

PROPUESTA DE DESARROLLO DE RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO EN
ESCENARIOS DE MUESTREO EN UN CONTEXTO ESCOLAR

JOSÉ ALEJANDRO CAMINO OCHOA
CLAUDIA LILIANA DAZA GARZÓN

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ
2012

PROPUESTA DE DESARROLLO DE RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO EN
ESCENARIOS DE MUESTREO EN UN CONTEXTO ESCOLAR

JOSÉ ALEJANDRO CAMINO OCHOA
CLAUDIA LILIANA DAZA GARZÓN

Trabajo de Grado para optar al título de Especialista en Educación Matemática

Asesor: FELIPE FERNANDEZ
Mg. en Estadística Universidad Nacional de Colombia

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ
2012

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros investigadores, hemos dado los respectivos créditos.

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado para optar al título de Especialización en Educación Matemática
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Propuesta de desarrollo de razonamiento estadístico en escenarios de muestreo en un contexto escolar
Autor(es)	Camino Ochoa, José Alejandro; Daza Garzón, Claudia Liliana
Director	Felipe Fernández
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional. 2012. 55 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional UPN
Palabras Claves	Razonamiento Estadístico, Experimento de Enseñanza, Situaciones de Muestreo.

2. Descripción
<p>En el trabajo de grado se propone promover el razonamiento estadístico en un contexto escolar alrededor de una situación problema enmarcada en un escenario de muestreo apoyado en tareas de simulación. Se fundamenta en la teoría de experimentos de enseñanza y en el razonamiento estadístico, que es uno de los procesos cognitivos que garantiza competitividad en lo estadístico.</p> <p>El trabajo aporta una propuesta de tareas dispuesta en cuatro partes para ejecutarlas en tres sesiones de clase. Su desarrollo se hizo con estudiantes de noveno grado del Colegio Cristiano Semilla de Vida, que no tenían conceptos previos en muestreo. Algunas de las tareas dan evidencia de los indicadores de razonamiento estadístico en los estudiantes y otras requieren de algún ajuste para alcanzar su objetivo.</p>

3. Fuentes
<p>En el presente trabajo se consultaron, una (1) tesis de Maestría, cuarenta (40) artículos, cuatro (4) informes de investigación, entre ellos se destacan:</p> <p>Arboleda, C. A. y Urbina G. R. (2012) Razonamiento estadístico de estudiantes universitarios alrededor de situaciones de muestreo apoyadas en tareas de simulación Tesis de Maestría, 2012</p> <p>Canada, D. (2004). Elementary preservice teachers' conceptions of variation (Tesis doctoral). Portland: Portland State University.</p> <p>Cobb, P., McClain, K. y Gravemeijer, K. (2003). Learning about statistical covariation. <i>Cognition and Instruction</i>, 21 (1), 1–78.</p>

- Chance, B., delMas, R., & Garfield, J. (2002). Reasoning about Sampling Distributions. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The change of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 295-333). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- delMas, R. (2002). Statistical Literacy, Reasoning, and Learning: A Commentary. *Journal of Statistics Education* 10(3). (en línea: http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html).
- Fernández, F., Sarmiento, B., Soler, N. (2008). Experimentos de enseñanza para el desarrollo de razonamiento estadístico con estudiantes de secundaria. Proyecto de investigación línea de estadística UPN. DMA - 081-08.
- Fernández, F., Andrade, L., Sarmiento, B., (2010). Experimentos de enseñanza para el desarrollo de razonamiento estadística con estudiantes de secundaria. Informe de proyecto de investigación presentado al CIUP: Universidad Pedagógica Nacional.
- Wild, C.J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry, *International Statistical Review*, 67, 223 –265. (Traducción de Román Hernández Martínez).

4. Contenidos

El trabajo está dividido en cinco capítulos, iniciando con una presentación donde se da cuenta de la introducción, justificación, los objetivos y la formulación de la pregunta problema; el segundo capítulo, los antecedentes, donde se describen los procesos de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico, junto con los escenarios de muestreo; el tercero, el marco conceptual, donde se presentan la postura metodológica y los indicadores para cada uno de los procesos; el cuarto, el marco metodológico, donde se caracterizan los experimentos de enseñanza y se expone la trayectoria hipotética de aprendizaje de la propuesta; y el último donde se exponen los resultados, las conclusiones y las referencias bibliográficas.

5. Metodología

La metodología de este trabajo está basada en los elementos y principios de un experimento de enseñanza expuestos por Cobb y Gravemeijer (2008), donde la propuesta es diseñada y aplicada siguiendo todos los pasos de una trayectoria hipotética de aprendizaje en un grupo de estudiantes de grado noveno. El análisis de los datos se hace de manera descriptiva, con base en los indicadores fijados de acuerdo a la intención de cada una de las tareas.

6. Conclusiones

Se evidencia en los estudiantes la presencia de algunos procesos de alfabetización estadística, como la identificación de la variable que da respuesta a una problemática sugerida, un acercamiento muy acertado de algunos conceptos propios del muestreo, facilidad en la creación de procedimientos muestrales. En los procesos de razonamiento y pensamiento estadístico, se evidencian algunas dificultades en la parte argumentativa, lo cual sugiere algunos ajustes en la intención de las tareas y en el desarrollo de ciertas temáticas dentro del aula, buscar formas alternativas del proceso enseñanza-aprendizaje. En la parte de simulación electrónica se aprovecha de manera muy significativa los procesos de razonamiento ya que se evidencia de manera acertada la intención de las tareas.

Dicha propuesta puede convertirse en una base alternativa para contextualizar los procesos estadísticos y romper con los esquemas del modelo tradicional, acercándose a las exigencias de un modelo por competencias.

Elaborado por:	Claudia Liliana Daza Garzón y José Alejandro Camino
Revisado por:	Felipe Fernández

Fecha de elaboración del Resumen:	18	10	2012
--	----	----	------

CONTENIDO

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN	3
PRESENTACIÓN	8
INTRODUCCIÓN	8
JUSTIFICACIÓN	9
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	10
OBJETIVOS	8
Objetivo general	8
Objetivos específicos	8
ANTECEDENTES	12
ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA.....	12
RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO.....	13
PENSAMIENTO ESTADÍSTICO.....	15
SITUACIONES DE MUESTREO	16
INDICADORES	17
MARCO CONCEPTUAL	20
INDICADORES.....	21
MARCO METODOLÓGICO	24
ENFOQUE DE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA	24
TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE	25
RESULTADOS DE LA GESTIÓN DE CLASE	36
PRIMERA SESIÓN.....	36
SEGUNDA SESIÓN.....	42
TERCERA SESIÓN	44
ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES	47
REFERENCIAS	51

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Indicadores para situaciones de muestreo propuesto por Fernández (2010)	16
Cuadro 2. Tareas que podrían distinguir las tres perspectivas de instrucción	19
Cuadro 3. indicadores para situaciones de muestreo propuestos por Camino y Daza	21
Cuadro 4. Grupos de trabajo	35
Cuadro 5. Ventajas y desventajas del censo y muestreo	38
Cuadro 6. Métodos seleccionados por estudiantes y profesores	40
Cuadro 7. Selección de los métodos de muestreo	41

PRESENTACIÓN

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se realiza para optar por el título de Especialización en Educación Matemática otorgado por la Universidad Pedagógica Nacional, con énfasis en Estadística.

El propósito es realizar algunas tareas que promuevan el razonamiento estadístico en situaciones de muestreo en estudiantes de grado noveno, y, a su vez, generar conciencia en la Institución Educativa donde se realiza la actividad de la importancia de la Estadística dentro del plan curricular de matemáticas.

El proyecto se basa en un trabajo realizado por Fernández, Andrade y Sarmiento (2010), donde se estudió el razonamiento estadístico, basado en tres escenarios de la estadística, de los cuales el escenario situaciones de muestreo es uno de ellos y se toma como eje temático fundamental del presente trabajo, teniendo en cuenta los indicadores de situaciones de muestreo que ellos proponen. Se retoman algunas actividades propuestas en el anterior trabajo y además de esto se proponen otros indicadores, que surgen como resultado de la experiencia de la aplicación del proyecto con los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa donde labora uno de los docentes de la especialización.

OBJETIVOS

Objetivo general

Promover el razonamiento estadístico en escenarios de muestreo a través de la elaboración e implementación de una secuencia de tareas en un grupo de estudiantes de grado noveno.

Objetivos específicos

- Profundizar en la conceptualización acerca de los escenarios de muestreo.
- Elaborar una secuencia de tareas que atiendan a indicadores del desarrollo de razonamiento estadístico en escenarios de muestreo.
- Implementar a manera de ensayo piloto, en un contexto escolar la propuesta desarrollada.

JUSTIFICACIÓN

Los lineamientos curriculares definidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el año 1998, plantean como objetivo central de la educación matemática para los niveles primaria y secundaria apoyar el desarrollo del pensamiento matemático a partir del trabajo con situaciones problemáticas no abstractas, provenientes más bien del contexto sociocultural, de otras ciencias o de las mismas matemáticas. Y dentro de dicho pensamiento reconocer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia, en la cultura y aun en la forma de pensar cotidiana. (MEN, 1998)

No solamente se habla de contenidos estocásticos en el desarrollo de dicho pensamiento, sino de la inmersión por parte de docentes y estudiantes en contextos reales que faciliten la exploración y la investigación en la resolución de problemas.

Se considera que la búsqueda de respuestas a preguntas que sobre el mundo físico se hacen los niños es una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener las respuestas lleva a exploraciones muy enriquecedoras para los estudiantes. Estas actividades permiten además encontrar relaciones con otras áreas del currículo y poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas. (MEN, 2004)

Luego bajo los anteriores lineamientos, este proyecto tiene como fin brindar una continuidad al Proyecto de investigación *Experimentos de Enseñanza para el Desarrollo de Razonamiento Estadístico con estudiantes de secundaria*, realizado por el grupo de investigación en Educación Estadística del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en Bogotá, Colombia, durante los años 2008 y 2009. El objetivo primordial que se propuso en dicha investigación era diseñar, desarrollar y evaluar un conjunto de experimentos, bajo tres escenarios distintos, que promovieran el desarrollo del razonamiento estadístico.

Tomando como base los resultados obtenidos en el proyecto antes citado, uno de los inconvenientes fue la ambición de su aplicación en tres escenarios diferentes: situaciones de análisis de datos, de probabilidad y de muestreo, generando que ningún experimento fuera culminado en su totalidad, constituyéndose así en el punto de partida de este proyecto: trabajar un único escenario de aplicación.

Uno de los tres escenarios propuestos era el de las situaciones de muestreo, el cual se considera como fuente potencial para promover el

desarrollo de habilidades concernientes al razonamiento estadístico. Es bien sabido que la muestra, aleatoriamente escogida, proporciona algunas características generales de la población examinada, acercándonos a la realidad de la misma, generando en el alumno, no solo la aplicación de conceptos básicos estadísticos, sino un primer contacto con la inferencia estadística y de paso con la investigación, permitiéndonos ahondar aún más en el desarrollo del pensamiento estadístico y de una cultura estadística (Batanero, 2002).

Así mismo, uno de los inconvenientes que genera una muestra es la no representatividad, bien sea por su tamaño, o por su sesgo, lo cual conduce a errores de interpretación, permitiendo que el alumno se vea enfrentado no sólo a situaciones favorables, sino a aquellas que no lo son, generando otras habilidades o estrategias de pensamiento estadístico.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Teniendo en cuenta el panorama descrito antes, en este trabajo se pretende aplicar un experimento de enseñanza a través de la simulación de una situación problema en un escenario de muestreo. Además, en el marco general del Programa de Matemáticas se proponen algunos lineamientos curriculares por curso, por ejemplo en el grado 8º se sugiere temas como medición, muestreo y representación de datos. (MEN, 2004, pág. 9)

Esta propuesta estadística se proyecta llevarla a cabo en la institución educativa Colegio Cristiano Semilla de Vida (SEDEVI). Es un colegio mixto, ubicado al sur de Bogotá, fundado hace veinte años. Allí se desarrollan las asignaturas obligatorias de acuerdo a los planes del MEN, además de las propias de su carácter religioso. Allí la matemática, han tenido un énfasis mucho mayor en los últimos años, de tal manera que se ha separado en dos nuevas asignaturas, geometría y matemáticas, dejando por fuera de la propuesta curricular la estadística, quedando esta última como proyecto transversal, entendiéndose el término de transversalidad, como el uso de algunos conceptos de estadística que se requieran para suplir alguna demanda de una asignatura en particular y no como una materia independiente, que puede llegar a ser interdisciplinar. Sin embargo, no ha tenido el impacto esperado, lo que se refleja en los bajos resultados obtenidos en el examen de estado, específicamente en la competencia de pensamiento aleatorio.

La propuesta es introducir los conceptos de estadística durante toda su formación escolar, para alcanzar el desarrollo de dicho pensamiento. Para ello se pretende aplicar un experimento de enseñanza a través de la simulación de una situación problema que sea resuelta a partir de los conceptos preconcebidos, para evidenciar la necesidad de introducir en el currículo de matemáticas contenidos estadísticos.

Se propone aplicar un experimento de enseñanza con base a los utilizados por Fernández, Andrade y Sarmiento (2010) y ajustado al entorno de los estudiantes del SEDEVI para desarrollar y evaluar temas del currículo de estadística para promover el razonamiento estadístico en dicho grupo, en un escenario determinado por una situación de muestreo, considerando procesos de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico, como aproximaciones a una comprensión más profunda de la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

Finalmente, la propuesta de investigación propone la siguiente pregunta de investigación como hilo conductor del trabajo: ¿Qué tipo de tareas pueden promover el razonamiento estadístico en situaciones de muestreo?

ANTECEDENTES

Dado que este trabajo se basa en un ejercicio de análisis a nivel estadístico, se hará una distinción entre tres procesos, a saber, alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico, o en inglés, “statistical literacy, reasoning and thinking”, refiriéndose a la educación que una persona debe saber sobre lo estocástico. Estos conceptos no son exclusivos de un solo autor, sino que es posible encontrar diferentes posturas. En las siguientes secciones se mencionarán algunos puntos de vista, basados en la revisión de la literatura disponible.

ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA

Este concepto tiene una significación amplia y por lo general no es muy clara Rumsey (2002). Ella cita las definiciones dadas por otros autores: La “habilidad de la gente para interpretar y evaluar críticamente con argumentos basados en datos, información estadística que aparece en diversos medios, así como para discutir sus opiniones al mirar cuidadosamente dicha información” (Gal, 2000); la “comprensión del lenguaje estadístico (palabras, términos, símbolos) y capacidad de interpretar gráficos y tablas y de leer y determinar el significado estadístico dado en los medios de comunicación a noticias, encuestas de opinión, indicadores económicos” (Garfield,1999); la “habilidad para comprender conceptos estadísticos y para razonar en el nivel más básico”. (Snell, 1999); la “comprensión del texto y del significado e implicaciones de la información estadística del mismo, en el contexto del tema al cual pertenece” (Watson, 1997). A su vez este autor concibe como metas finales de una alfabetización estadística, tres etapas de desarrollo: (1) la comprensión básica de la terminología estadística; (2) la comprensión del lenguaje estadístico y de los conceptos subyacentes al interior de un contexto amplio de discusión social; y (3) el desarrollo de una actitud de cuestionamiento con base en la cual se puedan aplicar conceptos más sofisticados para contradecir afirmaciones que son hechas sin un apropiado fundamento estadístico.

En resumen, se ve que en cualquiera de las posturas antes descritas hay en común la proposición de metas generales para la educación estadística y la sugerencia de establecer niveles de desarrollo, en donde se reconozcan diferencias, tanto en habilidades y conocimientos, como en los contextos en donde pueda tener sentido la utilización de la estadística.

Por su parte, Rumsey (2002), describe un conjunto de componentes relevantes para la alfabetización estadística, cuyas características pueden ser comunes tanto al razonamiento como al pensamiento estadístico. Estos componentes son:

Conciencia acerca de los datos. Los datos son un aspecto importante en la vida diaria y laboral y el uso que se le dé a ellos, adecuado o no, puede tener un impacto notorio en la vida de las personas.

Comprensión de lo básico. Tiene que ver con el uso de conceptos estadísticos dentro de un ambiente no estadístico, bien sea dentro de una oración o en una forma más general, así como responder preguntas acerca del mismo.

Producción de datos y resultados. Los estudiantes son capaces de generar datos y obtener resultados a partir de los mismos; formulan preguntas y las responden; identifican métodos o técnicas de análisis estadístico por sí mismos; la aplicabilidad de un método particular partiendo de una técnica general de análisis estadístico.

Habilidades básicas de interpretación. El uso de datos basado en situaciones reales debe facilitarle al estudiante el desarrollo de habilidades para interpretar información estadística y obtener conclusiones a partir de ella. Se ilustra con frecuencia la utilización de las medidas de tendencia central (media, mediana, moda). En los textos, por lo general se le pide al estudiante solo cálculos matemáticos, sin ir más allá de analizar el significado de dichos resultados, y evaluar las decisiones tomadas y sus consecuencias. Se sugiere entonces, darle al estudiante la oportunidad de interpretar sus propios resultados usando los datos por ellos mismos generados, o proporcionar situaciones en las que grupos de estudiantes trabajen en diferentes aspectos de un gran problema dentro de un contexto común. Cuando el estudiante genera resultados estadísticos por si mismo, le facilita una mejor comprensión de cómo interpretar los resultados.

Habilidades básicas de comunicación. Involucra leer, escribir, demostrar e intercambiar información estadística. A Diferencia de la habilidad de interpretación, la comunicación implica pasar la información a otra persona de forma que pueda ser comprendida.

RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO

Para Garfield (2002) el razonamiento estadístico es:

La manera en que la gente razona con ideas estadísticas y le da sentido a la información estadística (Garfield y Gal 1999). Esto implica hacer interpretaciones sobre la base de conjuntos de datos, representaciones gráficas, y resúmenes estadísticos. Gran parte del razonamiento estadístico combina ideas acerca de los datos y probabilidades, lo que lleva a hacer inferencias e interpretar resultados estadísticos.

El razonamiento estadístico no es un proceso exclusivo de los estadísticos o matemáticos, sino que también es usado en áreas como salud, ciencias o periodismo o política.

Según Wild y Pfannkuch (1999). El razonamiento estadístico es una componente esencial del aprendizaje. Dicho tipo de razonamiento, incluye cinco componentes fundamentales:

- Reconocer la necesidad de los datos: esto significa que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada.
- Transnumeración: tiene que ver con la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Se podría generar tres tipos de transnumeración: la primera, a partir de la medida que “captura” las cualidades o características del mundo real; otra, al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; y finalmente al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.
- Percepción de la variación. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto.
- Razonamiento con modelos estadísticos. Poder diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionar el modelo con los datos.
- Integración de la estadística y el contexto: Es también un componente esencial del razonamiento estadístico.

Por otra parte, Chervaney, Collier, Fienberg, Johnson y Neter (1977) y Chervaney, Benson y Iyer (1980) definen como razonamiento estadístico lo que el estudiante es capaz de hacer con el contenido estadístico (recordar, reconocer y discriminar entre conceptos estadísticos) y las competencias que los estudiantes demuestran en el uso de los conceptos estadísticos en un problema específico solucionándolo por pasos. Desde su punto de vista el razonamiento estadístico puede entenderse como un proceso de tres pasos:

- Comprensión (ver un problema particular, similar a una clase de problemas),
- Planificación y ejecución (aplicando métodos apropiados para resolver el problema), y
- Evaluación e interpretación (interpretar los resultados en lo que se refiere al problema original).

Estos autores han propuesto un enfoque de sistemas de enseñanza y la evaluación estadística razonamiento basado en este modelo. Sin embargo, no hay bibliografía disponible para describir o apoyar el uso de este modelo.

Además, Garfield (2002) también menciona que existe abundancia de investigaciones en estadística sobre razonamiento estadístico incorrecto, lo que indica que las ideas estadísticas son a menudo mal interpretadas y mal usadas por estudiantes profesionales indistintamente.

Algunos de los tipos de errores y malentendidos recopilados por psicólogos (tales como Kahneman, Slovic y Tversky 1982) y educadores (tales como Garfield y Ahlgren, 1988) son conocidos como: Conceptos Erróneos sobre promedios, la ley de los grandes números, La "ley de los números pequeños" La idea equivocada de la representatividad, el sesgo Monoético Equiprobabilístico.

PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

Pocos autores dan una definición de Pensamiento Estadístico. Quizás el trabajo más notable al respecto es el de Wild y Pfannkuch (1999) quienes dan una definición basada en una propuesta de preguntas realizadas a practicantes y estudiantes que laboraban en proyectos de estadística, acerca de lo que ellos hacen cuando están en la tarea de identificar elementos claves en la resolución de un problema. Su modelo considera cuatro dimensiones: el ciclo investigativo, tipos de pensamiento, ciclo interrogativo, y por último las disposiciones.

El pensador opera en las cuatro dimensiones a la vez. Por ejemplo, el pensador puede ser categorizado como actualmente está en la etapa de planificación del ciclo investigativo (Dimensión 1), referente a algún aspecto de variación en la dimensión 2 (tipos de pensamiento) al criticar un plan tentativo en la dimensión 3 (Ciclo interrogativa) impulsado por el escepticismo en la dimensión 4 (Disposiciones). ¿Quién está haciendo esta manera de pensar? Cualquier persona involucrada en la investigación, ya sea individualmente o como miembro de un equipo. No es propio de los estadísticos, a pesar de la calidad del pensamiento, se puede mejorar mediante la obtención de un mayor conocimiento estadístico.

Estos autores destacan además, por un lado, la naturaleza contextual de los problemas de estadística como elemento esencial, haciéndose claro el pensamiento estadístico cuando se relacionan los modelos matemáticos con el

contexto; y por otro lado, afirman que muchas de las disposiciones deseables en los pensadores estadísticos tales como la incredulidad y el escepticismo se dan como resultado de la experiencia.

En contraste a lo planteado por Wild y Pfannkuch (1999), Moore (1997) señala que “los estudiantes principiantes necesitan una introducción más selectiva al pensamiento estadístico”. Puntualiza por ejemplo, que la estructura “Datos, Análisis, Conclusiones” de un ciclo de investigación se debe detallar en acciones como:

Cuando usted examina un conjunto de datos, (1) comience por graficar los datos e interprete lo que ve; (2) busque patrones generales y desviaciones sobresalientes a esos patrones, y encuentre explicaciones en el contexto del problema; (3) con base en el examen de los datos, seleccione descripciones numéricas apropiadas de aspectos específicos; (4) si el patrón general es suficientemente regular, encuentre un modelo matemático compacto para ese patrón. (Moore 1997)

Como lo sugiere Chance (2002, p. 4), es propio del pensamiento estadístico, más allá del razonamiento y la alfabetización, la habilidad para ver el proceso como un todo, para preguntarse y responderse el porqué del mismo, para comprender la relación y significado de la variación en este proceso, para tener la pericia para explorar datos en formas que vayan más allá de las que son prescritas en los textos y para generar nuevas preguntas que vayan más allá que las que se hacen inicialmente en una investigación. (Fernández, Andrade, Sarmiento, 2010, p. 25)

SITUACIONES DE MUESTREO

Canada (2004) considera tres escenarios de la estadística como forma de aproximarse al estudio de la variación en lo estocástico: situaciones de conjuntos de datos, situaciones de muestreo y situaciones de probabilidad. En este apartado se describen característica del escenario que se abordará en el trabajo.

Un aspecto importante es que las situaciones de muestreo propician el desarrollo del conocimiento estadístico. Dentro de las situaciones de muestreo aparece la idea de variabilidad cuando se encuentran diferencias entre muestras repetidas obtenidas de la misma población y dichas diferencias están ligadas, no solo al tamaño de la muestra, sino también a la representatividad de dicha muestra. A medida que crece el tamaño de la muestra, hay menos variabilidad en las estadísticas de la muestra y los parámetros están más cercanos a los correspondientes a la población. Ya que en las muestras pequeñas es más posible la presencia de datos extremos que en las muestras grandes, Watson y Moritz (2000) descubrieron que muchos estudiantes no reconocen que las muestras pequeñas son más proclives a dar resultados sesgados y consideran que la escogencia del tamaño de la muestra es al azar.

Fischbein y Schnarch (1997) afirman estos resultados al determinar que hay una idea errada sobre que la variabilidad en las estadísticas no se ve afectada por el tamaño de la muestra. Watson y Moritz (2000) investigaron la tensión entre la eficiencia de muestras pequeñas y la confiabilidad de muestras grandes, y hallaron que algunos estudiantes creen que cualquier muestra pequeña es siempre representativa y otros creen que una muestra grande siempre es mejor sin tener en cuenta las dificultades y costos de la recolección de datos. Jacobs (1997, citado en Canada, 2004) determina que los estudiantes asumen una relación entre los resultados obtenidos por el método de muestreo y los resultados esperados antes del muestreo; si los resultados son los esperados, entonces el método escogido es adecuado. Pero por definición la inferencia estadística basada en la toma de datos de una muestra “es imperfecta, pues todos los muestreos introducen error”. Watson y Moritz (2000) conjeturan sobre un modelo del desarrollo de los conceptos de muestreo que sugiere que “a medida que los estudiantes conocen la variación en la población reconocen la importancia de la selección de la muestra”. Los conceptos de variación y representatividad son intrínsecos a la tarea de hacer inferencias sobre poblaciones a partir de muestras de datos y las tensiones que entre estos dos conceptos siempre van a existir. Rubin, Bruce y Tenney (1991) acuerdan que es necesario balancearlos: la representatividad de la muestra como la idea de que la muestra tenga características idénticas a las de la población, con la variabilidad de la muestra como la idea de que diferentes muestras de la misma población con frecuencia no son idénticas y por lo tanto no concuerdan exactamente con la población. En un estudio Rubin, Bruce y Tenney (1991), concluyen que los estudiantes carecen de experiencia para pensar en términos de una distribución de muestras generadas a partir de una población particular.

INDICADORES

Los indicadores presentados a continuación fueron propuestos por Fernández, Andrade y Sarmiento (2010), y se tomaron como referencia para la formulación de las tareas propuestas. Estos indicadores fueron:

Cuadro 1. Indicadores para situaciones de muestreo propuesto por Fernández, Andrade y Sarmiento (2010)

<i>Alfabetización básica</i>	<i>Razonamiento</i>	<i>Pensamiento</i>
Identificar variables, asociadas al contexto de una situación de discusión presentada. Identificar que las muestras pueden ser de diferentes tamaños. Notar que muestras del mismo tamaño pueden ser diferentes en los elementos que la constituyen.	Explicar por qué es conveniente considerar una variable respecto de otras para abordar un problema en un determinado contexto. Explicar por qué es conveniente considerar un método de recolección de	Criticar métodos de obtención de datos que puedan generar sesgos o muestras que no sean representativas. Criticar que tener en cuenta solamente el tamaño de una muestra ó la manera de

Alfabetización básica	Razonamiento	Pensamiento
<p>Notar que hay diferentes valores en una muestra de datos.</p> <p>Identificar características asociadas a otra característica poblacional, para medirla de manera indirecta.</p> <p>Proponer diferentes maneras de recolectar una muestra.</p> <p>Darse cuenta que hay diferentes métodos para recolectar una muestra de datos.</p> <p>Proponer el estudio de una muestra a través de algunas medidas de resumen de tendencia central</p> <p>Reconocer que hay métodos de recolección de datos que pueden generar muestras sesgadas.</p> <p>Calcular estadísticas de resumen para describir características de datos o muestras.</p> <p>Identificar y utilizar representaciones que posibiliten la descripción de diferentes aspectos de una muestra.</p> <p>Proponer maneras de estimar una característica de la población de estudio, con base en resúmenes estadísticos hechos sobre una muestra.</p> <p>Reconocer características de los diferentes métodos de muestreo.</p> <p>Notar que las medidas de resumen de muestras de una población son variables tanto para muestras de igual tamaño como de tamaños diferentes.</p> <p>Identificar la variabilidad presente en una muestra, a través de valores diferentes en los datos que la componen.</p> <p>Darse cuenta que la media de extremos es invariante ante cambios de valores intermedios.</p> <p>Notar que dependiendo de los métodos de recolección de información se genera mayor o menor variabilidad en la estimación de una característica de la población.</p> <p>Notar que una población posee diferentes características que pueden ser estudiadas.</p> <p>Notar que una característica poblacional varía al ser medida.</p> <p>Reconocer que la diferencia en valor absoluto entre la media poblacional y la media muestral es una medida de la precisión de una estimación.</p> <p>Comparar “métodos” de selección muestras de una población teniendo en cuenta la forma de obtener la</p>	<p>datos respecto de otros para recolectar información acerca de una variable.</p> <p>Reconocer diferentes resúmenes numéricos como informadores de diferentes aspectos acerca de la dispersión presente en un conjunto de datos.</p> <p>Argumentar que muestras del mismo tamaño pueden dar resultados diferentes según el método utilizado para seleccionarlas.</p> <p>Explicar que el tamaño de una muestra y/o la manera de obtenerla, influyen en la representatividad de la misma respecto a la población de referencia.</p> <p>Explicar por qué en la selección de muestras el tipo de método utilizado afecta la variabilidad de la estimación.</p> <p>Explicar razones y/o posibles fuentes que originan variabilidad en muestras (aleatorias y no aleatorias) tomadas de una población.</p> <p>Explicar cómo se podría disminuir el margen de error de la estimación de la media muestral respecto a la media de la población en situaciones de muestreo aleatorio.</p> <p>Explicar cómo se puede comparar la información de dos o más muestras tomadas de una misma población.</p> <p>Reconocer que la manera de seleccionar una muestra puede provocar sesgos en la estimación de una característica.</p> <p>Reconocer las ventajas de utilizar muestras aleatorias respecto de muestras no aleatorias.</p> <p>Atribuir a una muestra de menor tamaño respecto a otra más grande mayor variabilidad.</p> <p>Reconocer que el aumento en el tamaño de una muestra aleatoria usualmente mejora la estimación de la característica de estudio.</p> <p>Explicar por qué un estudio de muestreo no ofrece un valor</p>	<p>obtenerla no es suficiente para asegurar una buena representatividad de la población.</p> <p>Criticar métodos de recolección de datos que no implican igualdad de condiciones de aleatoriedad para la recolección de información.</p> <p>Aplicar métodos para seleccionar muestras de una población de estudio que generen muestras representativas.</p> <p>Explicar que un estudio de muestreo no ofrece un valor exacto de la característica de estudio, pero sí ofrece un valor próximo a él cuando la aleatoriedad, el tamaño de la muestra y el margen de error son aceptables.</p> <p>Criticar en un muestreo el tamaño de la muestra, comparándolo con el de la población.</p>

Alfabetización básica	Razonamiento	Pensamiento
<p>información al contrastar un método aleatorio con métodos no aleatorios.</p> <p>Reconocer que en el muestreo aleatorio el aumento en el tamaño de una muestra puede mejorar la estimación de una característica de una población.</p> <p>Reconocer que el tamaño de la muestra y la manera de seleccionarla son dos factores que influyen en un muestreo.</p> <p>Notar que el cálculo de una estadística (por ejemplo la media) no varía cuando se hace con los datos de un mismo conjunto (por ejemplo una población)</p> <p>Notar que el cálculo de una estadística varía cuando se hace con diferentes muestras de una misma población.</p> <p>Darse cuenta que utilizar k muestras de tamaño n_1, n_2, \dots, n_k debe dar resultados equivalentes al de una muestra de tamaño "$n_1 + n_2 + \dots + n_k$"</p>	<p>exacto de la característica de estudio, pero sí ofrece un valor próximo.</p>	

MARCO CONCEPTUAL

El pensamiento estadístico puede entenderse como lo que una persona es capaz de investigar con el contenido estadístico en un contexto determinado. Dicho de otra manera, cuando la persona es capaz de evaluar, criticar y generalizar información estadística en un contexto específico, para caracterizar o proyectar acciones o políticas y toma de decisiones ha desarrollado el pensamiento estadístico. En relación específica al muestreo, el pensamiento estadístico involucra un entendimiento de la naturaleza del muestreo y cómo se hacen inferencias desde las muestras hacia la población. (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

Estas reflexiones llevan, en buena parte, a que este estudio se adhiera a los planteamientos que delMas (2002) esboza en el siguiente cuadro, en donde aparece una lista de habilidades que se requieren del estudiante para que demuestre o desarrolle cada uno de estos procesos.

Cuadro 2. Tareas que podrían distinguir las tres perspectivas de instrucción

Alfabetización básica	Razonamiento	Pensamiento
<i>Identificar</i> <i>Describir</i> <i>Refrasear</i> <i>Traducir</i> <i>Interpretar</i> <i>Leer</i>	<i>¿Por qué?</i> <i>¿Cómo?</i> <i>Explicar</i> <i>(Los procesos)</i>	<i>Aplicar</i> <i>Criticar</i> <i>Evaluar</i> <i>Generalizar</i>

Del cuadro anterior, se ve que por ejemplo, si una meta de la instrucción fuera desarrollar la alfabetización estadística básica, entonces los profesores deben procurar que los estudiantes realicen acciones como: identificar ejemplos de un término o concepto; describir gráficas, distribuciones o relaciones entre variables; refrasear, traducir o interpretar los resultados de un procedimiento estadístico, etc. Si, por otra parte, se le pide al estudiante explicar por qué o cómo los resultados de un proceso particular fueron producidos —por ejemplo, explicar el proceso que produce la distribución muestral de un estadístico, o por qué la mediana es resistente a valores atípicos, o por qué una muestra aleatoria tiende a producir muestras representativas— o por qué una conclusión dada es justificable, se está promoviendo el desarrollo de razonamiento estadístico. Finalmente, y dadas las características que Chance (2002) le impone al pensamiento estadístico, se distingue este proceso de los otros dos en el sentido de que a los estudiantes

se les incita a aplicar su competencia de alfabetización básica y de razonamiento estadístico en contextos específicos.

En otras palabras, el pensamiento estadístico es promovido cuando en la enseñanza se reta a los estudiantes a aplicar su comprensión a problemas reales, a cuestionar, criticar y evaluar el diseño y las conclusiones de estudios realizados, o a generalizar el conocimiento derivado de ejemplos presentados en el salón de clase a situaciones nuevas o novedosas para el estudiante.

delMas (2002 y 2004) y Ben-Zvi y Garfield (2004), señalan otras cuestiones que se destacan como aspectos en común de cada enfoque y que pueden considerarse como importantes para la enseñanza estadística enfocada en tales procesos. La primera es la preocupación de recomendar la preparación y coordinación cuidadosas de los objetivos propuestos para la instrucción, con los métodos y recursos a utilizar en la enseñanza, y con los esquemas y propuestas de evaluación a considerar.

En segundo lugar, la idea de que la interpretación de información estadística es dependiente del contexto, y que por ello como postulado de la enseñanza en estadística, se predica que si un procedimiento es enseñado, los estudiantes también deben aprender los contextos en los cuales es aplicable. Por ejemplo, si un objetivo de enseñanza fuera que los estudiantes comprendan el término “media aritmética” dentro del contexto de la estadística, las actividades de enseñanza se deben diseñar orientadas a ayudar a que los estudiantes descubran porque la media aritmética es un tipo de medida de tendencia central, contrastar esta medida con otras medidas de tendencia central y mostrar cuándo y dónde no utilizar la media aritmética.

Como tercera cuestión se menciona el interés y la recomendación de considerar de manera más decidida los asuntos de la evaluación de los estudiantes. delMas (2002) afirma que el tema de la evaluación frecuentemente no recibe la misma atención que el de la instrucción aunque debería tener igual importancia. Una falla frecuente de la instrucción consiste en presentar y utilizar actividades o materiales relacionados con los objetivos del curso pero no evaluar los resultados de aprendizaje de su implementación. En palabras de delMas (2002), “un objetivo que no es evaluado, realmente no es un objetivo del curso”. Sin embargo, una de las mayores dificultades al diseñar evaluaciones es la de conocer o establecer indicadores que realmente den cuenta del objetivo a evaluar.

INDICADORES DE LA PROPUESTA

El interés de este proyecto está en estudiar las situaciones de muestreo como uno de los tres escenarios de la estadística, con el propósito de analizar la variación en lo estocástico. Para evaluar el aprendizaje de los estudiantes se

hace necesario establecer indicadores que permitan determinar si el estudiante alcanzó el nivel de alfabetización o de razonamiento o de pensamiento estadístico. A continuación se presentan los indicadores para situaciones de muestreo, en los ya antes mencionados y con la creación de nuevos indicadores con respecto a los ajustes de la propuesta.

Cuadro 3. indicadores para situaciones de muestreo propuestos por Camino y Daza

Momento	Preguntas	Alfabetización	Razonamiento	Pensamiento
Primero	<ol style="list-style-type: none"> ¿Qué características de la población estudiantil contemplarían para definir la altura de instalación de los teléfonos? Teniendo en cuenta que la población estudiantil es de 1000 estudiantes entre niños y niñas y que el trabajo debe ser realizado en horas extra clase, ¿qué sugiere usted para obtener la información pertinente de esta población? Justifique su respuesta. ¿Qué entiende usted por población, muestra, censo y muestreo? Identifique en la situación problema planteada, ¿cuál o qué sería la población, muestra, censo y muestreo? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de hacer un censo o un muestreo? Para dar respuesta a la situación problema, de lo definido anteriormente (pregunta 5), usted qué utilizaría? ¿por qué? 	<p>Identificar variables, asociadas al contexto de una situación de discusión presentada.</p> <p>Notar que una población posee diferentes características que pueden ser estudiadas.</p> <p>Notar en un contexto específico la necesidad de tomar una muestra.</p> <p>Reconocer la diferencia de algunos conceptos propios de la teoría del muestreo como: población, muestra, censo y muestreo. (Aplica para las preguntas 3, 4,5 y 6)</p>	<p>Explicar por qué es conveniente considerar una variable respecto de otras para abordar un problema en un determinado contexto.</p> <p>Explicar por qué es importante tomar una muestra como representación de una población.</p> <p>Explicar qué son cada uno de los términos de población, muestra, censo y muestreo en un contexto específico.</p>	<p>Aplicar los términos de población, muestra, censo y muestreo a una situación real.</p>
Segundo	<ol style="list-style-type: none"> ¿Cómo debería hacerse la selección de la muestra? Explique. De los métodos propuestos por ustedes, ¿cuál sería el mejor y por qué? 	<p>Proponer diferentes maneras de recolectar una muestra.</p> <p>Darse cuenta que hay diferentes métodos para recolectar una muestra.</p>	<p>Explicar por qué es conveniente considerar un método de</p>	<p>Criticar métodos de obtención de datos que puedan generar sesgos o muestras</p>

	<p>3. ¿Algunos de los métodos de tomar muestras propuestos por las directivas, coinciden con los métodos formulados por ustedes previamente? Explique similitudes y diferencias.</p> <p>4. ¿Cuál de los métodos propuestos por las directivas, usted consideraría más conveniente para aproximarse al promedio de la estatura de la población estudiantil (1000 estudiantes)? Explique ventajas del seleccionado y desventajas de los no seleccionados.</p>	<p>muestra de datos.</p> <p>Reconocer características de los diferentes métodos de muestreo.</p> <p>Reconocer que hay métodos de recolección de datos que pueden generar muestras sesgadas</p>	<p>recolección de datos respecto de otros para recolectar información acerca de una variable.</p> <p>Explicar que el tamaño de una muestra y/o la manera de obtenerla, influyen en la representatividad de la misma respecto a la población de referencia.</p>	<p>que no sean representativas.</p>
Tercero	<p>1. ¿Qué diferencias observan, de acuerdo a los promedios encontrados, entre los métodos propuestos para seleccionar la muestra?</p> <p>2. ¿Cuál considera que es la propuesta más conveniente para dar solución a la situación problema? ¿por qué?</p>	<p>Calcular estadísticas de resumen para describir características de datos o muestras.</p> <p>Notar que las medidas de resumen de muestras de una población son variables tanto para muestras de igual tamaño como de tamaños diferentes.</p>	<p>Argumentar que muestras del mismo tamaño pueden dar resultados diferentes según el método utilizado para seleccionarlas</p>	<p>Aplicar métodos para seleccionar muestras de una población de estudio que generen muestras representativas.</p>
Cuarto	<p>1. De acuerdo con los datos obtenidos, ¿cuál de las propuestas de muestreo es más eficiente? ¿por qué?</p> <p>2. ¿Cuál es el método más deficiente de las propuestas hechas? Explique.</p>	<p>Notar que el cálculo de una estadística varía cuando se hace con diferentes muestras de una misma población.</p> <p>Reconocer que el tamaño de la muestra y la manera de seleccionarla son dos factores que influyen en un muestreo.</p>	<p>Reconocer que la manera de seleccionar una muestra puede provocar sesgos en la estimación de una característica.</p>	

MARCO METODOLÓGICO

ENFOQUE DE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA

Algunas definiciones de un experimento de enseñanza son las de Steffe y Thompson (2000) y la de Cobb y Gravemeijer (2008). Los primeros la definen, en forma general, como una metodología orientada a caracterizar el pensamiento de los estudiantes en tiempos determinados, y su uso es recomendable cuando se quiere saber de manera directa cómo desarrollan el razonamiento y aprendizaje matemático los estudiantes.

Mientras tanto Cobb y Gravemeijer (2008) establecen que un experimento de enseñanza se establece en tres fases, siendo la primera la preparación del experimento, a continuación la fase de experimentación y por último el análisis de los datos.

En la preparación del experimento se desarrollan las *trayectorias hipotéticas de aprendizaje* que son predicciones que hace el profesor sobre el camino que debe seguir el aprendizaje de los estudiantes en clase. Es un proceso de enseñanza y aprendizaje dirigido por el docente encargado, con unas metas y tareas claras, donde se aclaran dudas de las tareas propuestas, y lo que el docente espera de los resultados de los alumnos de acuerdo a esas tareas.

En la segunda fase, de experimentación, se diseñan y formulan hipótesis, que se verifican en clase, donde se recogen datos de toda la sesión, o parte de ella, se analizan, y si es necesario, se reformulan las hipótesis, continuando en un ciclo. Para la recolección de esos datos puede hacerse de varias maneras: notas de los estudiantes, fotos, videos, o grabaciones de audio, entre otras.

En la última fase, se sistematizan los resultados obtenidos, bien sea en tablas o matrices. El análisis de los datos se realiza entonces con base en categorías o indicadores que provienen del marco teórico.

En el presente trabajo se siguió la recomendación de Cobb y Gravemeijer (2008). Se diseñó una trayectoria hipotética, se aplicó dicha trayectoria con los estudiantes, y al final se recogieron datos. No se hace análisis de datos, dejando este proceso para un trabajo posterior.

A continuación se especifica con más detalle la trayectoria hipotética de aprendizaje que se llevó a cabo con los estudiantes de noveno del Colegio SEDEVI.

TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE

La actividad a realizar se desarrollará a lo largo de cuatro partes o momentos, descritos así:

Primer momento: presenta la situación problema, introduce la necesidad de muestrear e identifica la característica más representativa que dé solución a dicha situación.

Segundo momento: intenta que se propongan diferentes métodos de tomar muestras, que garanticen la mejor representación de la población. Se sugieren seis métodos de tomar muestras, para discutir los pro y contra de cada uno de ellos, para finalmente identificar el más conveniente.

Tercer momento: busca comparar a través de una simulación en físico, de la situación problema, las ideas intuitivas propuestas en el momento dos, con base en la realización de sólo una toma de muestra con un método específico de los seis propuestos y el cálculo de algunas medidas descriptivas.

Cuarto momento: trata de generar a través de una simulación por computador, de los mismos datos utilizados en el momento tres, la identificación del mejor método de muestreo, de los seis propuestos, por iteración de toma de muestras, cálculo de descriptivas y diagramas de frecuencias.

Objetivos de aprendizaje: Los objetivos serán definidos para cada uno de los momentos, así:

Primer momento: introducir la necesidad de muestreo e identificar la característica más representativa que dé solución a la situación problema.

Segundo momento: identificar y evaluar diferentes métodos de tomar muestras, con el objeto de elegir el más conveniente.

Tercer momento: comparar a través de una simulación en físico, de la situación problema, las ideas intuitivas propuestas en el momento dos, con base en la realización de sólo una toma de muestra con un método específico de los seis propuestos y el cálculo de algunas medidas descriptivas.

Cuarto momento: generar la identificación del mejor método de muestreo, de los seis propuestos, por iteración de toma de muestras, cálculo de descriptivas y diagramas de frecuencias, a través de un computador.

Proceso hipotético de aprendizaje: En el primer momento se espera, primero que todo, que el estudiante estipule lo que se debe medir para dar respuesta a la situación problema planteada. Luego se espera que el estudiante establezca diferencias entre conceptos tales como población y

muestra, censo y muestreo, e identifique qué implica positiva y negativamente hacer un censo o un muestreo.

En el segundo momento se espera que el estudiante plantee y argumente intuitivamente diferentes métodos para tomar muestras. Luego se le sugerirán seis métodos y se espera que escojan sólo cuatro que consideren más convenientes.

En el tercer momento se espera que el estudiante dé respuesta a la situación problema, mediante la ejecución práctica de los métodos de muestreo propuestos. Cuando lleve a cabo cada propuesta, se espera que surja en él la necesidad de representar dichos datos seleccionados en una única medida resumen que los represente, es decir deben pensar en el cálculo de un promedio o media aritmética. De acuerdo con los resultados obtenidos en cada propuesta de muestreo, el estudiante debe notar el efecto que causa en dichas estimaciones, la estratificación presente en la población, para así finalmente concluir cual es la mejor estimación.

En el cuarto momento, se espera que el estudiante mediante la selección, de no sólo una única muestra, sino cuantas quiera tomar, a través de la herramienta de simulación, y la revelación del valor real del parámetro a estimar, dé cuenta con mayor claridad, de las diferencias entre cada una de las propuestas de muestreo, identifique sesgos y llegue a la conclusión de la existencia de otras estadísticas, no sólo la media aritmética, para validar finalmente la conveniencia de los mismos.

Intencionalidad de las tareas: Cada uno de los cuatro momentos se fundamenta bajo las siguientes intenciones:

Primer momento:

- Identificar la variable más adecuada para abordar el estudio planteado.
- Explorar conceptos preconcebidos de algunos términos de muestreo (población, muestra, censo y muestreo) y la identificación de los mismos sobre el contexto planteado.
- Abrir discusión frente a las ventajas de hacer un muestreo en comparación con un censo.

Segundo momento:

- Establecer empíricamente las ventajas y desventajas que se suscitan de las propuestas de muestreo planteadas por los estudiantes y de las planteadas por las directivas.

Tercer momento:

- Propiciar un entorno que se acerque a la labor de hacer un muestreo.

- Discutir, a partir de los resultados obtenidos, la selección del método más conveniente de muestreo, que dé solución a la problemática planteada.

Cuarto momento:

- Realizar exploraciones con ayuda del profesor, en el entorno de una base de datos elaborada en hoja electrónica.
- Mostrar que mediante el uso de la tecnología se puede generar en forma más rápida, el mismo procedimiento abordado en el momento tres y con la ventaja de que es sobre más de una muestra.
- Acercar al estudiante a tomar la decisión de escoger el mejor procedimiento de muestreo, mediante el uso de la estadística, identificando la frecuencia de sesgos en cada una de las estimaciones hechas de cada una de las muestras.

Tareas propuestas

Primer momento: Presentación situación problema

Las directivas del Colegio SEDEVI han decidido instalar cierto número de teléfonos públicos como parte de las políticas de bienestar para sus estudiantes. No se ha especificado aún la altura de instalación de los teléfonos, para que la mayoría de la población estudiantil tenga facilidad de acceso a ellos. Por lo tanto las directivas invitan a los estudiantes de grado 9a participar en horas extra clase o en los tiempos de descanso para dar solución a dicho interrogante.

1. ¿Qué características de la población estudiantil contemplarían para definir la altura de instalación de los teléfonos?
2. Teniendo en cuenta que la población estudiantil es de 1000 estudiantes entre niños y niñas y que el trabajo debe ser realizado en horas extra clase, ¿qué sugiere usted para obtener la información pertinente de esta población? Justifique su respuesta

Socialización 1

Se pedirá a cada grupo que diga lo que respondieron, procurando establecer o guiar a que la característica más relevante, que dé respuesta a la situación problema, sea la estatura de los estudiantes. Para cuando se aborde la segunda pregunta, si de los estudiantes no surge la necesidad de muestrear, se les guiará con el uso de algunas analogías, como por ejemplo: “¿cómo se hace para establecer, después de preparado el arroz, si éste quedo en su punto? ¿Se prueba todo el arroz o una parte?”. Con esto se pretende que el estudiante entienda con mayor claridad que tomar una parte de los estudiantes y medir sus estaturas se acercaría al valor del parámetro (estatura promedio de

los 1000 estudiantes). Ya una vez establecido que se debe tomar una muestra, no se espera que los estudiantes sugieran que ésta debe ser tomada al azar, pero si lo hacen, se debe indagar como entienden ese azar.

3. ¿Qué entiende usted por población, muestra, censo y muestreo?
4. Identifique en la situación problema planteada, ¿cuál o qué sería la población, muestra, censo y muestreo?
5. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de hacer un censo o un muestreo?
6. Para dar respuesta a la situación problema, de lo definido anteriormente (pregunta 5), usted ¿qué utilizaría? ¿por qué?

Socialización 2

Se explora la comprensión de los estudiantes acerca de conceptos como: población, muestra, muestreo y censo; pidiendo que expresen sus ideas, para que finalmente el docente precise lo que está bien y lo que está mal. Para el caso del problema que se está abordando se pide identificar qué sería cada uno de los conceptos anteriormente mencionados. Si se insinúan tamaños de muestras, pedir explicación de por qué ese tamaño.

Segundo momento: “Propuestas sugeridas de muestreo”

Los directivos de la institución están interesados en conocer sus propuestas acerca de la selección de la muestra. Sin embargo ellos tienen facilidad de entregar listados completos de la(s) característica(s) que usted requiera y además le sugiere seis procedimientos para seleccionar la muestra. Estos son:

Método 1: Elegir un curso por cada grado (6°, 7°, 8°, 9°, 10° y 11°) al azar, luego tomar una muestra de 5 estudiantes aleatoriamente por cada curso seleccionado, calcular el promedio de las estaturas para cada una de las muestras y finalmente calcular el promedio de los seis promedios hallados.

Método 2: Elegir tres cursos al azar, uno entre los grados sextos y séptimos, otro entre los grados octavos y novenos y el último entre los grados décimos y undécimos. De cada curso seleccionado, extraer una muestra aleatoria de 10 estudiantes, calcular el promedio de las estaturas para cada una de las muestras y finalmente calcular el promedio de los tres promedios encontrados.

Método 3: Elegir aleatoriamente una muestra de 30 estudiantes de toda la población estudiantil y calcular el promedio de las estaturas seleccionadas.

Método 4: Elegir dos cursos al azar, uno entre los grados sextos y el otro de entre los grados undécimos. De cada curso seleccionado, extraer una muestra

aleatoria de 15 estudiantes y calcular los respectivos promedios. Finalmente calcular el promedio de las estaturas de los dos promedios hallados.

Método 5: Se elige un curso de cualquier grado, al azar, se extrae una muestra de 30 estudiantes y se calcula el promedio de las estaturas.

Método 6: Se eligen tres cursos de cualquier grado, al azar. De cada uno de los cursos seleccionados se extrae una muestra de 10 estudiantes y se calcula el promedio de las estaturas para cada una de las muestras. Finalmente se calcula el promedio de los tres promedios hallados.

1. ¿Cómo debería hacerse la selección de la muestra? Explique.
2. De los métodos propuestos por ustedes, ¿cuál sería el mejor y por qué?
3. ¿Algunos de los métodos de tomar muestras propuestos por las directivas, coinciden con los métodos formulados por ustedes previamente? Explique similitudes y diferencias.
4. ¿Cuál de los métodos propuestos por las directivas, usted consideraría más conveniente para aproximarse al promedio de la estatura de la población estudiantil (1000 estudiantes)? Explique ventajas del seleccionado y desventajas de los no seleccionados.

Socialización 3

Se pide a cada grupo que exponga un método posible para seleccionar la muestra y se anota en tablero cada uno de los métodos, para que enseguida se escoja cuál sería el más conveniente, anotando preferencias y justificaciones.

Tercer momento: Ejecución en físico de los métodos propuestos

Se realiza una práctica simulada de cuatro de los seis métodos de muestreo propuestos por las directivas y discutidos previamente. Para ello se entregará, a cada grupo encargado de llevar a cabo un método de muestreo asignado, un listado ordenado de las estaturas de los estudiantes de cada uno de los cursos con su correspondiente grado. La selección de cursos y estudiantes será realizada mediante la extracción, por sorteo, de balotas (bolas de icopor) numeradas.

I. Para grupo con método 1 de muestreo asignado:

Para elegir el curso¹:

Grados sextos: obtener un número entre 1 y 6^2

¹ Tenga en cuenta que dentro de la bolsa deben estar sólo las balotas con los números del último dígito de los cursos por grado, por ejemplo cuando se seleccione un curso de los grados 8° o 9° sólo deben estar las balotas marcadas con los números del 1 al 4.

Grados séptimos: obtener un número entre 1 y 6
Grados octavos: obtener un número entre 1 y 4
Grados novenos: obtener un número entre 1 y 4
Grados décimos: obtener un número entre 1 y 3
Grados undécimos: obtener un número entre 1 y 2

Para cada uno de los cursos seleccionados³:

- a) Obtenga un número aleatorio de 1 a 40 (se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve y se vuelve a extraer otra balota, que indica 2do. dígito).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 5 estaturas de los estudiantes.
- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas, por curso seleccionado y calcular el promedio de los seis promedios.

II. Para grupo con método 2 de muestreo asignado:

Para elegir el curso:

- a) Grados sextos y séptimos: obtener un número aleatorio entre el 6 y el 7, luego obtener un número entre el 1 y el 6.⁴

Grados octavos y novenos: obtener un número aleatorio entre el 8 y el 9, luego obtener un número entre el 1 y el 4.

Grados décimos y undécimos: obtener un número aleatorio entre el 0 y 1, donde 0 indica décimo y 1 indica undécimo, si es un décimo obtener un número entre 1 y 3, si es undécimo obtener un número entre 1 y 2.

Para cada uno de los cursos seleccionados:

- a) Obtenga un número aleatorio de 1 a 40 (se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve y se vuelve a extraer otra balota, que indica 2º. dígito).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 10 estaturas de los estudiantes.

² Estos valores corresponden al curso, por ejemplo si sale el 2, será 602, 4 será 604 y así, para cada uno de los grados.

³ Tenga en cuenta que la bolsa debe contener las balotas marcadas del 0 al 9

⁴ Tenga en cuenta que en la bolsa para la primera extracción sólo deben estar las balotas marcadas con los números de acuerdo a los grados y en la segunda extracción sólo deben estar las balotas macadas con los números correspondientes a los cursos.

- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas, por curso seleccionado y calcular el promedio de los tres promedios.

III. Para grupo con método 3 de muestreo asignado:

- a) Obtener un número aleatorio de 1 a 1000(se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve, se vuelve a extraer otra balota, que indica 2do. dígito, se devuelve y se extrae una última balota que indica 3er. dígito⁵).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 30 estaturas de los estudiantes.
- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas seleccionadas.

IV. Para grupo con método 4 de muestreo asignado:

Para elegir curso:

- a) Grados sextos: Obtener un número de 1 a 6
Grados undécimos: Obtener un número de 1 a 2

Para cada uno de los cursos seleccionados:

- a) Obtenga un número aleatorio de 1 a 40 (se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve y se vuelve a extraer otra balota, que indica 2do. dígito).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 15 estudiantes.
- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas de cada curso seleccionado y el promedio de las dos muestras seleccionadas.

V. Para grupo con método 5 de muestreo asignado:

Para elegir grado y el curso:

- a) Grado: introducir en la bolsa los números 6, 7, 8, 9, 0 y 1, los cuales significan 6°, 7°, 8°, 9°, 10° y 11° grados respectivamente. Sacar 1 balota, la cual indicará el grado seleccionado.

⁵ Tenga en cuenta que los números 001 me indican el número 1 en lista y los números 000 me indican el número 1000 en la lista

Curso: Obtener un número de 1 a 6 si el grado elegido fue 6° o 7°, obtener un número del 1 al 4, si el grado elegido fue un 8° o un 9°, obtener un número del 1 al 3, si el grado elegido fue un 10°, obtener un número entre el 1 al 2, si el grado elegido fue un 11°.⁶

Para el curso seleccionado:

- a) Obtenga un número aleatorio de 1 a 40 (se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve y se vuelve a extraer otra balota, que indica 2do. dígito).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 30 estudiantes.
- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas del curso.

VI. Para grupo con método 6 de muestreo asignado:

Para elegir grado y el curso:

- a) Grado: introducir en la bolsa los números 6, 7, 8, 9, 0 y 1, los cuales significan 6°, 7°, 8°, 9°, 10° y 11° grados respectivamente. Sacar 3 balotas, las cuales indicarán los grados seleccionados.
Curso: Obtener un número de 1 a 6 si el grado elegido fue 6° o 7°, obtener un número del 1 al 4, si el grado elegido fue un 8° o un 9°, obtener un número del 1 al 3, si el grado elegido fue un 10°, obtener un número entre el 1 al 2, si el grado elegido fue un 11°.
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 3 cursos.

Para cada uno de los cursos seleccionados:

- a) Obtenga un número aleatorio de 1 a 40 (se extrae una balota, que indica 1er. dígito, se devuelve y se vuelve a extraer otra balota, que indica 2do. dígito).
- b) Repita el paso anterior hasta seleccionar 10 estaturas de los estudiantes.
- c) Finalmente, calcular el promedio de las estaturas de cada curso seleccionado y el promedio de las tres muestras halladas.

⁶ Tenga en cuenta que para elegir los cursos la bolsa sólo debe contener esos números

1. ¿Qué diferencias observan entre los métodos propuestos para seleccionar la muestra?
2. ¿Cuál considera que es la propuesta más conveniente para dar solución a la situación problema? ¿por qué?

Socialización 4

Aquí se pretende que no todos los estudiantes realicen todos los métodos de muestreo propuestos, para ello se organizará el curso en 8 grupos y a cada dos grupos se les asignará uno de los cuatro métodos seleccionados por ellos. Los métodos no seleccionados, serán ejecutados por los profesores.

La selección de cada uno de los elementos de la muestra se debe hacer mediante instrucción escrita y oral al grupo.

Finalmente se debe elaborar en el tablero una matriz para reportar los promedios finales de cada uno de los grupos por método de muestreo asignado.

Cuarto momento: Simulación de muestras por computador

Ahora en este cuarto momento se revelará la estatura promedio de la población estudiantil (1000 estudiantes), que es de 155.48 cm. En el momento anterior se llevó a cabo la ejecución de cuatro de los seis métodos de toma de muestras propuestos, sobre listados en físico de las estaturas de cada uno de los estudiantes por curso, pertenecientes a cada uno de los grados, con el objeto de estimar la estatura promedio de los estudiantes. La intención de este último momento es que el estudiante a través de la obtención de no sólo una muestra (3er. momento), sino de un muestreo repetitivo (aproximado de unas 20 muestras), que sólo es posible mediante el uso de una plantilla en Excel, donde se encuentra el mismo listado de estaturas utilizado en el tercer momento y los correspondientes cálculos de promedios para cada una de las muestras generadas, evalúen la eficiencia de cada una de las propuestas de muestreo, mediante el conteo del número de veces que se estima el valor del parámetro ($155,48 \pm 2$), el número de veces que se subestima el parámetro y el número de veces que se sobre estima el parámetro, de las 20 muestras realizadas y mediante el diligenciamiento de la siguiente tabla.

Tabla 1 Conteo de estimación de la estatura mediante Excel

MÉTODO 1 DE MUESTREO	No. Veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

MÉTODO 2 DE MUESTREO	No. Veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

MÉTODO 3 DE MUESTREO	No. veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

MÉTODO 4 DE MUESTREO	No. veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

MÉTODO 5 DE MUESTREO	No. veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

MÉTODO 6 DE MUESTREO	No. veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

- 1) De acuerdo con los datos obtenidos, ¿cuál de las propuestas de muestreo es más eficiente? ¿por qué?
- 2) ¿Cuál es el método más deficiente de las propuestas hechas? Explique.

Socialización 4

Para este último momento, el profesor debe explicar el manejo de la base de datos en el computador, debe hacer énfasis en que se va a ejecutar el procedimiento de muestreo no sólo mediante una muestra, como se hizo en el momento tres, sino que se realizarán muchas muestras (aproximadamente 20 muestras) y que se aplicarán los seis procedimientos de muestreo propuestos por las directivas.

Luego de que cada grupo obtenga resultados se pedirá a los grupos que escriban sus resultados en una matriz que permite identificar el número de veces que ocurre una aproximación al parámetro, una subestimación y una sobre estimación al parámetro y que a partir del diligenciamiento de la tabla concluyan cual sería la mejor propuesta de muestreo.

RESULTADOS DE LA GESTIÓN DE CLASE

PRIMERA SESIÓN

El día 17 de septiembre de 2012, a las 11:15 a.m. se dio inicio a la primera sesión del experimento de enseñanza propuesto en el capítulo anterior. Se contó con la participación de 33 estudiantes del curso 901 del colegio “Semilla de Vida” de la asignatura Matemáticas.

En esta clase se hizo la presentación de la profesora Liliana Daza, por parte del profesor de la asignatura, José Alejandro Camino, los cuales lideraron la sesión. Se mencionó también que el experimento se realizaría durante 3 clases seguidas, en donde se esperaba realizar: en la primera sesión, desarrollo del primer y segundo momentos, en la segunda sesión, desarrollo del tercer momento y en la tercera y última sesión, desarrollo del cuarto momento.

Para el desarrollo de las tareas propuestas el curso se dividió en ocho grupos, los cuales quedaron conformados de la siguiente manera:

Cuadro 4. Grupos de trabajo

Grupo 1: S. R. G.L. E.C. L.C.	Grupo 2: L.C. V. O. L. M. M. F. A. A. M. S.	Grupo 3: A. F. P. B. V. R. L. R.	Grupo 4: L. M. P. M. N. S. D. M.
Grupo 5: Y. G. L. C. J. P. C. A.	Grupo 6: N. A. J. D. P. D. N. C. F.	Grupo: 7 E. M. J. M. J. H. A. B.	Grupo 8: A. A. C. S. D. M. M. F. D.

Una vez conformados los grupos se le entregó, a cada uno de ellos, copia de las tareas asignadas para el primer y segundo momento.

Para cada una de las preguntas se concedieron de 10 a 15 minutos y después de cada respuesta se hacía la correspondiente socialización. Después, se concedió a cada grupo la palabra mientras se hacía registro por escrito, audio y video para algunas de las respuestas.

Lo más destacado para cada una de las preguntas fue:

Primer momento:

1. ¿Qué características de la población estudiantil contemplarían para definir la altura de instalación de los teléfonos?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Siete grupos contestaron que debería ser la estatura de los estudiantes y dos de éstos además hacen énfasis en la longitud del cable del teléfono.

Un grupo plantea dos posibles variables: una tomar el largo de los brazos extendidos en forma perpendicular al cuerpo, esa medida debe ir desde la punta de los dedos de la mano derecha hasta la punta de los dedos de la mano izquierda. Ellos argumentan que esta medida está asociada a la estatura de una persona. Y la otra variable tomar la altura hasta los hombros.

2. Teniendo en cuenta que la población estudiantil es de 1000 estudiantes entre niños y niñas y que el trabajo debe ser realizado en horas extra clase, ¿qué sugiere usted para obtener la información pertinente de esta población? Justifique su respuesta

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Seis grupos proponen tomar la estatura de los 1000 estudiantes, para recoger dicha información se proponen:

- Hacer encuestas en dirección de grupo
- Crear un blog virtual con tiempo limitado para que cada alumno digite su estatura
- Ir a preguntar a cada curso la estatura de cada estudiante

Dos grupos hablan de tomar una muestra, así: uno de los grupos habla de tomar las estaturas de dos niños y dos niñas, éstos tienen que ser los más bajos y los más altos de cada curso. El otro grupo propone escoger tres estudiantes al azar de cada curso y obtener las estaturas.

A éste último grupo se le pregunta, ¿qué significa la palabra azar? A lo que responden que puede ser **cualquier** estudiante.

3. ¿Qué entiende usted por población, muestra, censo y muestreo?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

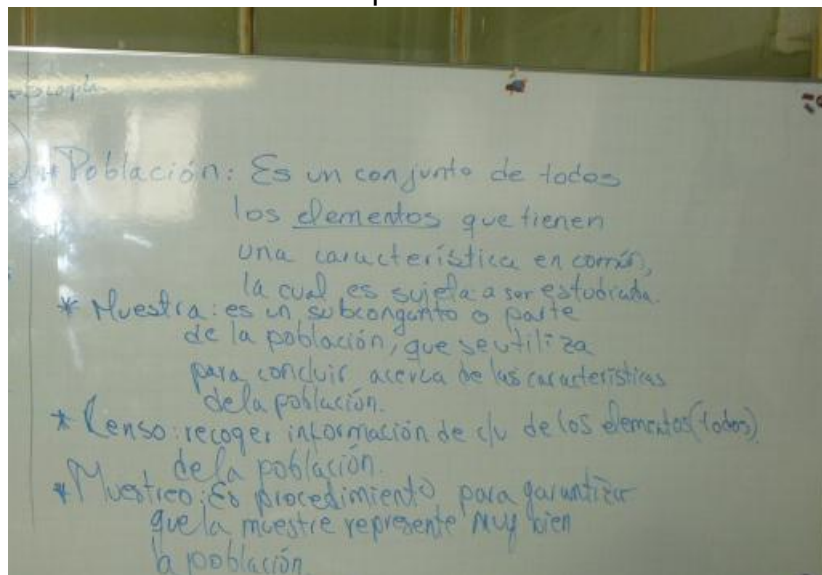
- Población: Siete grupos afirman que es un grupo de personas pertenecientes a un determinado grupo como, lugar, territorio, sociedad, institución, etc.

Y sólo un grupo habla de que es la cantidad de personas, animales u objetos a los que se aplica una encuesta.

- Muestra: Los ocho grupos concluyen que es una cantidad más pequeña, o una parte o un subconjunto de una población a la que se le aplica una encuesta o de donde se recoge información.
- Censo: Seis grupos afirman que es el conteo de toda la población. Un grupo afirma que es el proceso de recolectar datos y otro grupo lo describe como la información que se recolecta de toda la población.
- Muestreo: Cinco grupos afirman que es la selección de muchas muestras y sólo tres afirman que es cualquier técnica o procedimiento para seleccionar una muestra.

De acuerdo a las respuestas dadas, se aclaró en el tablero cada uno de los conceptos identificando de cada una de las respuestas que dieron, qué era acertado y qué no, como se observa en la imagen:

Figura 1. Aclaración de los conceptos iniciales



4. Identifique en la situación problema planteada, ¿cuál o qué sería la población, muestra, censo y muestreo?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Los ocho grupos identifican como población los 1000 estudiantes. En cuanto a la muestra seis grupos hablan de un subconjunto de la población estudiantil y sólo dos grupos hacen énfasis de que es el grupo de estudiantes de donde se extraerá la información de las estaturas. En cuanto al censo sólo tres grupos consideran que es medir las estaturas de todos los estudiantes. Los otros cinco grupos hablan de que es medir la estatura en un grupo. Finalmente, en el caso del muestreo, seis

grupos describen como tomarían la muestra, los otros dos lo definen igual que una muestra.

- ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de hacer un censo o un muestreo?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Cuadro 5. Ventajas y desventajas del censo y muestreo

Censo: Ventajas	Desventajas	Muestreo: Ventajas.	Desventajas
Se obtienen todos los datos de la población.	Demasiado tiempo para reunir la información. Recolectar información innecesaria.	Más rápido. Menos tiempo.	No hay exactitud en el promedio. La estrategia de muestreo no siempre es la más acertada. La información recolectada puede ser imprecisa y excluyente.

- Para dar respuesta a la situación problema, de lo definido anteriormente (pregunta 5), usted qué utilizaría? ¿por qué?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Los ocho grupos están de acuerdo en realizar un muestreo para dar solución al problema planteado. Todos consideran que mediante la realización de éste se puede llegar a dar respuesta de manera rápida y muy aproximada a la realidad de la población.

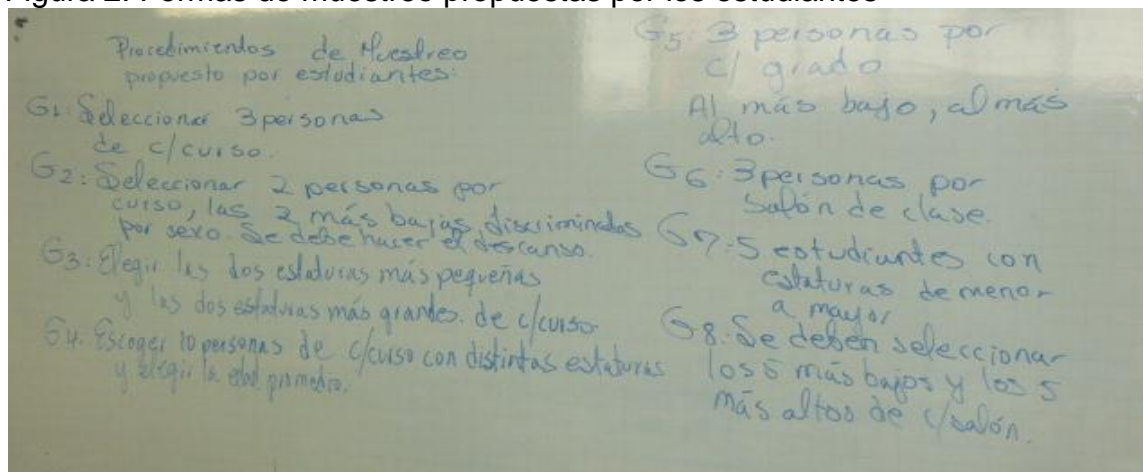
Segundo Momento:

- ¿Cómo debería hacerse la selección de la muestra? Explique.

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Cada grupo elaboró una propuesta de muestreo, las cuales quedaron registradas, como se observa en la siguiente figura:

Figura 2. Formas de muestreo propuestas por los estudiantes



Se pide a los estudiantes que escojan cuáles de las propuestas son similares y con ayuda del profesor quedan finalmente los métodos muestrales propuestos por los estudiantes, así:

- Seleccionar 3 personas por curso
- Elegir cuatro personas por curso, las dos más bajas y las dos más altas
- Elegir 3 personas por cada grado, bajo, medio y alto
- Escoger 5 estudiantes con diferentes estaturas

2. De los métodos propuestos por ustedes, ¿cuál sería el mejor y por qué?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

La mayoría de los grupos (5 grupos) está de acuerdo con seguir la propuesta de muestreo: "Elegir 3 personas por cada grado, bajo, medio y alto", ellos piensan que mediante este procedimiento se obtendría la mejor representación de las estaturas de la población.

3. ¿Algunos de los métodos de tomar muestras propuestos por las directivas, coinciden con los métodos formulados por ustedes previamente? Explique similitudes y diferencias.

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Siete grupos indican que no se parece ninguna propuesta, su argumento es que no las consideran exactas.

Sólo un grupo argumenta que la principal diferencia entre las propuestas de muestreo de los estudiantes y las directivas, es que las de éstas últimas son al azar, mientras que la de ellos escogen principalmente los más altos o los más bajos.

4. ¿Cuál de los métodos propuestos por las directivas, usted consideraría más conveniente para aproximarse al promedio de la estatura de la población estudiantil (1000 estudiantes)? Explique ventajas del seleccionado y desventajas de los no seleccionados.

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Seis grupos consideran que el mejor método de muestreo propuesto por parte de las directivas sería el Método 2: “Elegir tres cursos al azar, uno entre los grados sextos y séptimos, otro entre los grados octavos y novenos y el último entre los grados décimos y undécimos. De cada curso seleccionado, extraer una muestra aleatoria de 10 estudiantes, calcular el promedio de las estaturas para cada una de las muestras y finalmente calcular el promedio de los tres promedios encontrados”. Ellos consideran este método fácil y rápido de realizar.

Dos grupos consideran que el mejor método debería ser el Método 1: “Elegir un curso por cada grado (6°,7°,8°,9°,10° y 11°) al azar, luego tomar una muestra de 5 estudiantes aleatoriamente por cada curso seleccionado, calcular el promedio de las estaturas para cada una de las muestras y finalmente calcular el promedio de los seis promedios hallados”. Ellos consideran que es el método más rápido.

En cuanto a los no seleccionados, todos los grupos argumentan, que éstos requieren de más tiempo para el muestreo y que la muestra podría ser muy pequeña y generar una mala representación. Esto último resulta no tener ninguna razón de ser, ya que todos los métodos proponen el cálculo del promedio con base a 30 estaturas.

Finalmente la profesora Liliana Daza dispone en el tablero los dos métodos seleccionados uno de los propuestos por los estudiantes y el otro de los propuestos por las directivas, así:

Cuadro 6. Métodos seleccionados por estudiantes y profesores

Método seleccionado de las propuestas de los alumnos	Método seleccionado de las propuestas de las directivas
“Elegir 3 personas por cada grado, bajo, medio y alto”.	“Elegir tres cursos al azar, uno entre los grados sextos y séptimos, otro entre los grados octavos y novenos y el último entre los grados décimos y undécimos”.

Pregunta si hay alguna similitud entre los dos seleccionados, a lo cual un grupo argumenta que se parecen en que ambos plantean selección por grados y también que de alguna manera el de las directivas está seleccionando a los bajos, cuando se toma una muestra de 6° y 7°, a los medios, cuando se toma una muestra de 8° y 9° y a los altos, cuando se toma una muestra de 10° y 11°. Lo cual convence a los demás grupos.

Finalizados las socializaciones de todas las preguntas del primer y segundo momento se da por terminada la primera sesión siendo la 1: 05 p.m.

SEGUNDA SESIÓN

Se aplicó el 24 de septiembre. Siendo las 11: 20 a.m. se da inicio a la segunda sesión que tiene como propósito el desarrollo del tercer momento, en el cual se debe realizar la ejecución en físico de todos los métodos de muestreo propuestos por las directivas. La distribución de los métodos, con respecto a los grupos formados en la primera sesión, se encuentra en el siguiente Cuadro:

Cuadro 7. Selección de los métodos de muestreo

Grupos 1 y 5	Método 1 de muestreo
Grupos 2 y 6	Método 2 de muestreo
Grupos 3 y 7	Método 3 de muestreo
Grupos 4 y 8	Método 4 de muestreo
Profesores Camino y Daza	Método 5 y 6 de muestreo

Los métodos 5 y 6 serán ejecutados por los profesores, ya que se les pidió a los estudiantes que eligieran cuatro métodos de los seis propuestos por las directivas, quedando por fuera de dicha selección, estos dos.

Cada uno de los grupos recibió un instructivo, un listado con las estaturas simuladas de los 1000 estudiantes por curso y una bolsa oscura con 10 balotas numeradas del 0 al 9, para seleccionar cada una de las estaturas de la muestra, de acuerdo al método de muestreo asignado.

Mientras que los estudiantes llevan a cabo la ejecución del muestreo asignado, se prepara en el tablero una matriz, donde cada grupo debe reportar el promedio final de las estaturas seleccionadas.

A medida que los grupos terminan la selección de los elementos de su muestra se acercaban a cualquiera de los profesores y preguntaban: “¿cómo se saca un promedio?”, la respuesta a esa pregunta se quiso orientar con la pregunta por parte de uno de los profesores, así: “¿cómo sacan el promedio de sus notas?”, a lo cual la mayoría de los grupos respondió, “que entonces si sabían calcular el promedio” y se dispusieron a hacerlo, los pocos grupos que no dieron respuesta positiva, se les explicó.

Después de que cada uno de los grupos fue terminando, los promedios reportados se encuentran consignados en la siguiente tabla:

Tabla 2. Resultados obtenidos por cada grupo de estudiantes y profesores

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7	Grupo 8	Prof. A.C.	Prof. L.D.
Mét. 1	158 cm				159 cm					
Mét. 2		162 cm				157 cm				
Mét. 3			154 cm				156 cm			
Mét. 4				159 cm				159 cm		
Mét. 5									166 cm	144 cm
Mét. 6									163 cm	150 cm

A partir de este momento se pide a los grupos que de acuerdo con los promedios reportados en el tablero, respondan las preguntas consignadas en la última página del instructivo, para esta actividad se les concede un tiempo aproximado de 20 minutos, luego se da paso a la socialización.

Lo más destacado para cada una de las preguntas fue:

1. ¿Qué diferencias observan entre los métodos propuestos para seleccionar la muestra?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Siete grupos argumentan que se presentan diferencias desde 1 a 13 cm entre los mismos métodos realizados por dos grupos distintos. Destacan también el que coincida el valor del promedio en el método 4 realizado por dos grupos diferentes, pero sólo un grupo se atreve a argumentar que esto se debe simplemente al azar.

Finalmente sólo un grupo argumenta que en general la variabilidad presentada entre los promedios obtenidos de un mismo método, por grupos distintos, es muy poco significativa y en cambio resalta la gran variabilidad entre los resultados promedios de los métodos 5 y 6, destacando que son muy superiores o muy inferiores.

2. ¿Cuál considera que es la propuesta más conveniente para dar solución a la situación problema? ¿por qué?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Cinco grupos siguen manteniendo su misma postura (respuesta pregunta No. 4, segundo momento), es decir que eligen el método 2 porque fue el seleccionado por la mayoría de los grupos.

Dos grupos argumentan que el método elegido debe dar cuenta al promedio de la mitad de los valores obtenidos, lo cual arroja contradictoriamente un valor de 154 cm, para uno de los grupos y su

correspondiente método seleccionado, el método 3 y para el otro un valor de 156 cm y su correspondiente método seleccionado, el método 2.

Bajo estos resultados no es posible evidenciar cómo sacan ese valor de la mitad.

Y finalmente un grupo argumenta que el mejor método debe ser seleccionado a partir del promedio de todos los promedios obtenidos, debe hacerse la selección de acuerdo con la cercanía de este último resultado.

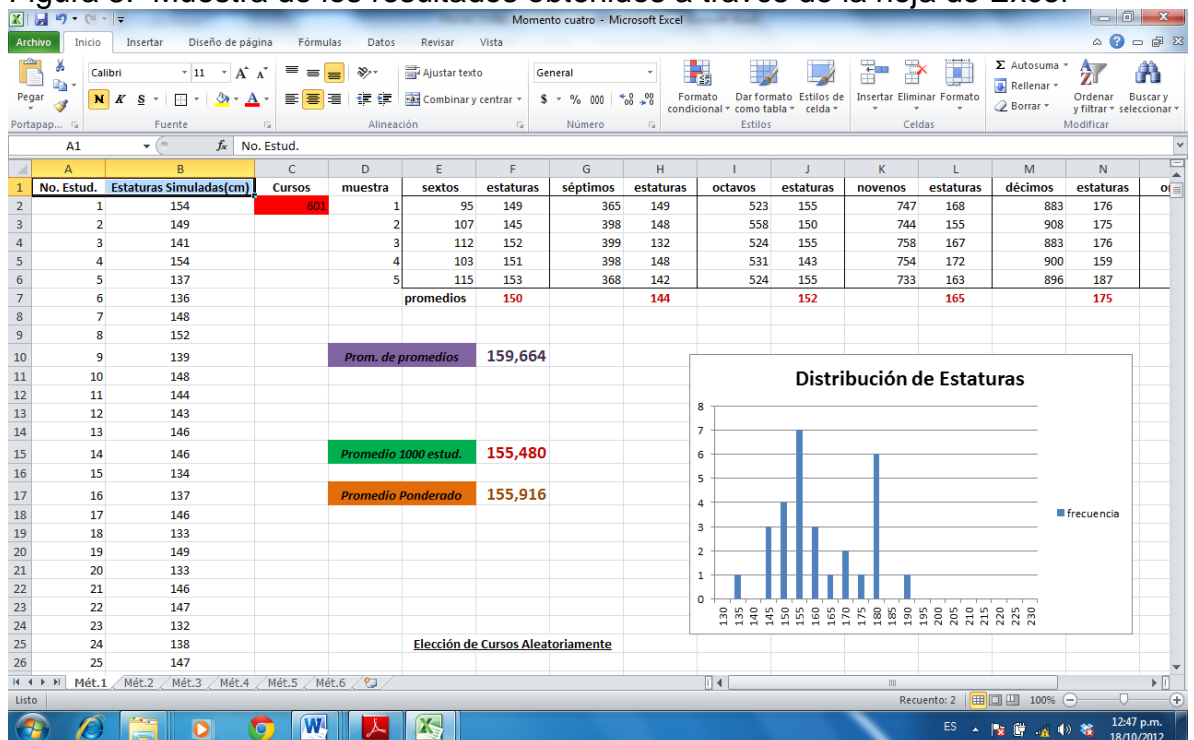
Finalizados las socializaciones de todas las preguntas del tercer momento se da por terminada la segunda sesión siendo la 1: 02 p.m.

TERCERA SESIÓN

Esta sesión se llevó a cabo el 1 de octubre. Siendo las 12: 15 p.m., en sala de cómputo del colegio SEDEVI, se da inicio a la última sesión del experimento de enseñanza, cuyo principal objetivo es desarrollar el cuarto momento de la propuesta.

Se da inicio a la sesión presentando a los estudiantes todo el entorno de la hoja electrónica, elaborada en Excel, como se observa en la figura:

Figura 3. Muestra de los resultados obtenidos a través de la hoja de Excel



Durante la explicación se hace hincapié, en que van a realizar de manera electrónica lo que fue ejecutado, en físico, en el tercer momento, salvo que no solamente se realizará la toma de una *única muestra*, sino de varias (aproximadamente 20 muestras) y no sólo se ejecutará un único método de muestreo, sino que se llevarán a cabo todas las propuestas de muestreo.

Además se revela el valor del promedio de estatura de los 1000 estudiantes ($\mu=155,48$ cm), y se pide visualizarlo conjuntamente con el promedio de promedios, no se habla de mirar el promedio ponderado, pero si está intencionalmente resaltado, con el objeto de que cause inquietud en los estudiantes. Se pide que comparen cada uno de los promedios, de cada muestra seleccionada (proceso que se lleva a cabo mediante la tecla de función F9), mediante el diligenciamiento del siguiente formato para cada uno de los métodos:

Tabla 3 Formato para diligenciar los resultados obtenidos a través de Excel

MÉTODO DE MUESTREO	No. veces
Estimación (No. de veces que el valor estimado se encuentra entre 153.480 cm y 157.480 cm)	
Subestimación (No. de veces que el valor estimado da por debajo del límite inferior anterior(153.480 cm)	
Sobrestimación (No. de veces que el valor estimado da por encima del límite superior anterior 157.480 cm)	

A partir de éste momento se pide a los grupos que cuando finalicen el diligenciamiento de cada uno de los formatos, respondan las preguntas consignadas en la última página del instructivo, para esta actividad se les concede un tiempo aproximado de 20 minutos, luego se da paso a la socialización.

Lo más destacado para cada una de las preguntas fue:

- 1) De acuerdo con los datos obtenidos, ¿cuál de las propuestas de muestreo es más eficiente? ¿por qué?

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Siete grupos coinciden en que el mejor método de muestreo propuesto es el método 3, ya que la mayoría de las veces estima el valor real del promedio de estaturas.

Y sólo un grupo dice que el mejor método es el 6, argumentando que el número de veces que se estima, subestima y sobre estima es similar, mientras que en los otros hay gran desnivel.

- 2) ¿Cuál es el método más deficiente de las propuestas hechas? Explique.

Para esta pregunta se registró lo siguiente:

Cuatro grupos coinciden en que el método más deficiente es el método 4, debido a que la mayoría de las veces se sobre estima el parámetro.
Dos grupos coinciden en que el método más deficiente es el método 1, debido a que la mayoría de las veces se sobre estima el parámetro.
Un grupo afirma que es el método 1 y otro que es el método 5 los menos eficientes debido a que ambos resultan la mayoría de las veces sobre estimando el parámetro.

Finalizados las socializaciones de todas las preguntas del cuarto momento se da por terminada la última sesión siendo la 1: 08 p.m.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Como se indicó desde el planteamiento de los objetivos, en este trabajo se pretendió promover el razonamiento estadístico en escenarios de muestreo a través de la elaboración e implementación de una secuencia de tareas en un grupo de estudiantes de grado noveno. A continuación se exponen las conclusiones acerca del cumplimiento del mismo.

Una de las preguntas se hacía con la intención de evidenciar en los estudiantes la capacidad de contextualizar una situación problema desde la identificación de una variable que diera solución a dicha problemática, de acuerdo con los resultados obtenidos, todos los grupos identifican la variable estatura como la más relevante para tomar dicha medida como parámetro de referencia para la instalación de los teléfonos, sin embargo se puede evidenciar que no es claro para ellos el concepto de variable, ya que las respuestas no describen exactamente la variable o la característica es por ejemplo, la estatura, la edad, sino que describen todo el proceso que harían, y durante esa descripción efectivamente la nombran. Luego se debe replantear la pregunta o en el desarrollo de la parte de alfabetización estadística hacer énfasis en dicho concepto.

Otra de las preguntas se hacía con la intención de que para lograr obtener la estatura media de los estudiantes surgiera la necesidad de muestrear, pero de acuerdo a los resultados, sólo dos grupos dan cuenta de tomar una muestra, mientras que los demás hacen mención de tomar todas las estaturas y algunos de estos grupos sugieren hacer uso de la tecnología para que el proceso sea más rápido. Con estos resultados se evidencia claramente el desuso o el desconocimiento de la estadística inferencial para hacer conclusiones de la población a través de la muestra, luego se sugiere que desde los cursos inferiores se empiece a abordar estas temáticas para ir mostrando a los aprendices algunas de las aplicaciones de la estadística para resolver situaciones reales, a las cuales ellos puedan acceder en determinado momento. En cuanto a la actitud que los estudiantes muestran, en sugerir el uso de la tecnología, se constituye como prueba “subliminal” de que el docente debe promover el uso de la misma para acompañar algunos procesos de aprendizaje ya que es el entorno propio del mundo actual y en especial el de los estudiantes.

Se formularon cuatro preguntas acerca de algunos conceptos propios de la temática del muestreo como lo son: la población, la muestra, el censo y el muestreo, la intención de estas preguntas era identificar si había algún conocimiento de dichos conceptos, aclararlos y que finalmente los

contextualizaran en la situación problema planteada previamente. Estas preguntas no correspondían con la matriz de indicadores formulados por Fernández, Andrade y Sarmiento (2010), lo que ocasionó la definición de algunos indicadores que dieran evidencia a esas preguntas (ver Cuadro 3). Los resultados obtenidos dan cuenta de que la mayoría de los estudiantes tiene alguna noción aproximada de lo que son cada uno de los términos, sin embargo fue un poco confuso el término muestreo ya que lo confundían con el de la muestra. Y el término censo sólo lo consideran como de uso exclusivo del conteo de personas. En cuanto a identificar cada uno de los conceptos en la situación problema fue aún más difícil, ya que se obtuvo en menos de tres grupos una respuesta acertada en cuanto a cual sería la muestra y qué vendría a ser el censo en la estimación de la estatura promedio de los estudiantes. Luego se puede ver que la parte de razonamiento estadístico que se debe generar en los estudiantes no se logra, para lo cual se sugiere replantear las preguntas o buscar algunas estrategias que den evidencia de que se identifique claramente dichos conceptos en situaciones reales, es decir, se debe ejemplarizar más.

En cuanto a las preguntas que hacen referencia a plantear métodos de muestreo, distinguir ventajas y desventajas de los mismos, para generar la mejor representatividad de la muestra, se obtuvieron las siguientes conclusiones: todos los grupos generan diferentes estrategias que podrían resultar, con algunas modificaciones, en un buen procedimiento de selección de la muestra. No logran distinguir entre similitudes y diferencias entre los procedimientos planteados por los estudiantes, ni con los sugeridos por las directivas frente a los formulados por ellos. Para lo cual se tuvo que implementar durante la sesión cuadros comparativos y hacer énfasis en que lograrán evidenciar que algunas propuestas eran las mismas, aunque no exactas y que identificaran definitivamente cuales no lo eran y en qué se diferenciaban. Cabe resaltar que hubo un grupo que logró concluir como la diferencia más relevante de sus propuestas frente a las sugeridas por las directivas, que éstas últimas eran de carácter aleatorio y las de ellos no. Y en cuanto a éste último término, dan cuenta que es seleccionar cualquier estudiante, no solamente los más bajos o más altos, como lo plantean ellos en sus propuestas. Es pertinente trabajar más en la parte argumentativa estadística en el aula, para que los estudiantes logren dar cuenta a respuestas del por qué y el cómo en la utilización y aplicación de algunas metodologías estadísticas.

Hay dos preguntas cuyo principal objetivo era calcular estadísticas resumen, que para la situación planteada se consideró solamente el promedio, y que a partir de estos cálculos se estableciera cual era la mejor propuesta de muestreo, de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados: ningún grupo sabía calcular un promedio, aunque todo el tiempo fue mencionado para dar solución a la situación problema, sin embargo se les pregunta de forma análoga cómo lo calcularían en el caso de sus notas, para lo cual dan

evidencia de que la mayoría sí lo sabía calcular. No logran establecer un argumento sólido en cuanto a las diferencias obtenidas de los promedios arrojados por las seis propuestas muestrales, salvo un único grupo el cual da evidencia de que los resultados son muy similares independientemente de ser realizados por grupos distintos en los procedimientos 1,2,3 y 4 de muestreo, mientras que destaca grandes diferencias entre los promedios de los métodos 5 y 6, lo cual da respuesta positiva a la intención de presentar dos metodologías muestrales que no generaran muestras representativas. Luego se podría pensar en que debe ser más clara la instrucción, para que todos logren captar la intención de dichas preguntas. En cuanto a escoger la mejor metodología de muestreo, según dichos resultados no se evidencia ya que sus argumentos siguen siendo intuitivos. Luego debe reformularse las preguntas para que la intención de las mismas sea captada por la mayoría. También vale la pena resaltar que en el aula, estos temas deben ser tratados de modo un poco más lento y que constantemente se haga la verificación de los mismos.

Finalmente, en cuanto a las dos últimas preguntas formuladas, cuya intención primordial era identificar el muestreo aleatorio simple (método 3 propuesto) y el estratificado (método 2 propuesto) como las mejores propuestas de muestreo, y rechazar los métodos no probabilísticos (métodos 4,5 y 6) como las peores propuestas de muestreo, con base en el nivel de estimación del parámetro de cada una de las propuestas frente al valor real revelado del parámetro, se obtuvieron las siguientes respuestas: una actitud muy positiva y de fácil destreza frente al manejo de la hoja electrónica. Y la identificación acertada de casi todos los grupos al considerar el método tres como la mejor propuesta de muestreo, argumentando que de 20 muestras generadas electrónicamente la mayoría de las veces se estima el parámetro. Sólo un grupo no la identifica, como la mejor propuesta de muestreo, lo cual se podría pensar que se debe a problemas de identificación correcta del orden en los reales, por lo cual se sugirió dar una revisión de esta temática, al docente de la asignatura. La propuesta de muestreo, identificada como el método 2 (la estratificada), no resulta ser identificada como una buena propuesta de muestreo debido al desconocimiento del concepto de media ponderada, el cual aparece resaltado en la base de datos pero no se da ninguna explicación. Luego se sugiere definir una pregunta que sirva como medio para indagar el conocimiento y aplicación de dicho concepto. En cuanto a la peor propuesta se identifica la metodología 4 y la 6, cuyo argumento principal es la sobre estimación del parámetro. Luego el diseño en tabla, en cuanto a los sesgos que ocasionan las estimaciones y la intención de las preguntas se logran de una manera satisfactoria, contribuyendo así en una mejora a la propuesta hecha en Fernández, Andrade y Sarmiento (2010) y Arboleda y Urbina (2011).

Para terminar vale la pena resaltar que la propuesta desarrollada durante este trabajo es un buen acercamiento a las nuevas tendencias que impone el mundo actual en cuanto a la educación por competencias, ya que se podría considerar como una forma didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la

estadística bajo un contexto real. Esta experiencia sugiere sembrar otros caminos para abordar la labor docente, también sugiere romper con algunos paradigmas generados por el modelo tradicional.

REFERENCIAS

- Arboleda, C. A. y Urbina G. R. (2012) Razonamiento estadístico de estudiantes universitarios alrededor de situaciones de muestreo apoyadas en tareas de simulación Tesis de Maestría, 2012
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires. Conferencia inaugural.
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning and thinking: Goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Canada, D. (2004). *Elementary preservice teachers' conceptions of variation* (Tesis doctoral). Portland: Portland State University.
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction, and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10 (3). (en línea: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>).
- Chervaney, N., Collier, R., Flenberg, S., Jhonson, P. y Neter, J. (1977). A Framework for Development of Measurement for Evaluating the Introductory Statistics Course. *The American Statistician*, 31, 17-23.
- Cobb, P., McClain, K. y Gravemeijer, K. (2003). Learning about statistical covariation. *Cognition and Instruction*, 21 (1), 1–78.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Confrey, J. y Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture driven research design. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231–265). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- delMas, R. (2002). Statistical Literacy, Reasoning, and Learning: A Commentary. *Journal of Statistics Education*, 10 (3). (en línea: http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html).
- Fernández, F., Sarmiento, B. y Soler, N. (en prensa). *Estadística y probabilidad en la escuela secundaria*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Fischbein, E., y Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (1), 96-106.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistics Review*, 70, 1-52.
- Gal, I. (2000). *Adult numeracy development: Theory, research, practice*. Cresskill, NJ: Hampton Press.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *The American Statistical Reasoning Journal or Statistics Education*, 10 (3). (en línea: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>).

- Garfield, J. (1999). Thinking about statistical reasoning, thinking, and literacy. Paper presented at First Annual Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning and Literacy (STRL-1).
- Gómez, P. (2000). ¿Qué es la investigación en educación matemática y cuáles son sus resultados? *Revista EMA*, 6.
- Hope, J. y Kelly, I. (1983). Common difficulties with probabilistic reasoning. *Mathematics Teacher*, 76, 565-570.
- Jones, G., Thornton, C., Langrall, C., Mooney, E., Wares, A., Jones, M.R., Perry, B., Putt, I.J. y Nisbet, S. (2001). Using students' statistical thinking to inform instruction. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 109–144.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Konold, C. (1995). Confessions of a coin flipper and would-be instructor. *American Statistician*, 49 (2), 203-210.
- Mellissinos, M., Ford, J., y McLeod, D. (1997). Student understanding of statistics: Developing the concept of distribution. En J. Dossey y J. Swafford (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bloomington: IL.
- Mokros, J. y Russell, S. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (1), 20-39.
- Moore, D. (1998). Discussion: What shall we teach beginners? *International Statistical Review*, 67, 250-252.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65, 123-165.
- Ministerio de Educación Nacional (2003). *La revolución educativa. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje para la Educación básica y media* (en línea <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799archivo.pdf>).
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2000). *Estándares curriculares en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rubin, A., Bruce, B. y Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (Vol. 1, pp. 314-319). Voorburg. The Netherlands: International Statistical Institute.
- Rumsey, D. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10 (3). The Ohio State University. (en línea: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>).

- Sfard, A. (1996). On acquisition metaphor and participation metaphor for the mathematics learning. En Alsina, C., Álvarez, J.M., Hodgson, B., Laborde, C. y Pérez, A. (Eds.), 8th International Congress on Mathematical Education. Selected Lectures.
- Scholz, R. (1991). Psychological research in probabilistic understanding. En R. Kapadia y M. Borovcnik (Ed.), *Chance Encounters: Probability in Education* (pp. 213-249). Amsterdam: Reidel.
- Sedlmeier, P. (1999). *Improving statistical reasoning. Theoretical models and practical implication*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Shaughnessy, J. (1991). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. En D.A. Grows (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: MacMillan.
- Shaughnessy, J. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. En F. Bidduch & K. Carr (Eds.), *Proceedings of the 20th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (pp. 6-22). Rotorua, NZ: MERGA.
- Shaughnessy, J., & Ciancetta, M. (2002). Students' understanding of variability in a probability environment. Paper presented at The Sixth International Conference on Teaching Statistics, Cape Town, South Africa.
- Shaughnessy, J., y Pfannkuch, M. (2002). How faithful is Old Faithful? Statistical thinking: A story of variation and prediction. *Mathematics Teacher*, 95 (4), 252-270.
- Shaughnessy, J., Watson, J., Moritz, J., y Reading, C. (1999). School mathematics students' acknowledgement of statistical variation. En C. Maher (Chair), There's more to life than centers. Precession Research Symposium, 77th Annual National Council of Teachers of Mathematics Conference, San Francisco, CA.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 2 (26), 114-145.
- Skovsmose, O (2006). Escenarios de investigación *Revista EMA*, Vol. 6 (1).
- Snell, L. (1999). Using chance media to promote statistical literacy. Joint Statistical Meetings (en línea <http://www.statlit.org/PDF/1999SnellASA.pdf>)
- Steffe, L.P. y Thompson, P.W. (2000). Teaching experiments methodology: Underlying principles and essential elements. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Truran, J. (1994). Children's intuitive understanding of variance. En J. Garfield (Ed.), Research Papers from the 4th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 4). Minneapolis, MN: International Study Group for Research on Learning Probability and Statistics.
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4 (1), 16-31.

- Watson, J. y Moritz, J. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in mathematics Education*, 31 (1), 44-70.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical thinking using the media. En I. Gal y J. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press and International Statistical Institute.
- Wild, C.J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry, *International Statistical Review*, 67, 223 –265. (Traducción de Román Hernández Martínez).