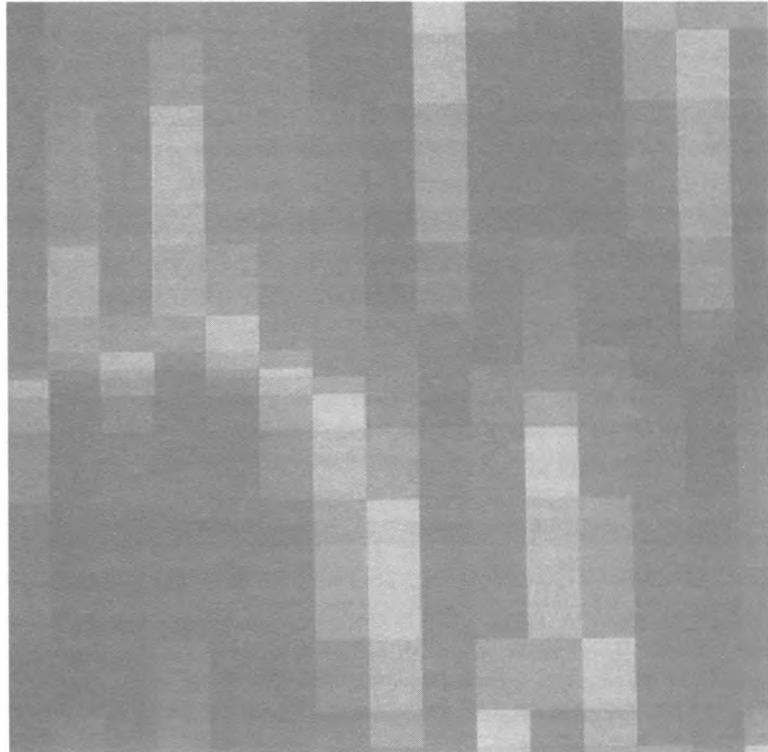


**EL CÁLCULO MENTAL TAMBIÉN
SE PUEDE DESARROLLAR
TRABAJANDO CON EL ORDENADOR
DE FORMA INTERACTIVA**

**J. M. Chamoso Sánchez; L. Hernández Encinas;
R. López Fernández, y M. Rodríguez Sánchez**



Richard Paul Lohse, *Quince escalas sistemáticas de color con intensificaciones verticales* (1950-1968). Colección particular.

RESUMEN

**EL CALCULO MENTAL TAMBIÉN SE PUEDE DESARROLLAR TRABAJANDO
CON EL ORDENADOR DE FORMA INTERACTIVA**

En este trabajo se presenta una serie de juegos interactivos implementados en un CD-ROM, que tienen como objetivo fundamental la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo mental en los alumnos de enseñanza primaria y secundaria. Los juegos han sido diseñados, preparados e implementados siguiendo una estructura similar. Para ello, el ordenador controla el trabajo y progresión de los estudiantes, utilizando las características interactivas del diseño realizado. En particular, se desarrolla uno de ellos, que desafía al alumno a descubrir un número que se encuentra repetido en diversas cartulinas.

RÉSUMÉ

**ON PEUT DEVELOPPER LE CALCUL MENTAL EN TRAVAILLANT
AVEC L'ORDINATEUR DE MANIÈRE INTERACTIVE**

Ce document présente une série de jeux interactifs mis en place sous format CD-ROM, dont le but principal est d'améliorer les processus d'enseignement et apprentissage du calcul mental chez les élèves de l'école primaire et du secondaire. Ces jeux ont été conçus, préparés et mis en place en suivant une structure similaire. Pour cela, l'ordinateur contrôle le travail et le progrès des étudiants, par le biais des caractéristiques interactives du design réalisé. En particulier, on développe un programme qui encourage les élèves à découvrir un chiffre qui se répète sur des cartes différentes.

ABSTRACT

MENTAL CALCULATION CAN ALSO BE DEVELOPED WORKING WITH A COMPUTER INTERACTIVELY

Abstract: This report presents a series of interactive games implemented in a CD-ROM which has as its main aim to improve teaching-learning processes of mental calculation of primary and secondary education students. The games have been designed, prepared and implemented following a similar structure. To do so, the computer controls students' work and progression using the interactive features of the design carried out. Specifically, one of them develops. It defies students to discover a number that is repeated on various posters.

PALABRAS CLAVE

*Educación matemática, cálculo elemental, hipermedia, juegos, enseñanza primaria, enseñanza secundaria
Education mathématique, calcul élémentaire, hypermédia, jeux, enseignement primaire, enseignement secondaire
Mathematical education, elemental calculation, hypermedia, games, primary school teaching and secondary school teaching*

EL CÁLCULO MENTAL TAMBIÉN SE PUEDE DESARROLLAR TRABAJANDO CON EL ORDENADOR DE FORMA INTERACTIVA

J. M. Chamoso Sánchez;* L. Hernández Encinas;* *
R. López Fernández,* y M. Rodríguez Sánchez*

LA IMPORTANCIA DEL CÁLCULO Y DEL ORDENADOR EN LA ACTUALIDAD

En todos los países, se considera necesario que cualquier ciudadano tenga una adecuada capacidad de cálculo para el desarrollo de su vida diaria. Ésa es una de las principales razones por la que ese objetivo aparece, de forma prioritaria, en los currículos de enseñanza elemental de la mayor parte de los sistemas educativos del mundo (véanse, por ejemplo, Cockcroft, 1985; MEC, 1992a y 1992b; NCTM, 1991 y 2000).

Sin embargo, la utilización generalizada de la calculadora ha disminuido esa exigencia de forma evidente. Pero su uso no concede menor importancia a la capacidad de realizar cálculos mentales y estimar resultados en situaciones en que no se dispone de ella o, en caso de tenerla, para evitar posibles errores en su uso (por ejemplo, para apreciar si el resultado obtenido es consecuente con la operación efectuada).

Actualmente se ha dado paso a una forma de enseñanza en la que existe una mayor participación del estudiante (ver, por ejemplo, Chamoso [en prensa] y Chamoso y Rawson, 2001). Por ello, para desarrollar esas habilidades se ha dejado atrás la sistemática y aburrida resolución de páginas y páginas de operaciones. Por el contrario, de forma progresiva y desde las últimas décadas, se han intentado añadir nuevos recursos que actúen como instrumentos para la mejora de esa capacidad de cálculo. La aparición de gran cantidad de materiales de todo tipo ha facilitado su incorporación a la enseñanza de forma efectiva (ver, por ejemplo, Chamoso, Martín, Pereña y Revuelta, 1997). Sin embargo, ni todas las escuelas ni todos los ciudadanos pueden acceder a estos materiales -que se venden en tiendas especializadas-, por diversas razones, como pueden ser su desconocimiento, la dificultad de conocer el modo correcto de su utilización, su elevado costo o la dificultad de distinguir los más adecuados para el objetivo que se pretende.

Simultáneamente, cada vez es más fácil acceder a un ordenador. Por ello, las nuevas tec-

* Profesores Departamento Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales, Facultad de Educación, Universidad de Salamanca, Salamanca.

Dirección electrónica: {jchamoso, riclop, meros@gueu.usal.es}

** Profesor Departamento Tratamiento de la Información y Codificación, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.

Dirección electrónica: luis@iec.csic.es

nologías de la información y de la comunicación se han convertido en uno de los recursos que se utiliza de forma creciente en los procesos de enseñanza y, en particular, a los propios de la educación en matemáticas (véase Chamoso, Hernández, López y Rodríguez, [en prensa] y 2002a).

La informática educativa ha tenido un amplio desarrollo desde sus inicios, a mediados del siglo XX con los primitivos programas de enseñanza asistida por ordenador, hasta los actuales sistemas y aplicaciones hipermedia (para un análisis más exhaustivo, ver López, 1999). En la década del cincuenta, las aplicaciones desarrolladas, dedicadas a la educación, eran similares a las que ofrecía el libro de texto, sin que existiese interacción entre el ordenador y el usuario, y sin posibilidad de retroalimentación. Era una enseñanza basada en el conductismo. Posteriormente se intentaron desarrollar programas no lineales, con el fin de conseguir una cierta interactividad y una adaptación al aprendizaje de cada estudiante. Ello se vio favorecido por la importancia que adquirieron las corrientes constructivistas y el aprendizaje por descubrimiento. En esta misma época se incorporaron, además, las simulaciones y los juegos como recursos didácticos motivadores.

Desde entonces, el uso del ordenador en la enseñanza intenta desligarse de todo tipo de orientación conductista, pero, de forma real, sólo se empieza a conseguir hasta la aparición de los sistemas hipermedia, fruto de la unión de hipertexto y multimedia (Chamoso, Hernández, López y Rodríguez, 2000). Dichos sistemas han dado lugar a nuevas posibilidades para implementar modelos que ejecuten y potencien capacidades para el desarrollo del sistema cognitivo. La causa se debe a que los sistemas hipermedia posibilitan organizar el conocimiento de una manera diferente, pues permiten ordenar la información en bloques,

conectados mediante enlaces, a través de los cuales se puede recuperar el conocimiento existente cuando parezca oportuno.

Además, permiten la integración de diversos soportes (audio, vídeo, gráficos, etc.) que facilitan la multirrepresentación y simulación, y favorecen la codificación y organización del conocimiento. Ello permite una manipulación y una adaptación similar a la forma en que actúa cualquier ciudadano en su vida usual, lo que conlleva un aprendizaje más significativo.

Por otra parte, los contenidos educativos que se han trabajado con mayor profundidad mediante el ordenador han sido los relacionados con lengua y matemáticas, debido, fundamentalmente, a la estructuración de estas disciplinas, así como a la importancia social que se les concede. En concreto, el aprendizaje matemático se construye de forma similar a como funcionan los sistemas hipermedia, pues no se hace de manera lineal, sino formando redes proposicionales cuyos nodos se conectan entre sí por múltiples enlaces transversales y de distinto nivel, lo que hace más difícil plasmarlas en el lineal e inerte libro de texto.

El currículo actual propicia la utilización de ordenadores y nuevas tecnologías en la enseñanza, dado que están más cerca del estudiante, son motivadores para él y le permiten lograr un conocimiento más significativo. Además, aunque parece indudable que el soporte físico permite una mayor experimentación y manipulación por parte de cada usuario, sólo es así cuando existe un agente externo, como puede ser el profesor, quien aporta las explicaciones y sugerencias adecuadas en el momento preciso. En cambio, los sistemas hipermedia permiten incorporar orientaciones, acciones, respuestas y mecanismos de retroalimentación que ayudan a la construcción personal del conocimiento (Chamoso, Hernández, López y Rodríguez, 1999, 2002a y 2002b).

JUEGOS PARA DESARROLLAR LAS HABILIDADES Y CAPACIDADES DE CÁLCULO MENTAL

Dentro de la línea de investigación apuntada anteriormente acerca del desarrollo y uso de las nuevas tecnologías para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, a continuación presentamos una serie de juegos, desarrollados en un entorno multimedia (en concreto, en formato CD-ROM), que pretenden los siguientes objetivos:

- Construir actividades para el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de la numeración, que se puedan adaptar a las circunstancias de cualquier estudiante o usuario que aborde estos contenidos elementales.
- Facilitar el trabajo personal de cada estudiante, concediéndole autonomía y permitiéndole seguir su propio ritmo de trabajo.
- Desarrollar una capacidad mental que se pueda extrapolar posteriormente a actividades de cualquier tipo, tanto en la vida diaria como en la educativa.
- Mejorar la actitud de los alumnos hacia las matemáticas con el uso de herramientas interactivas, atractivas e innovadoras.

El hecho de presentar estas actividades en forma de juegos se realiza con la finalidad de que el usuario desarrolle una actitud positiva hacia ellas, así como facilitar que se consigan los objetivos anteriores. Ésa también es una de las causas por la que este material está orientado, preferentemente, a los estudiantes.

LOS JUEGOS

Todos los juegos que se han preparado están organizados con una estructura similar y con el mismo objetivo: buscar la ejercitación del cálculo por parte de cualquier usuario, de forma que éste controle su trabajo en interacción con el ordenador. Son los siguientes (ver figura 1):

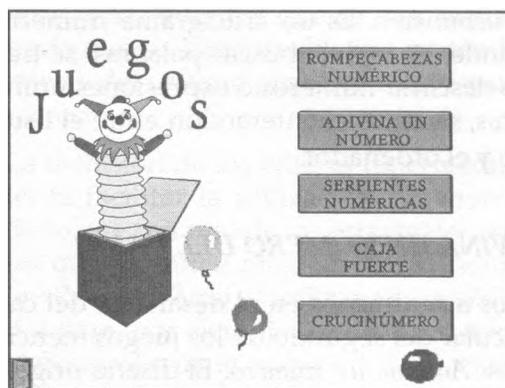


Figura 1. Colección de juegos numéricos

- *Rompecabezas numérico.* Se trata de una especie de cuadrado mágico formado por números colocados en filas y columnas, entre los cuales aparecen espacios en blanco; se trata de rellenar esos espacios de manera que en cada fila, columna o diagonal, la suma de todos sus números dé el mismo resultado; el ordenador controla la actividad y, una vez concluida ésta, indicará al usuario el número de errores cometidos, sin decir cuáles son hasta que se consiga resolver totalmente; en ese preciso momento señalará el número de intentos empleados para lograrlo y el tiempo utilizado.
- *Adivina un número.* Se trata de localizar un número entre una colección de ellos, para lo que se necesita realizar operaciones de cálculo mental (más detalle en el apartado siguiente).
- *Serpientes numéricas.* Es un juego formado por mallas numéricas; partiendo de un número, hay que llegar a otro recorriendo los diversos números que se encuentra en su paso y que se van sumando al inicial, según cada uno de los diversos caminos o serpientes que existen; el objetivo es encontrar la serpiente numérica con la que se consigue el resultado mayor después de sumar todos los números que se encuentran en ella.
- *Caja fuerte.* Se trata de abrir una caja fuerte, para lo que se debe seguir el camino adecuado, indicado mediante flechas, y llegar al botón clave que abre dicha caja; en caso de que el usuario no descubra el desarrollo de la actividad, el mismo ordenador le indicará el proceso por medio de la pista *Para saber más.*

- **Crucinúmero.** Es un crucigrama numérico donde, en vez de buscar palabras, se trata de descifrar números o expresiones numéricas, siempre en interacción entre el usuario y el ordenador.

ADIVINA UN NÚMERO DEL 1 AL 31

Vamos a centrarnos en el desarrollo del caso particular del segundo de los juegos mencionados: *Adivina un número*. El diseño original del juego en el CD-ROM presenta tres posibilidades, dependiendo del abanico de números que se pretende descubrir. De esa forma, se puede intentar adivinar uno comprendido entre el 1 y el 31, entre el 1 y el 63 o entre el 1 y el 100. En la implementación efectuada se podrían haber elegido otros intervalos numéricos diferentes a los anteriores, pero en este caso no podemos olvidar que el trabajo está dirigido a estudiantes de enseñanza elemental.

La primera de las posibilidades, *Adivina un número del 1 al 31*, presenta una pantalla con cinco tarjetas, cada una de las cuales contiene dieciséis números diferentes ordenados, comprendidos entre el 1 y el 31, de modo que algunos se repiten en tarjetas diferentes. Al comenzar la actividad, el ordenador elige, aleatoriamente, un número entre ellos y ofrece una serie de pistas para poder descubrir de cuál se trata. Las pistas sólo indican en qué tarjeta o tarjetas se encuentra ese número que se pretende localizar. Conocido eso, el usuario deberá adivinarlo en el menor tiempo posible (ver figura 2).



Figura 2. Adivina un número del 1 al 31

La primera estrategia que se puede utilizar podría ser la de buscar el número de forma visual, localizando los que se repiten en las tarjetas que señalan las pistas y, posteriormente, descartando los que aparezcan en otras tarjetas.

Sin embargo, la forma más rápida de conseguir adivinarlo consiste en sumar el primer número del vértice superior izquierdo de todas las tarjetas en las que se encuentre, según las pistas ofrecidas. Es de esperar que el usuario no se dé cuenta de ello inicialmente, pero sí que lo haga con posterioridad. En otro caso, el ordenador facilitará esa información ante la pregunta del estudiante.

La explicación matemática del juego reside en que hay exactamente 31 formas (tantas como posibles números que se pueden adivinar) de agrupar las 5 tarjetas: 5 veces de una en una; 10 veces de dos en dos; 10 veces de tres en tres; 5 veces de cuatro en cuatro y una vez eligiendo las cinco tarjetas. Así, si el número buscado está sólo en una tarjeta, sería una de los siguientes: 1,2,4,8 o 16, dependiendo en qué tarjeta se encuentre (estos números son los primeros de cada una de ellas, respectivamente). Si el número se encontrara en dos tarjetas podría ser: 3, 5, 9,17, 6, etc., según que se encontrara en las tarjetas 1 y 2; 1 y 3,1 y 4; 1 y 5; 2 y 3, etc. (obsérvese que los números 3,5,9..., corresponden a $1 + 2, 1 + 4, 1 + 8, 1 + 16, 2 + 4$). Entonces, la suma del primer número de cada una de las tarjetas pertenecientes a cada una de estas agrupaciones proporcionará un resultado que recorrerá los diferentes números del 1 al 31. Para confeccionar las tarjetas no hay más que observar cada expresión numérica del 1 al 31 en base 2: así, observando la de un número cualquiera, en aquellos lugares en los que tiene un 1 se escribirá dicho número en la tarjeta correspondiente, no haciéndolo así cuando aparece un 0. Por ejemplo, como 25 se escribe, en base 2, $11001_2 = 1 + 0x2^1 + 0x2^2 + 1x2^3 + 1x2^4 = 1 + 8 + 16$).

El alumno, en su interacción con esta aplicación, se enfrenta a un juego en que se distinguen varias partes:

- La explicación de su desarrollo.
- Las tarjetas que permiten su utilización.
- Un botón para comenzar.
- Las pistas que indican en qué tarjetas se encuentra el número que el ordenador ha elegido al azar.
- Un espacio para que el usuario pueda escribir el número buscado.
- Un botón que permite imprimir las tarjetas.
- Enlaces para acceder a *Otros juegos*, *Para saber más*, *Salir* u otras posibilidades de *Adivina un número*.

El usuario decide cuándo desea empezar una nueva jugada. En ese momento pulsa el botón correspondiente y, automáticamente, en la pantalla aparecen las pistas que indican en qué tarjeta o tarjetas se encuentra el número buscado. El usuario dispone del tiempo que necesite para descubrirlo. Cuando crea haberlo hecho, lo escribe en el lugar señalado para ello y pulsa *Ya*. Ante una respuesta inadecuada aparecerá un mensaje indicando: *No es correcto. Inténtalo de nuevo*. No se puede iniciar otra partida del juego, es decir, otra búsqueda, hasta que se haya acertado el número exacto de la partida que se esté desarrollando. Si la respuesta es correcta, el número parpadeará en cada una de las tarjetas en que se encuentra como forma de comprobación de que realmente es así. A la vez se indicará el tiempo que se ha empleado en descubrirlo y la cantidad de intentos que se han necesitado.

Según lo expuesto, se observa que en el mencionado juego:

- El propio proceso de implementación conlleva la evaluación permanente de las acciones del alumno.
- Señalar el tiempo que se ha empleado en lograr el objetivo busca el estímulo del estudiante, en un intento de que compita consigo mismo para mejorar resultados anteriores.

- Indicar los intentos que se han realizado hasta que se logra el objetivo pretende el interés del usuario para lograr la respuesta correcta.
- La inclusión de los enlaces hipermedia intenta facilitar la utilización del material, dado que son uno de los principales aspectos que permiten mejorar al tradicional libro de texto. Aquí se utilizan sus posibilidades para, por ejemplo, controlar el inicio y el desarrollo de la actividad. En particular, si el usuario no descubre el proceso numérico de la misma, existe una posibilidad de ayuda: *Para saber más*.

CONCLUSIONES

Como conclusiones se señala que se ha preparado un material interactivo para el aprendizaje de las matemáticas mediante una colección de juegos, en formato CD-ROM, dirigido a estudiantes de enseñanza elemental. Este material es un instrumento que permite, a cada alumno, ejercitar su propia habilidad de cálculo, algo básico para todo estudiante y cualquier ciudadano en general. Todo ello en el contexto de una disciplina que siempre se ha considerado difícil para los estudiantes. Se pretende ayudar a la búsqueda de nuevas alternativas metodológicas, tanto para la actuación docente directa como para la complementación de ésta.

Las actividades explicadas se pueden presentar en un libro de texto o, incluso, comercializadas en establecimientos educativos. Sin embargo, en esos casos el objetivo tendría que ser diferente, pues dicha presentación obligaría a su utilización de una forma lineal o en un grupo dirigido, nunca de forma individual. Es decir, permitiría dar a conocer los recursos al público, pero no para facilitar su utilización de forma interactiva.

Por otra parte, el ordenador muestra las posibilidades que presenta el material con el fin de atraer al estudiante o usuario. Pero también le permite seguir ejercitándolo en otros con-

textos, ya sean familiares o con compañeros y amigos. Por ello, la actividad está preparada para que las tarjetas se puedan imprimir en papel, mientras que la forma de su utilización se confía que sea conocida por el usuario. De ese modo, éste podría utilizarlo como si fuera un mago, tratando de descubrir el número que piense alguno de sus conocidos, en el menor tiempo posible, sin más que conocer en qué tarjetas se encuentra. Ello le permite seguir mejorando su capacidad de cálculo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAMOSO, J. M. (en prensa). *Considering dialogue as a social instrument in the Mathematics class. For the Learning of Mathematics*.

CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.; HERNÁNDEZ ENCINAS, L.; LÓPEZ FERNÁNDEZ, R. y RODRÍGUEZ SÁNCHEZ, M. (en prensa). *CD-ROM para la resolución de problemas en matemáticas*. Publicaciones de la Universidad de Salamanca.

_____ (1999). "Resolución de problemas mediante un CD-ROM". En: *Actas de las IX Jornadas sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Lugo. pp. 276-280.

_____ (2000). "Los sistemas hipermedia, ¿un posible camino para enseñar matemáticas?". En: *Actas del IV Simposio sobre propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de las matemáticas*. Oviedo, pp. 245-253.

_____ (2002a). "Designing Hypermedia Tools for Solving Problems in Mathematics". In: *Computers & Education*. No 38. pp. 303-307.

_____ (2002b). "Pitágoras interactivo". En: *Actas del 6º Seminario Castellano-Leonés de Educación Matemática*. Burgos.

CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.; MARTÍN HUERTA, P.; PEREÑA MORO, J. C. y REVUELTA DOMÍNGUEZ, F. J. (1997). "Algunos materiales para su utilización en el aula de matemáticas". En: *Aula*. Universidad de Salamanca, pp. 319-350.

CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M. y RAWSON, W. B. (2001). "En la búsqueda de lo importante en el aula de matemáticas". En: *Suma*. No. 36. (febrero), pp. 33-41.

COCKCROFT, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Informe Cockcroft. MEC. Madrid.

LÓPEZ FERNÁNDEZ, R. (1999). *Desarrollos curriculares de la ciencia de computadores en la enseñanza elemental*. Tesis Doctoral. Universidad de Salamanca.

MEC (1992a). *Primaria. Área de matemáticas*. Madrid: Secretaría de Estado de Educación.

_____ (1992b). *Secundaria. Área de matemáticas*. Madrid: Secretaría de Estado de Educación.

NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM. THALES.

_____ (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Virginia: Reston, NCTM.

REFERENCIA

CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.; HERNÁNDEZ ENCINAS, L.; LÓPEZ FERNÁNDEZ, R. y RODRÍGUEZ SÁNCHEZ, M. "El cálculo mental también se puede desarrollar trabajando con el ordenador de forma interactiva". En: *Revista Educación y Pedagogía*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XIV, No. 33, (mayo-agosto), 2002. pp. 161-166.

Original recibido: julio de 2002

Aceptado: agosto de 2002

Se autoriza la reproducción del artículo citando la fuente y los créditos de los autores