexiones se plantea la posibilidad de rastrear al interior de los libros de textos *situaciones de aprendizaje* que aborden la multiplicación desde los modelos referenciados en la *teoría de estructuras multiplicativas* (Vergnaud, 1983) buscando identificar cuáles se ven favorecidas, cuáles se dejan de lado o cuáles presentan algún rasgo característico. En general, se busca presentar posiciones fundamentadas que promuevan el aprendizaje de la multiplicación y potencien futuras conceptualizaciones con respecto a la variación, proporción, proporcionalidad y función lineal en grados superiores.

De igual manera, se busca plantear una posición alrededor del tratamiento escolar propuestos por algunos libros de texto colombianos en relación con el concepto de multiplicación.

9. Marco de referencia conceptual

- [La multiplicación desde los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional](#)

En estas propuestas curriculares se otorga especial relevancia al desarrollo del pensamiento numérico. Se señala que éste se desarrolla a lo largo del tiempo y se enriquece con situaciones significativas que propicien en el estudiante la oportunidad de pensar en los números de una manera flexible y de usarlos en contextos significativos (MEN, 1998). Este tipo de pensamiento es definido en los siguientes términos: *El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona de los números y las operaciones junto con la habilidad de usar éstos para hacer juicios matemáticos. En este marco y para potenciar el desarrollo del pensamiento numérico en la escuela se proponen tres aspectos básicos: el número y la numeración, la comprensión del concepto de las operaciones y cálculos con números y operaciones.*

Es a partir de estas consideraciones que se propone analizar la comprensión del concepto de las operaciones y en especial de la multiplicación. Al respecto, en los *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998) se señala que la comprensión conceptual de las operaciones se enriquece en una variedad de contextos y situaciones. En especial, para el caso de la multiplicación y la división, se referencian investigaciones que explicitan que la comprensión de sus significados es muchos más difícil que la adición y la sustracción debido a la estructura de la operación misma (MEN, 1998), pues para la suma y resta se combinan o asocian dos conjuntos similares mientras que para la multiplicación esto no ocurre. De igual manera, en estas propuestas se propone que el trabajo escolar con la multiplicación se aborde a través de diversos tipos de problemas, de tal forma que se involucren diferentes sentidos y significados de esta operación. Entre los principales significados se encuentran: la adición repetida, el factor multiplicante, razón y producto cartesiano. De esta manera, es necesario explorar otros contextos y situaciones de tal forma que se amplíen las redes de relaciones y se avance en la construcción de la multiplicación

como un objeto matemático. En cuanto concierne al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, en los *Lineamientos Curriculares* para el área de matemáticas se plantea que para que éste pensamiento sea verdaderamente alcanzado y desarrollado en la escuela, se debe superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, y pasar a un plano en donde se pongan en relación conceptos y procedimientos de manera que se puedan vincular y estructurar y de esta manera se permita analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (MEN, 1998). De igual manera, se afirma en los *Lineamientos curriculares* (MEN, 1998) que los procesos matemáticos en los cuales se involucra la variación deben de ser trabajados desde los primeros años de escolaridad para facilitar posteriormente el estudio de núcleos matemáticos más avanzados que involucran dicho pensamiento, en los que se encuentra, por ejemplo, el desarrollo de función lineal o el estudio del cálculo, que mas tarde será trabajado por el alumno en los años de aprendizaje en la secundaria. Sin embargo, estas situaciones no son las únicas mediante las cuales se puede explorar la variación, dado que éstas no solo se reducen a estos aspectos mencionados anteriormente, pues existen campos de acción como la lógica, la informática y la lingüística que pueden ayudar a proveer nuevas situaciones y problemas a experimentar para tratar de conceptualizar de una manera diferente rasgos que conciernen al desarrollo de la variación, que es bastante amplio y complejo de trabajar.

Se plantea una nueva aproximación a la variación, donde la multiplicación se puede ver como una de los casos más simples de la variación lineal. Esta aproximación a la multiplicación eventualmente será la base fundamental para el estudio de la variación de una manera más estructurada en los siguientes niveles de escolaridad.

En relación al pensamiento métrico, se destaca que éste pretende cuantificar las magnitudes o dimensiones que surgen en la construcción de modelos geométricos y las relaciones de los objetos externos a nuestras acciones, es decir, las relaciones de paralelismo, perpendicularidad, ubicación espacial entre otros, que se establecen con los objetos que están a nuestro alrededor (Vasco, 1998). Así, no se puede dejar de lado el contexto donde la medición cobra sentido y el papel que ésta ha jugado en la historia de la construcción de la magnitud. Los *Lineamientos curriculares* (MEN, 1998) mencionan que el pensamiento métrico no puede reducirse a una mera asignación numérica, éste debe

desarrollarse a través de otras situaciones y actividades donde las relaciones, comparaciones entre magnitudes (más que, menos que, el doble de, el triple de, la mitad de) juegan un papel importante al igual que las actividades de la vida diaria, que pueden acercar a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas. (MEN, 1998).

En cuanto a la multiplicación, se llama la atención hacia el trabajo de identificación de las magnitudes, la covariación entre ellas y la cuantificación de dicha variación inmersas al interior de un espacio de medida (Vergnaud, 1988). En este caso, son elementos centrales que permiten relacionar las propiedades de los dos espacios de medida involucrados en la multiplicación vista como un isomorfismo de éstas. Además, el trabajo con estos elementos propicia que el estudiante pueda realizar equivalencias y conversiones entre las unidades del sistema que tienen sentido en la vida diaria. De esta manera, es posible ver la multiplicación como una herramienta que permite dar solución a la situación de covariación entre dos cantidades de magnitud en dos espacios de medida. Así, se hace necesario que el trabajo en cuanto a la multiplicación en la escuela sea abordado desde el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, pues éste permite un análisis más centrado en las relaciones entre magnitudes, propiedades entre espacios de medida y unidades de medida.

Desde esta perspectiva curricular, es evidente que la multiplicación debe enseñarse desde los primeros niveles de escolaridad, pero este no es proceso simple como suele creerse, puesto que no se restringe a un solo modelo ni tampoco a un solo tipo de problemas, una sola situación o familia de situaciones. En general, se señala que el concepto de la multiplicación, cobra sentido a través de una serie de situaciones que a su vez se relacionan con otros conceptos como proporcionalidad, función lineal, combinación lineal entre otros, propiedades de la linealidad y contextos matemáticos de la vida cotidiana, o de otras ciencias.

Desde los *Estándares de Competencias Matemáticas* (MEN, 2006) se establecen las *competencias básicas* que todo ciudadano debe desarrollar y que por tanto, la escuela como eje promotor debe enseñar y evaluar en cumplimiento de garantizar la calidad de la educación. En este sentido, en cuanto a la multiplicación es conveniente examinar en términos de los estándares a lo largo del desarrollo del pensamiento matemático en los

estudiantes. Los elementos esbozados por los *lineamientos y estándares* sugieren unas formas de abordar el trabajo escolar en torno a la multiplicación. Dichas formas pueden ser articuladas en el marco de las *estructuras multiplicativas* de Vergnaud para explorar otros sentidos de la multiplicación. Tales como proporcionalidad, ratas, semejanzas, homotecias, densidad, probabilidades, etc., integrando otros pensamientos matemáticos.

Otro referente que se han tenido en cuenta, son los libros de texto, en tanto instrumentos que sirven de guía y apoyo para el trabajo en el aula a los maestros, fundamentalmente en cuanto concierne a la organización de contenidos y selección de actividades. Es ostensible que el libro de texto es uno de los principales referentes de los maestros pues trae consigo una visión específica y tratamiento escolar de un concepto (Peña, 1999). Por tanto, la selección de este recurso es una tarea que no se puede dejar al azar ni mucho menos a expensas de la oferta de las editoriales o al servicio de los intereses de los directivos de las instituciones, pues un libro de texto de matemáticas promueve una visión específica del conocimiento matemático que va a ser objeto de estudio en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la misma. Ello, implica que el docente elabore una reflexión didáctica en torno a los planteamientos que orientan el libro de texto que se va a seleccionar, de tal forma que se elija un instrumento que este acorde con la filosofía personal e institucional al respecto de las formas de aprender y enseñar las matemáticas y del papel que éstas cumplen en el marco de una sociedad. Esto pues no es una tarea de la institución educativa ni de los padres de familia, es entonces una tarea exclusiva del docente que es el encargado de orientar el proceso educativo en el área. En este sentido, el papel del maestro en cuanto al mejoramiento del nivel escolar y desarrollo de pensamientos y situaciones viene ligado a las creencias que tiene éste en cuanto a discriminar que sugerencias, actividades y ejercicios pueden contribuir a la construcción de un objeto matemático, en este caso los campos conceptuales multiplicativos; por lo cual, esto puede ser uno de los factores que debe observar un maestro en el momento de elegir el libro de texto para trabajar en el grado tercero de primaria. De igual manera, los libros de textos, deben incorporar las recomendaciones dadas por los lineamientos y estándares curriculares que plantea el Ministerio de Educación Nacional puesto que justamente en los libros de texto se debe ver reflejado los parámetros y reflexiones que ayuden a la calidad de la educación. Este aspecto también debe ser atendido por el docente, en cuanto a que el libro cumpla a cabalidad lo planteado en los mismos para que sus acciones y prácticas contribuyan a

alcanzar las metas generales propuestas para la educación matemática en Colombia. Cabe resaltar, que aunque el libro de texto es una herramienta potente para la labor del maestro, no es el único medio de apoyo para el proceso de enseñanza pues el mismo profesor puede crear las situaciones y problemas en torno a la multiplicación, escogiendo y diseñando lo que, para su criterio, sería un buen mecanismo para llevar a cabo la enseñanza y aprendizaje de las estructuras multiplicativas. Así pues, es pertinente que el docente tenga en cuenta que la propuesta allí plasmada propone una forma de presentar los conceptos, la secuencia y el tipo de relaciones que se pueden establecer en función de los saberes matemáticos estudiados (Arce, 1999). De igual forma, el docente debe dimensionar que en el libro de texto se materializan, sino todas, muchos de los elementos que orientan el currículo y tienen inmerso, una perspectiva acerca de la forma de aprender y dar significado a los objetos matemáticos. De ahí que debe darse a la tarea de analizar tales propuestas teniendo en cuenta los siguientes elementos: conceptos, situaciones problema, procedimientos, propiedades y argumentaciones, pues éstos elementos se relacionan entre sí y sugieren un tratamiento determinado del objeto matemático que se va a movilizar informando así la anatomía de un texto matemático escogido. (Godino, 2006).

- “La noción de Configuración Epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores”

Las configuraciones de objetos se activan durante las *prácticas matemáticas*. Éstas configuraciones están definidas como una red de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y que están ligados a la solución de un problema (Godino, 2009). Dichas configuraciones mantienen durante las prácticas matemáticas ciertas relaciones entre los objetos involucrados, lo cual es una de las posibles maneras de formar un esquema básico de la construcción de significado de dicho objeto. Para formar este esquema es necesario establecer una tipología de objetos que se llama primarios: elementos lingüísticos, situaciones-problemas, proposiciones, procedimientos y argumentos. (Godino, 2009)

En otras palabras, una configuración epistémica podría entenderse como el conjunto de los seis elementos nombrados anteriormente, dónde el análisis de éstos desglosa la concepción de la naturaleza de las matemáticas en un texto. En este sentido, el uso de configuraciones

epistémicas como herramienta de análisis de texto brinda información sobre cómo se concibe y sobre cómo se construye y desarrolla un concepto matemático. Esta información es la que permitiría, para efectos de este trabajo, identificar, cómo se presenta, cómo se desarrolla, qué sentidos y modelos se le dan al campo conceptual multiplicativo en los libros de texto. Desde este marco de referencia se adopta una aproximación al libro de texto o manual escolar que lo asume como un material que sintetiza las experiencias de los docentes y acumula en cierta forma los resultados de investigación alrededor de la Educación Matemática, dado que, se constituye en una de las fuentes donde se refleja el saber didáctico investigado. (Font & Godino, 2006). De esta manera, un análisis detallado y consciente del libro de texto contemplando elementos como evaluación, pertinencia y adecuación es una competencia que concierne al profesor, y por tanto, debe ser contemplada en los programas de formación de los mismos para servir como guía en futuros diseños de unidades didácticas. Así, los profesores podrían conocer las herramientas que les posibilite este tipo de análisis y que además les informe la estructura de un texto matemático. En esta dirección, se propone en este trabajo la herramienta de configuraciones epistémicas como aquella que brinda la relación de los objetos matemáticos tratados en el texto.

10. Metodología

La metodología que hemos privilegiado es la de *estudio de caso*. Un estudio de casos podría ser definido como un acercamiento a un fenómeno puntual, es un acercamiento a teorías e ideas de la realidad de un objeto de estudio, con la intención de aportar, ilustrar o representar una teoría o generalizar una nueva. Cabe anotar, que el estudio de casos no tiene especificidad pudiendo ser usado en cualquier disciplina para dar respuestas a preguntas de la investigación para la que se use. (Yin, 1993). Un caso puede ser una persona, organización, acontecimiento, etc. En educación puede ser un alumno, profesor, aula, colegio, entre otros. Para efectos de este trabajo el caso estaría dirigido hacia el análisis de texto tomando como herramienta las configuraciones epistémicas y rastreando las estructuras multiplicativas de Vergnaud inmersas en los textos. De esta manera, se hablaría entonces de un estudio descriptivo donde se busca identificar, describir, evaluar y/o transformar los distintos factores que ejercen influencia en el fenómeno citado. El estudio de casos tiene dos pasos procesales esenciales (Sarabia, 1999):

- *Fase heurística o de descubrimiento*: fase hecha de observación, descripción, reflexión y generalización inductiva, con miras a generar hipótesis (lo que podría ser verdadero como solución al problema, respuesta a la cuestión o explicación del fenómeno). En esta fase se realizará la búsqueda de documentación y revisión de estos mismos, teniendo en cuenta las fuentes que habla Yin, como lo son: documentos, registros de archivos, búsqueda de antecedentes, observaciones directas a los libros de texto y escogencia de los libros de texto que se analizarán.
- *Fase de justificación-confirmación*: proceso de comprobación del fundamento de una hipótesis por medio de un procedimiento o dispositivo previsto al efecto (y susceptible de ser reproducido). Para esta fase se llevarán a cabo los análisis a los libros de texto escogidos de manera general y con la herramienta de configuraciones epistémicas y se espera organizar y compilar resultados y presentar el informe final.

11. Algunos resultados

A partir del análisis de los textos, se ha avanzado en la caracterización de las propuestas de trabajo que presentan algunos los libros de textos de grado tercero de primaria en torno a las estructuras multiplicativas y se ha avanzado en la caracterización de las configuraciones epistémicas. El análisis de las configuraciones epistémicas en los libros de texto, ha permitido la identificación de elementos lingüísticos, situaciones problema, conceptos – definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Algunos de los libros analizados evidencian la presencia de lenguaje natural escrito, dado que aparecen enunciados de los problemas, la descripción de los términos de la multiplicación, los nombres de las propiedades y la redacción de algunos procedimientos en cuanto a cómo multiplicar por una, dos y tres cifras. Igualmente aparecen elementos a través del lenguaje gráfico, tales como tablas, dibujos que ilustran ejercicios, explicaciones y problemas, fotografías relacionadas con algunos problemas (los que presentan conexiones curriculares). Cabe nombrar, que también se encuentran animaciones que muestran ayudas o pistas para resolver un ejercicio o problema. Se reconoce también lenguaje simbólico donde se utilizan los signos \times e $=$ para denotar las multiplicaciones realizadas, igualmente los aparecen los signos de agrupación $()$, $\{ \}$, $[]$, para resolver ejercicios utilizando las propiedades de la multiplicación (asociativa, conmutativa y distributiva) y algunos

ejercicios relacionados con múltiplos. En cuanto a las situaciones problema aparecen tipologías como: ejercicios utilizando las tablas de multiplicar, ejercicios utilizando la operación inversa, y quizá la adición y sustracción, ejercicios teniendo en cuenta las palabras que indican multiplicación como doble, triple, etc., ejercicios para completar teniendo en cuenta las propiedades de la multiplicación, problemas para extraer datos, problemas para plantear una operación. En los libros estudiados se le da cierta importancia al proceso de Solución de Problemas dado que al final de dicha unidad se encuentran espacios para desarrollar dicha habilidad aplicando los contenidos vistos en el transcurso de la misma. También se reconoce que en algunos textos, que el objeto matemático, multiplicación, no aparece asociado a una definición explícita de la multiplicación, se encuentran por su lado, la definición de los términos de este concepto y del concepto de múltiplo.

Igualmente a partir de este análisis se ha avanzado en la caracterización de los medios didácticos que utilizan los libros de textos para favorecer y enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación. Como una proyección del trabajo de investigación, se plantea identificar nociones que puedan servir de base para conceptualizaciones en torno a la variación, proporción, proporcionalidad y función lineal en grados superiores. Ahora bien, dado que esta investigación se encuentra actualmente en curso, se tienen algunos resultados parciales, en particular algunos referidos a elementos planteados en el marco teórico en relación con la noción de *configuración epistémica* como herramienta de análisis de textos matemáticos.

Bibliografía

- Arce, J. (1999), Análisis de Textos escolares de matemáticas. Convenio UNIVALLE- MEN-ICETEX. Instituto de Educación y Pedagogía. Artes Gráficas Univalle, Cali.
- Font, V y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matematica Pesquisa*, 8 (1), 67-98.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada y revisada del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007).
- MEN (1998) Lineamientos curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá.
- MEN (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía*. (Primera ed., págs. 46 - 94). Bogotá, Colombia: Revolucion Educativa, Colombia Aprende.
- Peña, L. B. (1999). El Libro de Texto como Problema de Calidad Educativa. En G. Arbeláez, J. Arce, & E. G. Sanchez, *Análisis de Textos Escolares* (pág. 45). Cali, Valle, Colombia: Universidad del Valle, IEP.

Vergnaud, G (1990) La teoría de los campos conceptuales CNRS y Université René Descartes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, n° 2, 3, pp. 133-170, 1990. Traducción de Juan D Godino.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In Acquisition of mathematics concepts and processes, ed. R. Lesh and M. Landau. 127-174. New York: Academic Press. Pearson.