

AVANCES DE UN PROYECTO COLABORATIVO ENFOCADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

NIVIA YELA Y FERNANDO ALMÉCIGA

Este artículo presenta los avances hechos, en términos de acciones y resultados, en el proyecto en torno a la resolución de problemas que se viene desarrollando desde hace más de tres años en nuestra institución. Cabe destacar logros como la integración del grupo de maestros del Área de Matemáticas, la comunicación oral y escrita que de los procesos y resultados de resolución de problemas hacen los estudiantes, y el progreso de los estudiantes en la elaboración y justificación de representaciones gráficas.

INTRODUCCIÓN

Desde el año 1997 los profesores del área de matemáticas del Colegio Carlos Arango Vélez, de Bogotá, Colombia, venimos desarrollando en equipo un proyecto con la finalidad de cohesionarnos como grupo y lograr un trabajo colaborativo que permita a los estudiantes superar las dificultades y aprender matemáticas, utilizando como estrategia la resolución de problemas. Se busca que las decisiones que se tomen, y las propuestas y soluciones que se elaboren, conlleven a un mejoramiento continuo de nuestra actividad docente y, por consiguiente, a la cualificación de los procesos de aprendizaje de la matemática en la institución.

El proyecto tiene como antecedente, la participación de algunos de los profesores del colegio en los proyectos MEN - EMA I y II¹, en los cuales se iniciaron una serie de acciones encaminadas a detectar las dificultades que presentaban los alumnos del colegio cuando resolvían problemas. En la primera etapa del proyecto (ver Yela y Gil, 1999), el trabajo con los estudiantes se centró en el análisis de los enunciados de problemas, con miras a superar las dificultades que tenían al interpretarlos y transformarlos utilizando alguna representación. Progresivamente los estudiantes fueron formulando preguntas como: ¿de quién se habla?, ¿qué se dice?, ¿qué se desea saber?, etc., y muchas otras, dándole al problema, en ocasiones, un carácter de problema abierto². Los estudiantes también realizaron representaciones de los problemas y los resolvieron estableciendo conexiones entre el resultado, las con-

1. Estos proyectos fueron coordinados por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, entre los años 1994 y 1997.

diciones y los datos. Como conclusión de la primera etapa del proyecto, se enfatizó en la necesidad de diseñar más actividades que continuaran este proceso y afianzaran los logros alcanzados.

En este artículo se da cuenta de las acciones posteriores que se han hecho en la prolongación del proyecto y de los resultados obtenidos, entre los que queremos resaltar la integración de los maestros del área, el registro escrito que realizan los estudiantes sobre los procesos de resolución de los problemas, la argumentación de los estudiantes sobre las representaciones gráficas elaboradas y la comunicación de los resultados de los procesos de resolución.

FUNDAMENTACIÓN

En este proyecto hemos intentado considerar, de acuerdo con lo que se establece en los estándares del NCTM (1991), la resolución de problemas como punto central del currículo de matemáticas, la que

(...) en sí misma constituye un objetivo primario de toda educación matemática y una parte integral de toda la actividad matemática. La resolución de problemas no es un tema diferenciado, sino un proceso que debe impregnar el programa entero y proporcionar el contexto donde pueden aprenderse conceptos y destrezas. (p. 21)

Esta idea es además apoyada por distintos autores que argumentan una gran variedad de beneficios de la resolución de problemas como estrategia de aprendizaje. Por ejemplo, Gardner (1995) define la inteligencia como “la capacidad de resolver problemas o de crear productos, que sean valiosos en uno o más ambientes culturales” y la inteligencia lógicomatemática como “una habilidad preparada poderosamente para resolver problemas”. Sadovskiy (2001) señala que dicha estrategia

(...) busca desarrollar actividades en el aula, en las cuales el alumno, por un lado, tenga que tomar decisiones acerca de los conceptos que posee para resolver una determinada situación y por otro lado, se haga cargo de validar por sí mismo la producción que ha realizado (...) que aprenda a moverse en diferentes formas de representación para abordar un problema, que sea capaz de seleccionar aquella que resulte más útil para resolver el caso que se le propone.

Así mismo, para Cardona (1999), la resolución de problemas como método de aprendizaje promueve distintas habilidades en el estudiante:

-
2. Por problema abierto se entiende aquel que no tiene una única forma de abordarlo ni una única solución.

(...) pretende desarrollar el raciocinio, sacándolo de la posición de receptividad de datos y soluciones y obligándolos a buscarlos. Desarrollar aptitudes para el planeamiento, dado que el camino para llegar a las soluciones debe pensarse y estructurarse. Desarrollar la iniciativa, dado que el educando se coloca ante una situación problemática a la cual tiene que hallar una salida. Desarrollar el control emocional, pues tendrá que esforzarse por trabajar con tranquilidad y eficiencia en la resolución del problema que se le ponga. Desarrollar el espíritu de iniciativa, dado que el educando mismo tiene que tomar todas las prevenciones para la solución. Hacer que el educando trabaje con base en hipótesis, cuya verificación exija el ejercicio de la reflexión, capacitándolo mejor para tomar decisiones, juzgar hechos y apreciar valores. Provocar la motivación intrínseca, debida a la satisfacción que produce la solución, el descubrimiento del conocimiento, obtener una mejor fijación del aprendizaje y facilitar la transferencia del aprendizaje, es decir, favorecer la aplicación de lo aprendido en situaciones nuevas.

La perspectiva con la que se han determinado e identificado el tipo de problemas a abordar con los estudiantes ha estado influida por la visión de Polya (1980, citado en NCTM, 1991, p. 71) para quien

(...) resolver un problema es encontrar un camino, allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.

De manera similar, Bransford y Stein (1986) afirman que “existe un problema siempre que la situación actual sea diferente de la situación nueva o deseada”, y Cardona (1999) indica que al resolver problemas se “pone al educando ante una situación problemática o dudosa y se lo desafía a encontrar una solución satisfactoria para la misma”; en el proceso se “pone énfasis en el razonamiento, en la reflexión y se trata, de modo preponderante, con ideas, en lugar de cosas.”

Los dos métodos de resolución de problemas, tanto el conocido con el acrónimo IDEAL, (Bransford y Stein, 1986), como el planteado por Cardona (1999), han aportado elementos que han contribuido a lograr los objetivos que nos propusimos en el proyecto y fueron de gran importancia al momento de elaborar una metodología para indicar el proceso que se debe seguir al resolver un problema en matemáticas.

El método IDEAL consiste en unas etapas cuya aplicación continua origina un ciclo ideal. La primera letra de la palabra IDEAL alude a la primera

etapa, la de identificar problemas potenciales; esta etapa es muy importante en la vida diaria ya que de no ser detectados los problemas no podrán, salvo por accidente, proponerse soluciones. La segunda letra del acrónimo refiere a definir y representar el problema con toda precisión y cuidado posibles; en esta fase son de gran ayuda las representaciones: gráficas, diagramáticas, verbales, etc., que ayudan en el propósito de la definición del problema. La siguiente letra alude a la tercera etapa en el método de solución de problemas, la de explorar diferentes vías o métodos de resolución; algunas estrategias útiles para esto son el análisis sistemático, es decir, comprender las partes del enunciado y el sentido de la(s) pregunta(s), descomponer los problemas complejos en partes más sencillas que puedan resolverse una por una y razonar a la inversa, es decir, razonar de fin a principio; en el caso de problemas complejos o abstractos es conveniente concentrarse en una situación concreta más sencilla y son de gran utilidad la construcción de modelos a escala o experimentos que simulen características del mundo real. La cuarta letra, que refiere a la cuarta etapa del proceso, nos invita a actuar de acuerdo al plan previamente establecido. Por último, la letra L indica la verificación de los logros alcanzados. En esta parte final es indispensable contrastar las veces que sea necesario, lo actuado con lo logrado a fin de verificar la calidad del plan, y en caso contrario será necesario reintentar nuevas estrategias de solución para luego verificar los logros.

Como parte del proceso de resolución de problemas, vivido en nuestras aulas, incluimos actividades de socialización y comunicación del proceso y los resultados, porque creemos que de esta manera se favorece el aprendizaje de los conocimientos matemáticos, tanto para los estudiantes que exponen su trabajo al grupo como para los que escuchan y aportan. Ortiz et al. (1998) resaltan las bondades de implementar estas actividades en la clase de matemáticas:

Insistimos en la comunicación de los procesos de la clase porque estamos seguros que esto representa una forma de exteriorizar todo lo que se aprende en la clase de matemáticas (...) es necesario, además, estimular constantemente el desarrollo del lenguaje como posibilidad de expresión y de comunicación. Después de desarrollar un ejercicio, resolver un problema, observar un gráfico o leer un texto, se debe lograr también paulatinamente la expresión oral y escrita de pensamientos elementales a través de enunciados simples, para alcanzar, luego, niveles discursivos cada vez más elevados que permitan la formulación de cualquier reflexión o punto de vista.

Al respecto de la comunicación de los procesos de resolución, Sadovsky (2001) dice:

(...) el ser explícitos, hace posible tomar consciencia del conocimiento, permite nombrarlo, hacerlo público y hablar de él. Defender el propio punto de vista en una situación en la que se confrontan diferentes perspectivas, compromete al estudiante en la producción de argumentos que no se elaborarían si sólo tuviera que convencerse a sí mismo de la validez de sus resultados.

En el mismo sentido, en los estándares del NCTM (1991) se afirma que:

Representar, hablar, escuchar, escribir y leer son destrezas comunicativas básicas y deben usarse como elemento integrante del currículo de matemáticas. Las preguntas de tanteo que estimulan a pensar y a explicar sus ideas oralmente o por escrito ayudan a la comprensión de las ideas expresándolas de forma más clara.

OBJETIVOS

En esta segunda etapa del proyecto, dado que los alumnos ya utilizan las herramientas implementadas para el análisis de los enunciados de los problemas y están en capacidad de transformar los mismos utilizando representaciones, los objetivos pretenden avanzar hacia el trabajo en equipo tanto de los maestros como de los alumnos, hacia el análisis y argumentación de las representaciones gráficas y hacia la comunicación de los procesos de resolución. Para esta parte del proyecto se plantearon entonces, los siguientes objetivos:

- Reflexionar colectivamente sobre los procesos de resolución de problemas en el Colegio Distrital Carlos Arango Vélez.
- Comunicar tanto verbalmente como por escrito los resultados de los procesos de resolución de problemas entre los profesores y en el aula.

DESARROLLO DE LA ETAPA ACTUAL

Con el propósito de consolidar los logros alcanzados en la primera etapa, todo el plan del Área de Matemáticas de nuestra institución se elabora enfocado en la resolución de problemas, porque estamos convencidos de que este es un proceso que debe impregnar el programa entero. De este modo, la organización de los logros se hace de tal manera que los problemas a trabajar den un contexto a los conocimientos de matemáticas. Se integran así conocimientos de física con tecnología y geometría, de geome-

tría con álgebra, y de física con trigonometría, en los grados décimo y undécimo.

En las clases de matemáticas de secundaria se sugiere la utilización de una metodología elaborada con base en las ideas expuestas en la sección titulada “Fundamentación” acerca de la resolución de problemas y la comunicación de resultados. Esta metodología retoma las actividades sobre análisis de enunciados y uso de representaciones implementadas en la primera etapa del proyecto; además, plantea procedimientos para contextualizar los conocimientos que se están trabajando en la clase y facilita establecer, de acuerdo con las características de la clase o de la actividad que se va a desarrollar, los objetivos para ésta y los temas involucrados. Así, esta metodología es flexible y puede ser transformada tanto en su contenido como en su extensión. En la Figura N° 1 se ilustran los pasos de la metodología seguida en las clases.

Además, en el Área de Matemáticas se inicia el proyecto de lecto-matemática como un reflejo del proyecto institucional de lecto-escritura. La lecto-matemática tiene como finalidad, lograr que los estudiantes escriban, en las clases de matemáticas, sobre sus vivencias relativas a la resolución de problemas, experiencias de laboratorio, notas y gráficas estadísticas encontradas en periódicos y revistas.

Desde el año 2000, también para la geometría se diseñó y desarrolló un plan de asignatura con intensidad horaria propia, fundamentado en la resolución de problemas sobre razonamiento espacial. Se comenzó por implementar el proyecto denominado “Construcción de conceptos básicos de geometría y desarrollo del pensamiento espacial a través de la estrategia del plegado y el tangram”. Con éste se pretende afianzar los conocimientos de la geometría para que el estudiante los utilice en cualquier situación, y como apoyo para el aprendizaje de la física, la trigonometría, el cálculo y el álgebra. Se utilizaron recursos agradables para los estudiantes, adecuados a los diferentes grados: rompecabezas, tangram, construcciones de maquetas, realización de planos y análisis de representaciones en tres dimensiones.

En ese mismo año se inició igualmente, un programa nuevo de física para los grados sexto y noveno, que apunta a la resolución de problemas y que incluye acciones como el análisis de fenómenos físicos, la escritura de informes sobre experiencias de laboratorio y la construcción de artefactos con principios de la física, como una aproximación a la tecnología. Se tenía la finalidad de afrontar dificultades que los alumnos presentaron en las anteriores pruebas de competencias realizadas por la Secretaria de Educación del Distrito y que además, se habían detectado en el grado décimo, donde anteriormente se iniciaba la enseñanza de la física.

Presentación del enunciado del problema: se define o construye un problema.

Transformación del enunciado: se formulan varias preguntas acerca de la información del enunciado, se ubican términos desconocidos y se escribe el enunciado de otra forma (e.g., cambiando el orden de las frases).

Temática dentro de la que se puede contextualizar el problema: se establecen los conceptos, definiciones, fórmulas, etc., que aporten a la búsqueda de la solución.

Objetivo general: se indica el propósito de aprendizaje (e.g., desarrollo de competencias).

Objetivo específico: se indica el propósito de la actividad que el problema sugiere para su solución.

Representación^a del problema: se insiste en utilizar conocimientos de geometría y/o representaciones gráficas a escala. Entre más información contenga la representación, hay más nivel de comprensión del enunciado del problema.

Estrategias de solución: primero se deben justificar las estrategias de solución que se pueden utilizar y luego indicar los criterios que determinaron la selección de una de ellas. Se hacen discusiones en grupos pequeños que permitan a los estudiantes poner en común sus ideas, evaluar su trabajo con respecto al de los demás y practicar la tolerancia al interior de los mismos.

Aplicación de una de las estrategias planteadas: se utilizan fórmulas, ecuaciones, símbolos y gráficas para resolver el problema.

Verificación de resultados: se comparan los resultados con las condiciones del problema, los datos, las representaciones a escala y se argumenta cuando hay diferencias entre los resultados obtenidos con la misma estrategia o con estrategias diferentes.

Comunicación o socialización del proceso de resolución: se presenta el proceso de resolución ante los compañeros^b.

Figura N° 1.

a. "La representación implica la traducción de un problema o de una idea a una forma nueva" (NCTM, 1991).

b. Se hace mucho énfasis en esta actividad porque cuando el estudiante se enfrenta al grupo puede "practicar y depurar su creciente capacidad para comunicar procesos de pensamiento y estrategias matemáticas. (...) Las discusiones en el grupo clase hacen que los estudiantes sean capaces de poner en común ideas y evaluarlas, registrar datos, compartir estrategias de resolución, resumir los datos recogidos, inventar notaciones, hacer hipótesis y elaborar argumentos simples" (NCTM, 1991, p. 76).

RESULTADOS

En esta etapa del proyecto se han obtenido resultados visibles a nivel institucional, en cuanto al grupo de profesores y su forma de interactuar y de enseñar y en el desarrollo de los procesos de aprendizaje matemático de los estudiantes de secundaria del colegio.

Con respecto a los docentes, un logro significativo es el que todos los profesores de matemáticas de secundaria estemos vinculados activamente al proyecto. Esto quiere decir que la enseñanza de las matemáticas en nuestras clases, y, como se verá más adelante, en algunas de física, se ha transformado y se hace teniendo la resolución de problemas como eje central. Así el trabajo de los estudiantes dentro y fuera de la clase se enfoca en identificar, definir y resolver problemas relacionados con los tópicos que se tratan.

Las reuniones semanales del Área de Matemáticas y las jornadas pedagógicas se utilizan ahora para socializar experiencias de los profesores, bien sean experiencias desarrolladas en clase, vividas en un encuentro de maestros, leídas en algún artículo o libro, etc. También allí se socializan las dificultades que presentan los alumnos en algún tema específico y sus avances en el proceso de resolución de problemas; se hacen presentaciones al grupo de maestros por medio de carteleras, transparencias y el registro escrito de las clases; se analiza el objetivo de la clase y los aspectos que el maestro ponente considera relevantes. Estas reuniones se aprovechan además, para elaborar colaborativamente recursos didácticos, como guías que integran conocimientos de matemáticas y física y se programan para que el estudiante las desarrolle en las clases de las respectivas asignaturas; conjuntamente con estas guías se diseñan pruebas con la finalidad de evaluar el desarrollo de competencias en los estudiantes.

En los profesores se ha encontrado una actitud de confianza cuando empiezan a observar resultados positivos en los procesos de evaluación en clase, en pruebas de la institución y en otras pruebas como la del ICFES³. La metodología antes expuesta para la resolución de problemas, ha logrado encausar las acciones de los maestros, sin limitar en cada uno de ellos su creatividad a la hora de tomar decisiones en su clase. El tener una metodología común ha permitido que todos hablemos en el mismo lenguaje en cuanto a las etapas sugeridas para la resolución de problemas, a las exigencias para las representaciones que elaboran los estudiantes y a los procesos de comunicación de los resultados.

3. El Instituto para el Fomento de la Educación Superior de Colombia (ICFES), es la entidad encargada de elaborar y aplicar las pruebas estandarizadas que los estudiantes deben tomar al finalizar su escolaridad y cuyos resultados son usados para determinar su ingreso a algunas universidades del país.

La actividad de los docentes se ha fortalecido igualmente con los conocimientos que se adquieren en eventos de capacitación, y que ponen de manifiesto en sus procesos de enseñanza. Con base en las estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento, presentadas en un curso en el que participamos, se diseñaron y desarrollaron actividades para promover el pensamiento espacial, algunas utilizando el tangram y otras en la solución de problemas en geometría a través del plegado. Del seminario sobre proporcionalidad al que asistimos, se tomó el enfoque para elaborar actividades que conlleven a la construcción de dicho concepto y posteriormente a la solución de problemas sobre medidas de segmentos, semejanza de polígonos y construcción de pantógrafos. De la misma manera, de los programas de especialización en pedagogía, evaluación y didáctica de las matemáticas en los que participaron tres maestros del colegio, se tomaron los principios de la pedagogía activa y se decidió así utilizar diferentes corrientes pedagógicas, como la teoría de los aprendizajes significativos, el constructivismo y las pedagogías conceptuales, y considerar de cada una los aspectos que se adaptan a las necesidades del proyecto y de las clases de matemáticas.

En este año, dos maestros del Área de Matemáticas participaron en un taller sobre análisis de datos y solución de problemas y ya se iniciaron acciones para implementar en las clases las actividades trabajadas allí. La intención es invitar al alumno a que de una forma voluntaria haga análisis de datos cada vez más elaborados y argumente sobre la información que se le presenta en diagramas, novedosos para él, y relacionados con temas o problemas de interés colectivo como el SIDA, el consumo de productos, la osteoporosis, el tráfico vehicular, el empleo, el alcoholismo, las migrañas, etc. Creemos que el análisis de estas representaciones gráficas conllevan a la construcción de conceptos básicos de estadística como las medidas de tendencia central y la distribución de Gauss. Se destaca en esta innovación metodológica, propuesta por el profesor inglés Paul Cobb, el hecho de que el análisis de datos se puede hacer sin necesidad de fórmulas matemáticas.

Avances logrados en los estudiantes tienen que ver con que ellos han superado la forma tradicional de resolver problemas, que reducía el procedimiento a la utilización de unas cuantas operaciones aritméticas; ahora leen el enunciado y lo describen a través de preguntas, lo transforman mediante representaciones verbales, gráficas o tabulares; es usual que la representación gráfica sea más elaborada. Después, diseñan una o más estrategias de resolución, las describen en forma verbal, escogen una de ellas, la aplican y efectúan las operaciones y cálculos necesarios; justifican con argumentos las estrategias planteadas y la selección de una de ellas; verifican los resultados obtenidos con gráficas a escala, realizando procesos de reversibilidad, utili-

zando calculadora o efectuando mediciones directas; comunican el proceso y los resultados.

Es claro que en la actualidad los alumnos intentan buscar diferentes caminos al enfrentarse a una problemática; esta riqueza se evidencia cuando los diferentes grupos ponen en común sus ideas y se observa la creatividad y variedad de maneras de resolver un mismo problema. Hemos notado y ha sido confirmado por los estudiantes mismos, que el hecho de comunicar los procesos y los resultados de la resolución de problemas afianza el aprendizaje, pues obliga al estudiante que expone a producir argumentos y a volverlos explícitos; para los que escuchan ha permitido aclarar y ampliar los conceptos. Al redactar objetivos para los proyectos de aula, y determinar los temas involucrados que aportan a la búsqueda de la solución, como se sugiere en el proceso, el estudiante orienta su actividad y ubica el problema dentro de una temática donde encuentra definiciones, conceptos, fórmulas, problemas análogos, etc. que le facilitan la resolución del problema. En general, se percibe que los alumnos se comprometen con, e interiorizan, el trabajo a realizar en clase.

El “Proyecto Colpatria 2001” realizado por un grupo de cuatro estudiantes de grado décimo, ilustra lo afirmado en los párrafos anteriores. En torno al trabajo con la razón geométrica, el grupo se planteó el siguiente problema:

Averiguar y calcular la altura del edificio Colpatria, por medio de las razones trigonométricas conociendo solamente un lado $c = 10$ m.

Es importante resaltar que los estudiantes formulan inicialmente el problema de esa manera y posteriormente a través de preguntas, empezaron a incluir en el enunciado los datos que hacían falta y las incógnitas que intervienen en el problema. Se propusieron objetivos, hicieron un recuento histórico de la construcción del edificio más alto de Bogotá, diseñaron una estrategia que combina medición directa para obtener datos con cálculos matemáticos para relacionar los datos con la incógnita. Aplicaron la estrategia y verificaron los resultados encontrados con los que reposan en los archivos de Colpatria, comprobando que eran plenamente satisfactorios. El trabajo realizado lo expusieron a la comunidad educativa (directivos y docentes de la institución, padres de familia y compañeros de estudio), por medio de un video que se complementó con transparencias. No hay duda de que el concepto de razón trigonométrica aprendido de esta forma difícilmente se borrará de la mente de los estudiantes que ejecutaron este trabajo.

Experiencias vividas en el laboratorio de física de grado undécimo son también ejemplo de resolución de problemas, donde se destaca el proceso realizado por los estudiantes. En particular, se puede mencionar una actividad que tenía como objetivo que los alumnos llegaran a descubrir la cons-

tante de estiramiento de un resorte y se aproximaran a su significado, a través del trabajo con conceptos matemáticos conocidos y de generalizar los resultados encontrados. Los estudiantes, luego de tomar datos al colgar diversos pesos a varios resortes y representarlos en forma tabular, hicieron gráficos en el plano cartesiano, comprobaron que estos datos determinan funciones lineales o afines y calcularon las respectivas pendientes. Relacionaron el concepto de pendiente con conceptos de física como la fuerza y el estiramiento. En todo este proceso, se pudo detectar una reflexión constante con respecto a las condiciones, los datos e incógnitas del problema.

Los alumnos de los diferentes grados construyen artefactos de distinto nivel de dificultad como palancas, engranajes y poleas, donde ponen en juego tanto sus conocimientos de física como de tecnología y matemáticas. A muchas de estas construcciones, los estudiantes han intentado imprimirles movimiento con engranajes y han demostrado su ingenio. Son capaces de describir el funcionamiento y los conceptos que intervinieron en su construcción, y se han visto entusiasmados con los proyectos. Como producto del trabajo de plegado en torno al razonamiento espacial que se ha llevado a cabo en las clases de geometría se realizó una exposición de origami, dentro del marco de la celebración del décimo aniversario del colegio; tal exposición recibió muchos comentarios positivos por su estética y creatividad.

Observamos resultados significativos con respecto a las diversas representaciones que realizan los estudiantes cuando resuelven los problemas, pues éstas son ahora más complejas y pasan de ser una simple ilustración del enunciado del problema, a convertirse en una expresión que contiene y explicita las relaciones entre los datos y las condiciones del problema, e involucra más conceptos matemáticos y geométricos. Son capaces de explicarlas y de justificar su empleo. Con referencia a la descripción que presentan de diferentes gráficas en el plano cartesiano, bien sea elaboradas por ellos mismos o tomadas de un texto, es notorio el avance al argumentar por ejemplo, acerca del crecimiento o decrecimiento de una curva, de la proporcionalidad directa o inversa de un diagrama que relaciona magnitudes físicas.

Los estudiantes han hecho progresos notables tanto en su comunicación oral como escrita. Comunican los procedimientos de resolución de los problemas en presentaciones y exposiciones de buena calidad, mostrando dominio de los conceptos, seguridad y capacidad para llegar a acuerdos. Además utilizan diferentes recursos como retroproyector, carteleras y video beam. En sus escritos cabe señalar la coherencia y pertinencia de las ideas, y la motivación y la confianza que demuestran cuando escriben. En los textos se encuentran opiniones y aportes con respecto a las mediciones directas que han realizado, a los datos que han recogido, a las indagaciones que han hecho y a los fenómenos físicos que han observado. Aunque las mediciones

no siempre son correctas dan un indicio del trabajo realizado y de la participación activa de los estudiantes en el proceso. También registran información sobre las actividades que desarrollan en las clases de matemáticas, geometría y física. Los escritos de cada alumno se guardan en un portafolio individual organizado cronológicamente y por temas, que sirve para numerosos propósitos, entre otros, ser un testimonio de la evolución del trabajo de cada quien. De matemáticas, escriben sobre las estrategias de resolución de problemas y los conceptos que utilizaron para plantear las estrategias de solución, las dificultades que encontraron y la forma en que las superaron, el aprendizaje logrado y los documentos que consultaron. De geometría, escriben acerca de los procesos desarrollados para las construcciones en dos y tres dimensiones, para la solución de problemas sobre razonamiento espacial. En física, escriben sobre las prácticas de laboratorio y la construcción de artefactos.

Se puede evidenciar la efectividad del trabajo en grupo de los estudiantes cuando ahora, por lo menos, siete de diez grupos solicitan participar en la discusión y socialización de su experiencia, porque sienten que han trabajado y tienen resultados para mostrar. Usualmente, además de su cuaderno de anotaciones, los estudiantes mantienen en sus maletas recursos como marcadores, transparencias, papel para carteleras, papel milimetrado; esto significa que están preparados para socializar sus experiencias en cualquier momento. Se detecta además, un cambio de actitud en los estudiantes hacia la asignatura y ya no se percibe aversión hacia ésta, ni hacia sus maestros; asisten a las clases de matemáticas, física y geometría con agrado.

Finalmente, la facilidad con la que los maestros recién llegados al colegio se han integrado al proyecto y se han comprometido con él, demuestra la organización y coherencia de este trabajo. Un factor que contribuye a esto y que es fuente de estímulo e incentivo constante para seguir adelante, es el hecho de que se cuenta con la vinculación de los directivos de la institución, quienes reconocen nuestro trabajo, suministran oportunamente los recursos y facilitan la participación en eventos y actividades relacionadas con los objetivos del proyecto.

Consideramos que hemos iniciado un proceso de mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas, que aunque no representa la fórmula mágica única y definitiva para el aprendizaje de las matemáticas, nos ha llevado a obtener logros significativos que queremos fortalecer continuamente.

REFERENCIAS

- Bransford, J. y Stein, B. (1986). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejorar pensar, aprender y crear*. Barcelona: Editorial Labor.

- Cardona, G. (1999). *Módulo alternativas metodológicas*. Bogotá: Universidad del Rosario.
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática - Thales.
- Ortiz, M. et al. (1998). *Construcción de sistemas lógicos y numéricos* (p. 13). Bogotá: Asociación Anillo de Matemáticas.
- Sadovsky, P. (2001). Cómo enseñar matemáticas sin morir en el intento. *Aula Urbana*, 26, 3.
- Yela, N. y Gil, P. (1999). Solución de problemas: análisis del enunciado y uso de representaciones. *Revista EMA*, 4 (2), 171-179.

Nivia Yela
Fernando Alméciga
Colegio Distrital Carlos Arango Vélez (J.T.)
Transversal 52 N° 36 - 42 Sur
Tel.: 710 4452 - 713 4726
Bogotá, Colombia
E-mail: proymatcav@starmedia.com