

INTRODUCCIÓN A LA ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA EN LAS SECCIONES CÓNICAS: EL CASO DE LA CIRCUNFERENCIA¹

Denise De Grey Zuluaga Duque
Licenciatura en Matemática – Física
denisezuluaga89@yahoo.es
Instituto de Educación y Pedagogía
Universidad del Valle

Diego Jhohan Díaz
Licenciatura en Matemática – Física
dijhodi@hotmail.com
Instituto de Educación y Pedagogía
Universidad del Valle

Resumen: Se plantea investigar la posibilidad de que la actividad demostrativa potencialice el aprendizaje de la geometría analítica, tomando como tópico principal la circunferencia; el proyecto se planea ejecutar con estudiantes de grado décimo, por medio de una metodología cualitativa la cual tiene como base las etnografías, particularmente se desea observar las acciones y los registros de los estudiantes que permitan determinar algunos elementos fundamentales para usar la actividad demostrativa para el aprendizaje de la geometría analítica, además se plantea la integración de una propuesta que contenga herramientas computacionales, en particular el Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) Cabri Géomètre II Plus, las cuales se conciben como mediadores semióticos en el aprendizaje de la geometría analítica.

Palabras claves: Actividad demostrativa, Geometría Analítica, Circunferencia, mediador semiótico.

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Debido a que en esta investigación se plantea indagar sobre la posibilidad de usar la actividad demostrativa para promover el aprendizaje de la geometría analítica (funciones de la demostración en Hanna, (2000)). Interesa discutir el estado actual de las investigaciones en Educación Matemáticas alrededor de dos elementos: la actividad demostrativa y el aprendizaje de la geometría analítica concretamente la cónica circunferencia.

Por una parte, distintas investigaciones señalan que el aprendizaje de la demostración (Hanna, 2000; Mariotti, 2002, 2006; Quintero, 2010) tiene dificultades en la escuela, debido a que no hay una tendencia general hacia incluirlo dentro de los planes de estudios por parte de los docentes, además que la experiencia en el aula con la actividad demostrativa suele

¹ La presente *comunicación breve* se enmarca dentro de los avances del Trabajo de Grado de pregrado titulado de la misma manera que esta ponencia, y que se está desarrollando actualmente en la Universidad del Valle como requisito parcial para optar al título de Licenciados en Matemáticas de la misma Universidad, durante el año 2012, y que tiene como tutor al Profesor Jorge Enrique Galeano, Profesor del Área de Educación Matemática de la Universidad del Valle y como co-tutor al Profesor Edinsson Fernández M., Profesor del Área de Educación Matemática de la Universidad de Nariño.

presentarse como ilusoria debido a que se transforma en varios ejemplos que sirven para ilustrar la regla o el teorema, es así como la experiencia con la actividad demostrativa se convierte en un producto o resultado (Joshua & Dupin, 2005; Hanna, 2000; Mariotti, 2006) y no como la construcción de un proceso que entra a depender de los discursos y las producciones generadas por los estudiantes; de igual forma, estos documentos señalan que los estudiantes presentan serias dificultades que se relacionan con dos de las funciones de la demostración que pueden ser exploradas en el aula (Hanna, 2000; Mariotti 2006): la *función de explicación* que contempla la comprensión que se tenga de la demostración a nivel semántico y la *función de aceptación* que es lo que se reconoce como aceptable ante la comunidad matemática lo cual exige una validación matemática basada en un marco teórico que debe ser diferenciada con la validación de sentido común basada en hechos empíricos; estas dos funciones no son claras para los estudiantes cuando se intenta incluir la actividad demostrativa en el aula.

Por otro lado, algunas investigaciones señalan que la forma clásica de enseñar geometría analítica (particularmente interesa el estudio de la cónica circunferencia) ha traído serias dificultades para su aprendizaje porque se limitan a un formalismo carente de sentido para el estudiante que se traduce en un trabajo rutinario a partir de definiciones, ejemplos, ejercicios en los que solo interesa encontrar el elemento circunferencia a partir de su ecuación y viceversa (Velásquez, Memije, Lluck, Moreno & Barragán, 2007), esto se puede traducir en que el problema en el aprendizaje de geometría analítica es la conversión entre registros de representación semiótica: entre la representación semiótica figural y la representación semiótica algebraica (Duval, 2004).

Además, se hace evidente la ausencia de la inclusión del contenido cónica en el currículo y en los planes de estudios (Fernández, 2011) y los problemas cognitivos como errores, dificultades que se generan en torno al aprendizaje de las cónicas como la falta de comprensión de su construcción y propiedades características al igual que la representación mentales erradas de la cónica (Fernández, 2011; Río-Sánchez, 1989).

Es así como surge un interrogante con respecto al aprendizaje de la demostración en el aula: *¿Cómo podemos usar la actividad demostrativa para potencializar el aprendizaje de la circunferencia en un contexto de geometría analítica?*, se cuestiona la actividad demostrativa a favor de concebir esta como un proceso. Propuestas como la de Hanna (2000) y Mariotti (2002, 2006) invitan a repensar el papel de la actividad demostrativa en el aula de clase, ya que al admitir este proceso como un medio para el aprendizaje se crean las condiciones para que surjan nuevas relaciones didácticas en el sistema didáctico: el saber, los estudiantes y el maestro.

En relación a como se debe involucrar al estudiante en este proceso se busca que usen la producción de conjeturas a través de la experimentación (Mariotti, 2002, 2006), en este tipo de procesos se basa en contextos de aprendizaje en donde se generen argumentos a través de la integración de un AGD como lo es Cabri-Géomètre en respuesta a ciertos problemas abiertos² dentro de un campo teórico particular el de geometría analítica. Especialmente, Mariotti (2010) señala la integración de este AGD a través de la mediación semiótica y destaca la potencialidad que presenta sus modalidades de arrastre en la elaboración de conjeturas que permitan avanzar hacia la generación de posibles pruebas que pueda ser involucrado en la actividad demostrativa.

2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Algunas investigaciones como las realizadas por Mariotti (2002, 2006), señala que el surgimiento de la actividad demostrativa durante la producción de conjeturas dentro de un AGD, estas se expresan por medio de procesos como la visualización, exploración y argumentación a través de las distintas herramientas como la medición y el arrastre en el AGD Cabri Géomètre II Plus que permite darle un estatus distinto a la conjetura en la medida en que se confronte con la teoría formal matemática por medio del AGD (Mariotti, 2006); es así, como la integración del AGD permite que a partir de la conjetura se puede generar un proceso que lleve como resultado final a la actividad demostrativa. Es preciso señalar que el AGD en sí mismo no provoca en los estudiantes la necesidad de la demostración, es necesario construir

²Estos son problemas o preguntas que no revelan su respectiva solución como “¿Qué tipo de figura puede ser transformada en...?”, contrario a los problemas cerrados de la forma “Demuestre que...” en los cuales se presenta un resultado ya establecido.

un contexto rico en el cual el estudiante interactuó durante el proceso de resolución y en la elaboración de la actividad demostrativa.

Debido a que nuestra propuesta de indagación no solo se interesa por la evolución en el proceso de la actividad demostrativa, sino además se quiere usar la actividad demostrativa para el aprendizaje de conocimiento matemático (Hanna, 2000) en este caso el contenido es el de circunferencia en contextos de geometría analítica, entonces se hace importante que el tipo de actividades que integren el AGD tenga en cuenta que este tipo de herramienta son potentes en la medida en que se usen como mediadores semióticos (Mariotti, 2002, 2006).

Cuando un artefacto es introducido en el proceso de solución de una tarea determinada, entonces una doble relación semiótica es reconocible: la primera es entre el artefacto y la tarea, la segunda es entre el artefacto y una pieza de conocimiento. Por un lado, el artefacto es utilizado para producir una solución; por otro lado, puede evocar referentes culturales que están contenidos dentro de él (Maschietto & Trouche, 2010).

Al tener una intencionalidad didáctica con los artefactos (como es la actividad), el docente ayuda a crear significados dentro de la clase, es decir ayuda a que el estudiante aprenda un conocimiento matemático (debido a que el artefacto por si solo no hace mucho), lo que se constituye ya en la mediación semiótica es cuando el docente le imprime una intencionalidad en medio de una cultura, es decir un uso social que podría ser la clase de matemáticas. El profesor tiene una intención al usar ese artefacto y ese uso que el docente le da se convierte en un uso social dentro de la clase y se empieza a ver que ese artefacto sirve para evocar conocimiento matemático en los estudiantes (Maschietto & Trouche, 2010), es así como el uso del artefacto presenta a su vez una doble relación semiótica que tiene tanto con los significados personales que se espera que surjan de su uso, como con el conocimiento matemático evocado por dicho uso (Maschietto & Trouche, 2010).

De igual forma, la tesis de orquestación de Bartolini Busi (1996) que se refiere a la articulación de los puntos de vista de los estudiantes, significados y contenidos matemáticos en una discusión colectiva, que termina siendo una discusión matemática que se entiende en

términos de una forma particular de discurso colectivo; se puede lograr que los puntos de vista del estudiante, las producciones propias de este, sus discursos, sean interpretados en términos de argumentos y producción de conjeturas y estas producciones nos acerquen a un proceso de actividad demostrativa (Maschietto & Trouche, 2010).

3. METODOLOGÍA

La metodología experimental de esta investigación tiene su base en las etnografías educativas, en las cuales su objeto “[...] es aportar valiosos datos descriptivos de los contextos, actividades y creencias de los participantes en los escenarios educativos” (Goetz & Lecompte, 1988, p. 41), dichas actividades están permeadas por nuestra intervención y se tiene la intención de observarlas, hacer entrevistas y de realizar una recolección de datos concerniente con las acciones y las producciones de los estudiantes, todo esto se realiza por medio de diversos instrumentos, como cámaras fotográficas o de cine y grabadoras de audio y de video” (Ibíd., p. 120)

La metodología es cualitativa, debido a que interesa las acciones generadas por los estudiantes en términos de discursos y producciones escritas que nos permiten conocer los procesos cognitivos que se presentan en los estudiantes ante la situación determinada, son datos descriptivos que revelan nuestro punto central de indagación. Además se hará la escogencia aleatoria de la población (estudiantes de grado décimo).

4. ANÁLISIS DE DATOS

Debido a que este trabajo hace parte de una investigación de mayor aliento que actualmente hemos empezado, los análisis de datos corresponden a hallazgos de corte etnográfico y cognitivo en los que se destaca como principal, la observación de las producciones y los discursos generados por los estudiantes, ante situaciones de problemas geométricos (alrededor de la circunferencia) que han sido propuestos en dos etapas, una que corresponde a una prueba diagnóstica que nos permitirá reconocer algunos elementos fundamentales de la actividad demostrativa, y otra prueba piloto en la que se va a integrar un AGD con la intención de determinar si efectivamente este contexto permite identificar otro tipo de elementos para determinar si los estudiantes ponen en juego la actividad demostrativa y

si además estos procesos puedan ser señalados como potencializadores de aprendizaje geométrico.

Es importante subrayar, como señalan distintas investigaciones (Mariotti, 2006; Fernández, 2011; Quintero, 2010; Hanna, 2000), que tanto al aprendizaje de la geometría analítica como el desarrollo de la actividad demostrativa se ve enriquecido con contextos que integren ambientes de geometría dinámica como Cabri - Géomètre II Plus por su dinamismo, el uso de las diferentes herramientas que ofrece como el arrastre hacen que este entorno funcione como un instrumento de mediación semiótica.

5. CONCLUSIONES

El interés que surge en el contexto de la actividad demostrativa se da porque se cree que la enseñanza de la demostración en la geometría escolar genera el desarrollo de habilidades y competencias que apunten al fortalecimiento del pensamiento matemático de los estudiantes; además, porque permite al estudiante involucrarse con una actividad matemática como lo es la demostración reconociendo su valor en el aula.

Por consiguiente, para involucrar al estudiante en un actividad demostrativa se requiere establecer un vínculo entre la argumentación y la demostración (Mariotti, 2006), lo cual se generan durante la exploración y producción de conjeturas dentro de un AGD, que pueden ser expresados en términos de argumentos empíricos y que a través de la exploración por medio de las herramientas que ofrece el entorno Cabri-Géomètre se puede asegurar el rigor que la teoría matemática exige.

Si bien esta actividad demostrativa permite crear nuevas relaciones dentro del sistema didáctico, la naturaleza de la tareas son esenciales para que el contexto mediado por el AGD tenga mayor sentido, en ese sentido se quiere enfocar en un contexto de resolución de problemas en la geometría analítica, porque algunas investigaciones señalan que la forma clásica de enseñarla han causado dificultades debido a que reducen el aprendizaje en un trabajo rutinario y en donde solo hacen un trabajo algebraico de los problemas en geometría analítica, dejando de lado el componente figural (Fernández, 2011); es así como la

problemática se reduce a dificultades en la conversión entre sistemas de representación semióticas.

Es importante destacar como este tipo de propuestas permiten introducir al alumno en la actividad demostrativa para un aprendizaje matemático, y se pretende mostrar algunos elementos teóricos y metodológicos fundamentales que permitan usar la actividad demostrativa para promover el aprendizaje de geometría analítica a través de contextos significativos que integren Ambientes de Geometría Dinámica en donde la naturaleza de las tareas los induzca a explorar, producir y probar argumentos empíricos.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Baccaglioni, A & Mariotti, M. (2010). *Generating Conjectures in Dynamic Geometry: The Maintaining Dragging Model*. Springer 15, Siena, Italia. p. 225-253.
- Bartolini Bussi, M. G. (1996). Mathematical discussion and perspective drawing in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 11–41.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Traducido por: M. Vega (2001) Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Fernández, E. (2011). *Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando CabriGéomètre II Plus*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Goetz, J & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. En Morata, S.A. (Ed) y Ballesteros, A (Trads.). Madrid, España (Trabajo original publicado en 1984).
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*. 44. Holanda, p. 5–23
- Joshua, S. & Dupin, J. J. (2005). La Transposición Didáctica. En *Introducción a la Didáctica de las ciencias y la Matemática*, (pp. 185-214). Buenos Aires: Colihue.
- Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories. *The International Journal on Mathematical Education, ZDM, Zentralblatt für Didaktik der*

Mathematik: The role of resources and technology in mathematics education, 42 (1), p. 33-47.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and Proving in Mathematics Education. En A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 173-204). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher.

Mariotti, M. (2002). *La preuve en mathématique*. Recuperado el día 13 de diciembre de 2011 del sitio web <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm024a5.pdf>

Quintero, G. (2010). *De la conjetura a la demostración deductiva con la mediación de un ambiente de geometría dinámica*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Río-Sánchez, J. del. (1989). Ideas previas en Matemáticas: una investigación sobre las cónicas. *Studia Paedagogica, revista de Ciencias de la Educación*, (21), 61-81.

Velásquez, S.; Apreza, E.; Lluck, D.; Moreno, M. Y Valdez, G. (2007). La geometría analítica: ¿Cómo presentarla de manera interesante para los alumnos de la educación media superior?. En C. Dolores Flores, G. Martínez; R. M. Farfán; C. Carrillo; I. López y C. Navarro (Eds). *Matemática educativa: algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula*. México: Díaz de Santos.