

## CAPÍTULO 1

# ANÁLISIS DIDÁCTICO EN LA PRÁCTICA DE LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

PEDRO GÓMEZ

Este es un libro sobre formación de profesores de matemáticas. Su público objetivo son profesores de matemáticas (en formación y en ejercicio) y formadores de profesores de matemáticas. Su propósito es contribuir con un modelo de formación de profesores de matemáticas que se pueda llevar a la práctica en programas de formación y que contribuya a las prácticas pedagógicas de los profesores. El centro de atención del libro son las oportunidades que el profesor puede proporcionar a sus estudiantes en clase para que ellos puedan avanzar en su aprendizaje de los temas de las matemáticas escolares. Para ello, el libro ofrece un conjunto estructurado de conceptos y técnicas con las que el profesor puede analizar un tema concreto de las matemáticas escolares, producir información sobre el tema para diseñar una unidad didáctica, llevarla a la práctica y evaluar su diseño e implementación.

### Historia

Los capítulos de este libro son el producto de un proceso que comenzó en 2009, cuando un grupo de profesores españoles nos reunimos con el propósito de concebir una maestría para profesores de matemáticas en ejercicio. Este grupo estuvo inicialmente conformado por María C. Cañadas, Pablo Flores, María José González, José Luis Lupiáñez, Antonio Marín, Marta Molina, Isabel Romero y yo. Todos trabajábamos alrededor de ideas que se venían gestando en la Universidad de Granada desde 1992 (Rico, 1992) y que se organizaron en 2007 alrededor del modelo del análisis didáctico (Gómez,

2007). Todos teníamos experiencia en formación de profesores de matemáticas. Comenzamos el proceso desde cero, hasta producir el diseño de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. La primera cohorte de la maestría inició estudios en enero de 2010. En los últimos ocho años, se han graduado cuatro cohortes. Tres cohortes se encuentran actualmente en curso. Antes de comenzar cada una de estas siete cohortes, los autores de los capítulos revisaron y corrigieron su contenido con base en la experiencia que surgió de su implementación en la cohorte anterior. En este sentido, los textos que componen los capítulos de este libro son el resultado de la experiencia en la práctica de formación de profesores, y de múltiples revisiones y correcciones. Los estudiantes, formadores, tutores, responsables de cohorte y coordinadores de estas cohortes han contribuido con sus observaciones y reflexiones a este proceso cíclico de revisión y mejora.

### Modelo del análisis didáctico

En este libro, no abordamos teorías de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Nuestro propósito no es que los profesores en formación conozcan esas teorías y sean capaces de referirse a ellas en sus discursos. Nuestro propósito consiste en basarnos, como formadores de profesores, en algunas de las teorías y marcos conceptuales de la Educación Matemática para identificar y concretar aquellos conceptos pedagógicos y aquellas técnicas con los que el profesor puede realizar y mejorar su práctica de aula. Desde la perspectiva de la formación de profesores, nuestro centro de atención son sus conocimientos técnico y práctico. Ellos desarrollan esos conocimientos en la práctica, al poner en juego esos conceptos pedagógicos y técnicas para diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica. Nuestra experiencia nos ha mostrado que, en ese proceso, ellos también desarrollan su conocimiento teórico (González y Gómez, 2014).

Hemos organizado estos conceptos pedagógicos y técnicas en el modelo del análisis didáctico. El modelo sigue un proceso temporal de planificación (análisis y diseño inicial), implementación, evaluación y nuevo diseño. En la figura 1, presento la relación entre estos cuatro procesos, los temas de los capítulos del libro y la línea temporal en la que estos procesos y temas se utilizan en la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Los primeros seis capítulos del libro se ocupan del proceso de planificación. En este proceso, se aborda la noción de currículo (capítulo 2), se analiza un tema

de las matemáticas escolares desde la perspectiva de su contenido y desde sus aspectos cognitivos (capítulos 3 y 4), se diseñan las tareas de aprendizaje que conformarán la unidad didáctica (capítulo 5) y se diseñan los instrumentos y procedimientos con los que se evaluará la actuación de los estudiantes y el diseño y la implementación de la unidad didáctica (capítulo 6). La implementación de la unidad didáctica se realiza en este momento. El proceso de evaluación incluye el diseño de los instrumentos para la recolección, codificación y análisis de la información que se recoge en la implementación (capítulos 6 y 7), y las implicaciones de ese análisis para la producción de un nuevo diseño (capítulo 8). Finalmente, en el proceso de nuevo diseño, se produce un documento que proporciona a otros profesores la información necesaria para implementar en el aula ese diseño definitivo (capítulos 8 y 9). En el contexto de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes, realizamos este ciclo en un periodo de dos años, con módulos consecutivos (uno por capítulo de este libro) y dos módulos por semestre.

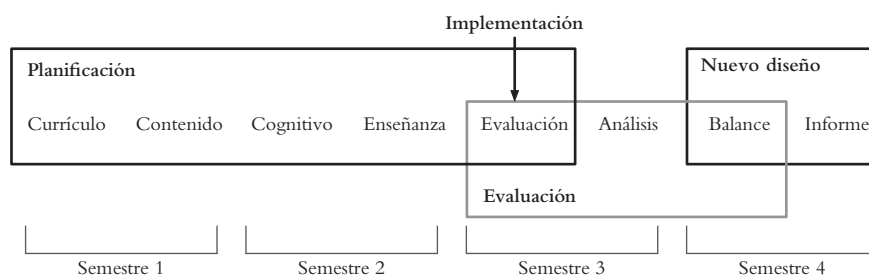


Figura 1. Procesos, módulos y semestres

## Contenido

A continuación, describo brevemente el contenido de los capítulos del libro.

1. *Análisis didáctico en la práctica de la formación de profesores de matemáticas.* Este es el capítulo en el que introduzco el libro.

2. *Currículo de matemáticas.* Este capítulo tiene como finalidades abordar las ideas clave de la teoría curricular en matemáticas y utilizar estas ideas para analizar la normativa curricular, el marco conceptual de PISA 2012 y la práctica curricular institucional. Estas finalidades se concretan en los siguientes tres propósitos: profundizar en las ideas y usos de la teoría curricular, analizar la

planificación institucional de matemáticas de instituciones educativas, analizar documentos curriculares nacionales o regionales con base en la teoría curricular, y presentar el marco conceptual del proyecto PISA 2012 y compararlo con documentos curriculares nacionales o regionales.

*3. Análisis de contenido.* Presentamos el análisis de contenido, tema de este capítulo, como punto de partida del análisis didáctico. El análisis de contenido permite establecer criterios para identificar y organizar la multiplicidad de significados de un tema de las matemáticas escolares y utiliza cuatro conceptos pedagógicos para la identificación de esos significados: estructura conceptual (conceptos y procedimientos que caracterizan el tema), sistemas de representación, fenomenología (organización de los fenómenos que dan sentido al tema) e historia (la evolución del tema desde la perspectiva de los tres conceptos pedagógicos anteriores).

*4. Análisis cognitivo.* El foco de atención de este capítulo es el aprendizaje del estudiante. En este capítulo, presentamos las herramientas conceptuales y metodológicas que permiten establecer las expectativas del profesor sobre lo que se espera que el estudiante aprenda y sobre el modo en que se va a desarrollar ese aprendizaje. Para ello, estudiamos la problemática cognitiva con base en tres conceptos pedagógicos: expectativas de aprendizaje (competencias, objetivos y capacidades), limitaciones de aprendizaje (errores y dificultades) y previsiones de aprendizaje.

*5. Análisis de instrucción.* En este capítulo, estudiamos los medios de los que el profesor dispone para contribuir al logro de las expectativas de aprendizaje y a la superación de las limitaciones de aprendizaje. El foco de atención es la enseñanza. El capítulo gira alrededor de las nociones de tarea y secuencia de tareas. Proponemos herramientas conceptuales y metodológicas para la búsqueda, diseño, análisis y mejora de las tareas y de la secuencia de tareas que configuran la enseñanza.

*6. Análisis de actuación.* Nuestro interés en este capítulo se centra en la planificación del seguimiento del aprendizaje de los estudiantes y del propio proceso de enseñanza. El contenido del capítulo se basa en las ideas de la evaluación para el aprendizaje. Proponemos instrumentos y procedimientos que permiten establecer en qué medida los estudiantes alcanzan los objetivos de aprendizaje, en qué medida y de qué manera las tareas contribuyen al logro de esos objetivos de aprendizaje y a la superación de los errores y las dificultades

previstas, y en qué medida y de qué manera el diseño y la implementación de la unidad didáctica contribuyen al desarrollo del aprendizaje deseado.

7. *Análisis de datos.* En este capítulo, abordamos la organización y análisis de los datos que se producen durante la implementación en el aula de la unidad didáctica diseñada. Presentamos y trabajamos los instrumentos y procedimientos que permiten recoger, codificar y analizar la información que surge de la puesta en práctica de una unidad didáctica, con el propósito de evaluar tanto el aprendizaje de los estudiantes como los procesos de diseño e implementación de la enseñanza.

8. *Evaluación de la planificación y la implementación.* En este capítulo, proporcionamos las ideas y los procedimientos para producir un nuevo diseño de la unidad didáctica a partir del análisis de la información que resultó de la implementación. Este nuevo diseño surge de las modificaciones que se realizan al diseño que se implementó en la práctica. Los cambios son producto de la identificación de aquellos elementos de las tareas, la estructura de la unidad didáctica y el sistema de evaluación cuya modificación pueda contribuir a las expectativas propuestas inicialmente. Para ello, presentamos procedimientos que permiten producir los listados de debilidades y fortalezas de la unidad didáctica, seleccionarlos y diseñar las mejoras correspondientes.

9. *Compartir el trabajo con los colegas.* En este último capítulo, buscamos desarrollar la capacidad del profesor para transformar un trabajo académico detallado en una propuesta que pueda ser llevada a la práctica por colegas que no tienen necesariamente la misma formación teórica y técnica, pero que están interesados en mejorar su actuación en clase y contribuir al aprendizaje de sus estudiantes.

## Modelos de análisis didáctico

El modelo del análisis didáctico se viene trabajando en el contexto de la Educación Matemática iberoamericana desde hace más de veinte años. Hay tantos modelos del análisis didáctico como investigadores y formadores lo utilizan. En este libro, presentamos la versión de este modelo que se originó en Gómez (2007) y que hemos desarrollado alrededor de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Esta versión se diferencia de otras versiones del modelo en múltiples aspectos. Aquí quiero destacar dos de ellos.

Nuestro modelo aborda todo el ciclo de planificación, implementación, evaluación y nuevo diseño (véase figura 1). Esto implica que el modelo no solamente acomete el proceso de planificación, sino que aborda con detalle el proceso de evaluación del aprendizaje y la enseñanza. Para ello, introducimos esquemas innovadores (como la estrategia de los semáforos) para recoger información que le permita al profesor establecer en qué medida logra los propósitos que se ha impuesto. También proponemos nuevos instrumentos y procedimientos, como el sistema ACE (Análisis de Consecución de Expectativas), que permiten evaluar el aprendizaje y la enseñanza y mejorarla.

El núcleo del modelo se encuentra en la caracterización de los objetivos de aprendizaje en términos de grafos de criterios de logro (capítulos 4 y 6). El análisis de contenido (capítulo 3) proporciona información para la construcción de estos grafos. Con base en estos grafos, es posible analizar las tareas de aprendizaje y establecer en qué medida contribuyen a los objetivos de aprendizaje (capítulo 5). Estos grafos están también en el centro de varios de los instrumentos y procedimientos de evaluación del aprendizaje y la enseñanza (capítulos 6 a 8) (Gómez, González y Romero, 2014).

### **Análisis didáctico en la práctica**

Como ponemos de manifiesto en este libro, nosotros utilizamos el modelo del análisis didáctico como fundamento para el diseño e implementación de programas de formación de profesores de matemáticas (Gómez, 2006; Gómez y González, 2013). Esperamos que el contenido de este libro sea de utilidad para otros programas de formación. No obstante, el modelo del análisis didáctico que proponemos aquí se puede utilizar también de manera parcial y con otros propósitos. Por ejemplo, se puede utilizar como medio para planificar la enseñanza, en el diseño de tareas que busquen contribuir al aprendizaje de temas específicos de las matemáticas escolares. De la misma manera, también se puede poner en práctica, por ejemplo, en el análisis de libros de texto. Finalmente, y como nosotros mismos y otros lo hemos hecho, el modelo puede servir de marco conceptual para diversos tipos de investigación en Educación Matemática.

El análisis didáctico no describe lo que se espera que el profesor realice en su práctica docente. Es evidente que un profesor no puede realizar un análisis didáctico detallado (como el que proponemos aquí) de cada uno de los temas que enseña en su práctica diaria. El análisis didáctico es un procedimiento

para organizar planes de formación y no supone una forma concreta en la que, una vez terminada la formación, el profesor realice su práctica docente. No obstante, la organización del plan de formación y la conceptualización del análisis didáctico sí suponen que el conocimiento didáctico desarrollado en el plan de formación le será útil al profesor en su práctica de aula. No obstante, no se prescriben las formas en las que se puede expresar esa utilidad. Yo he sugerido dos vías posibles. Por un lado, al finalizar el plan de formación, el profesor debe haber desarrollado unas técnicas que le permiten analizar un tema concreto de las matemáticas escolares para diseñar, implementar y evaluar oportunidades de aprendizaje para sus estudiantes. El modelo le proporciona una forma alternativa de ver las matemáticas escolares. En lugar de seguir ciegamente lo que propone un libro de texto, el profesor se hace consciente de las ideas clave que debe tener en cuenta y de las herramientas que le permiten profundizar en el tema, para determinar las cuestiones más importantes del contenido, formular y caracterizar expectativas de aprendizaje adecuadas, y seleccionar y reformular las tareas que pueden contribuir a esas expectativas de aprendizaje.

Por otro lado, aun si el profesor ha planificado con algún detalle su clase, esa planificación no incluirá todas las posibles actuaciones de sus estudiantes. Habrá eventos imprevistos. En este caso, el profesor puede realizar un “análisis didáctico sobre la marcha” (Gómez, 2007) y tendrá que tomar decisiones para adaptarse a esas situaciones inesperadas. Tomar esas decisiones implica formular un propósito para esa situación, generar opciones, establecer las implicaciones de esas opciones y valorarlas para seleccionar una opción (González, Gómez y Restrepo, 2015; Pinzón y Gómez, 2018). Las ideas clave del análisis didáctico son una herramienta para distinguir la situación inesperada, formular el propósito y generar y evaluar las opciones para tomar una decisión y actuar en consonancia con ella.

## Agradecimientos

Este libro es el resultado de un proceso de casi diez años en el que han participado muchas personas. Algunas de ellas son coautores de capítulos del libro. Pero muchas otras han participado en él: los 142 profesores en formación que han cursado y están cursando la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes; los formadores españoles con quienes iniciamos este proceso y que mencioné anteriormente (María C. Cañadas, Pablo Flores,

María José González, José Luis Lupiáñez, Antonio Marín, Marta Molina e Isabel Romero); los exalumnos de la maestría que se han convertido en sus formadores y tutores (Sonia Calderón, Paola Castro, Andrés Pinzón, Fernando Torres, María Fernanda Mora, Oscar Becerra, Mónica Bernal, Patricia Cifuentes, Patricia Villegas, Carlos Velasco, Sara Parra, Federmán Alfonso, Germán Torres, Camilo López y Gonzalo Henao); los responsables de las cohortes (Paola Castro, Andrés Pinzón y Carlos Velasco); y los coordinadores del programa (Andrés Pinzón y Ángela María Restrepo).

El programa se ha podido realizar gracias al apoyo de varias instituciones que han apoyado con becas a la mayoría de sus estudiantes. Hemos contado con el apoyo de la Fundación SM, la Fundación Bolívar Davivienda, la Fundación Cavelier Lozano, la Fundación Carolina, la Fundación Compartir, la Fundación Juan Pablo Gutiérrez Cáceres, la Gobernación de Cundinamarca, la Secretaría de Educación del Distrito de Bogotá, el Icetex, la Embajada de España, la Universidad de Cantabria, la Universidad de Granada y el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

El libro se publicó con el apoyo del Fondo Francisco José de Caldas (Colciencias, Colombia), en el marco del programa de investigación 54242 —convocatoria 731 de 2015—.

## Referencias

- Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15-35). Huesca, España: Instituto de Estudios Aragoneses. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1278/>.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>.
- Gómez, P. y González, M. J. (2013). Diseño de planes de formación de profesores de matemáticas basados en el análisis didáctico. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Formación de profesores, innovación curricular y metodología de investigación* (pp. 121-139). Granada, España: Comares. Disponible en <http://tinyurl.com/pq5yn9n>.



- Gómez, P., González, M. J. y Romero, I. (2014). Caminos de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas: objetivos, tareas y evaluación. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 18(3), 319-338. Disponible en <http://www.ugr.es/~recfpro/rev183COL7.pdf>.
- González, M.J. y Gómez, P. (2014). Conceptualizing and describing teachers' learning of pedagogical concepts. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(12), 13-30. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/6175/>.
- González, M. J., Gómez, P. y Restrepo, A. (2015). Usos del error en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Educación*, 370, 71-95. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/8450/>.
- Pinzón, A. y Gómez, P. (2018). *Mathematics teachers' decisions*. Trabajo presentado en British Congress of Mathematics Education, Coventry, Reino Unido.
- Rico, L. (1992). *Proyecto Docente*. Granada, España: Universidad de Granada.