

## A NOÇÃO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NA TRANSIÇÃO ENSINO MÉDIO E SUPERIOR

**Marlene A. Dias, Valdir Bezerra S. Júnior, Miriam R. Guadagnini, Renato S. Ignácio**

Universidade Anhanguera de São Paulo. (Brasil)

maralvesdias@gmail.com, valdir.bezerra@gmail.com, miriamguadagnini@hotmail.com, renatoignacio@gmail.com

**RESUMO:** Apresentamos aqui parte de nossa pesquisa sobre a transição entre os Ensinos Médio e Superior para a noção de função quadrática, considerada um subsídio importante para o início do Ensino Superior. Nosso objetivo é identificar os conhecimentos disponíveis sobre esta noção quando se inicia o Ensino Superior. O referencial teórico central é a Teoria Antropológica do Didático e os referenciais de apoio são as noções de quadro, pontos de vista e níveis de conhecimento esperados. Trata-se de uma pesquisa documental, cujos resultados podem auxiliar estudantes e professores a articular os conhecimentos desenvolvidos no Ensino Médio com os introduzidos no Ensino Superior.

**Palavras chave:** função quadrática, praxeologias, níveis de conhecimento

**ABSTRACT:** This article shows a part of a study related to the transition of the quadratic-function notion from secondary education to higher education. Such notion is considered an important premise for the students to start higher education. This work attempts to identify the knowledge students have about this notion when they enter higher education. The main theoretical points of reference are the anthropologic theory of didactics and the reference related to quadratic functions, points of view and expected levels of knowledge. It's a well-informed investigation whose results can help students and teachers to link the knowledge already acquired at the secondary education with the one introduced at higher education

**Key words:** quadratic function, praxeology, knowledge levels

## ■ Introdução

Este trabalho se insere num cenário maior de pesquisa, que trata das questões de transição entre as diferentes etapas escolares, quando se considera o ensino de Matemática e seus diversos domínios, a saber: Geometria, Álgebra, Matemática Financeira etc. Logo, o que teremos aqui é um recorte de uma pesquisa mais global, para o qual destacamos o estudo sobre a noção de função quadrática.

Neste mesmo caminho, cabe destacar que estamos tratando da transição segundo o olhar centrado na instituição, conforme Gueudet (2008), que considera quatro formas diferentes de olhar para a transição, que auxiliam a diagnosticar e interpretar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, em particular, na passagem do Ensino Médio para o Ensino Superior.

Gueudet (2008) explicita ainda que as ações didáticas a serem propostas dependem da forma como olhamos para a transição, ou seja, se consideramos o olhar sobre o modo de pensar, que corresponde aos saberes intrinsecamente mais complexos, os quais necessitam de novos modos de pensar, ou o olhar sobre a organização dos conhecimentos, que corresponde à nova organização em rede dos conhecimentos, ou o olhar sobre a linguagem e os modos de comunicação, que corresponde a empregar uma linguagem matemática diferente, que exige novos símbolos e um novo tipo de discurso. Além disso, significa utilizar novas regras de comunicação, isto é, as demonstrações e as exigências de rigor são necessárias. Finalmente, destacamos o olhar centrado na instituição, para o qual a pesquisadora observa que a Matemática praticada no Ensino Médio é diferente daquela que será trabalhada no Ensino Superior. Isto deve ocorrer, ultrapassando a simples consideração dos conteúdos em jogo, uma vez que o mesmo conteúdo será tratado de forma diferente, a mesma tarefa será efetuada com outra técnica e as técnicas ensinadas são explicadas de outra forma.

A opção por analisar e interpretar a transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, considerando o olhar sobre a instituição se deve ao fato de que no Brasil, atualmente, as macroavaliações têm mostrado que apesar de ser uma noção que é introduzida no Ensino Fundamental anos finais (estudantes entre 11 e 14 anos), revisitada para a introdução de novos conhecimentos no Ensino Médio (estudantes entre 15 e 17 anos) e considerada como disponível no início do Ensino Superior, os estudantes não dominam esta noção, suas propriedades e representações.

É importante observar ainda que, atualmente, no Brasil, a noção de função quadrática, suas propriedades e representações algébrica e gráfica, em função das propostas institucionais, são consideradas como conhecimentos prévios disponíveis para os estudantes que iniciam o Ensino Superior brasileiro, o que corresponde apenas à expectativas que não estão em conformidade com as macroavaliações.

Dessa forma, cabe refletir que a Matemática desenvolvida nos dois níveis de ensino ainda gera pontos de insatisfação, como: os numerosos fracassos dos alunos, a falta de curiosidade, as perdas de sentido, as dificuldades de entrar no pensamento científico, a gestão de classes que, nos primeiros anos da universidade, têm se tornado cada vez mais heterogêneas. Dando ênfase ao ponto de insatisfação da perda de sentido, gostaríamos de refletir sobre algumas ideias de Chevallard (2007),

que destaca esta perda de sentido como uma situação em que os conteúdos a serem estudados na escola se sustentam neles mesmos para continuarem sendo estudados. Por exemplo, não há uma justificativa para a seguinte pergunta: Por que estudarmos as noções associadas à função quadrática na escola?

Em Chevallard (2007, p. 22), este mesmo foco de pergunta é direcionado ao estudo dos triângulos: “Mas, qual questão *matemática* (grifo do autor) gera o interesse dos matemáticos pelo triângulo? E por que continuamos a estudar os triângulos na escola?” Estes questionamentos nos levam à reflexão de que realmente perdemos o sentido para algumas noções do porquê ainda as estudamos.

Sabemos que este problema da perda de sentido é algo mais amplo e nos estimula a refletir sobre mudanças na instituição escola. Neste sentido, acreditamos que as mudanças necessitam do apoio de pesquisas, na medida em que precisamos identificar quais as condições e restrições que os saberes sofrem nas instituições em que vivem, ou seja, qual a ecologia desses saberes. Diante disto, nosso objetivo neste trabalho é identificar as praxeologias prescritas para serem desenvolvidas no Ensino Médio, quando se considera o processo de ensino e aprendizagem da noção de função quadrática e qual a possibilidade de considerá-las como conhecimentos prévios disponíveis no Ensino Superior.

Para dar suporte teórico a este trabalho, recorreremos às teorias desenvolvidas no âmbito da Didática da Matemática, isto é, utilizamos como aporte teórico principal a teoria antropológica do didático (TAD) (Chevallard, 1994, 2001) e ainda como teorias suplementares a noção de quadro (Douady, 1992), pontos de vista (Rogalski, 2001) e níveis de conhecimento (Robert, 1998), que iremos explicar no tópico que segue.

### ■ Referencial teórico

Como destacado anteriormente, temos uma edificação teórica fundamentada principalmente na TAD, mas com a sustentação de outras teorias. Da TAD nos baseamos, em especial, nas noções de praxeologia e ostensivos e não ostensivos, que permitem compreender os diferentes tipos de tarefas, as técnicas a elas associadas e os discursos tecnológicos e teóricos que as justificam. Além disso, consideramos os objetos de manipulação e evocação dessas técnicas, quando se considera a noção de função quadrática, a saber: os ostensivos e não ostensivos.

Segundo Chevallard (2001), a noção de praxeologia pode ser descrita por um bloco prático, isto é, a praxeologia é a composição de um *tipo de tarefa* - T, pois para o autor, toda atividade humana pode ser decomposta em tipo de tarefas, que comportam pelo menos uma *técnica* -  $\tau$  para resolver determinados tipos de tarefas, de uma tecnologia -  $\theta$ , que é uma explicação racional para a técnica utilizada quando da realização do tipo de tarefa e, por fim, de uma teoria -  $\Theta$ , que justifica a tecnologia, ou seja, a praxeologia é expressa simbolicamente por  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ .

Como afirmado anteriormente, toda atividade humana pode ser decomposta em tipos de tarefas e as mesmas têm pelo menos uma técnica associada. As técnicas são compostas por dois “ingredientes” que Chevallard (1994) denomina objetos ostensivos e não ostensivos. Os objetos ostensivos refletem os objetos materiais e sensíveis, ou seja, aqueles objetos que podem de alguma forma ser manipulados. Os objetos ostensivos podem ser gestuais, discursivos, gráficos e escriturais, isto é, o gesto que realizamos para dizer que está tudo bem, ou um discurso que preparamos para desenvolver uma palestra, ou desenhos para explicar como podemos dividir igualmente um alimento entre várias pessoas etc.

Numa dialética, podemos considerar que os objetos ostensivos estão diretamente associados aos objetos não ostensivos, ou seja, ao campo das ideias, dos conceitos, das noções etc. Logo, os objetos não ostensivos diferentemente dos ostensivos não podem ser manipulados, mas sim evocados. Por exemplo, podemos evocar a noção de função quadrática que só poderá ser manipulada por meio de um de seus ostensivos, em geral, o ostensivo gráfico ou o ostensivo algébrico.

Além das noções da TAD, também recorreremos à noção de quadros de Douady (1992), a qual afirma:

[...] constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas (Douady, 1992, p. 135).

Podemos fazer uma relação direta, quando falamos dos objetos de Douady (1984), com os objetos ostensivos e não ostensivos, que tratamos anteriormente. Podemos inferir que os objetos pertencentes a um quadro da Matemática, desde que manipuláveis, podem ser um ostensivo, quando nos referimos à TAD. Cabe destacar que a ideia de quadros nos dá subsídio para compreender como e em qual quadro a noção de função quadrática está inserida nas duas instituições que analisamos, isto é, o Ensino Médio e Superior.

Outra noção que nos dá suporte na análise das atividades que tivemos como alvo é a o que Rogalski (2001) chama de ponto de vista, ou seja, para o autor, trata-se de uma noção menos precisa que as de quadro e ostensivo. Considerando a distinção feita pelo pesquisador, mudar de quadro ou encontrar o ostensivo adequado para estudar um objeto matemático corresponde a uma mudança de ponto de vista. Mas podemos também mudar de ponto de vista, permanecendo no mesmo quadro ou utilizando o mesmo ostensivo.

Por exemplo, utilizar a função quadrática para resolver tarefas de Física corresponde a uma mudança de quadro e também a uma mudança de ponto de vista. Podemos exemplificar a permanência no mesmo quadro com mudança do ponto de vista, quando resolvemos uma equação quadrática por meio da fatoração ou da fórmula de Bháskara, permanecemos assim, no quadro algébrico, portanto

efetuamos uma mudança de pontos de vista, utilizando os ostensivos algébricos e numéricos cujos não ostensivos são distintos.

Como última ideia de suporte para análise deste trabalho, destacamos o que Robert (1998) intitula níveis de conhecimento esperados dos estudantes. Os níveis nos proporcionam uma nova ferramenta de análise, que nos auxilia a classificar os tipos de tarefas em relação ao trabalho esperado dos estudantes, a saber: os níveis técnico, mobilizável ou disponível. Observamos que esses níveis são relativos a um determinado nível de conceituação, o que corresponde a considerar diferentes formas de tratamento das noções e conceitos matemáticos relativos a um determinado campo conceitual, ou seja, segundo a pesquisadora, metaforicamente, esses níveis de conceituação correspondem a prateleiras desse mesmo campo.

O que é definido como tipos de tarefas de *nível técnico* são aquelas que funcionam de maneira mais isolada, local e concreta, isto é, tarefas que são explícitas em sua composição, ou seja, é direta a identificação de qual noção deve ser utilizada na busca da resolução. No que se refere ao *nível mobilizável*, este é mais amplo que o anterior, pois existe um início de relação entre diversos saberes de um determinado campo da Matemática, vários métodos podem ser mobilizados, os caracteres, ferramenta e objeto são considerados, além disso, a noção a utilizar está explícita na tarefa. Se um saber é identificado, ele é dito mobilizável se é acessível, se o estudante o utiliza corretamente. Por fim, temos o *nível disponível* que corresponde, a saber resolver o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou inventar), mudar de quadros (relacionar), aplicar métodos não previstos.

Após esta rápida exposição da teoria que fundamenta nosso trabalho e daquelas que também dão apoio a nossa análise, passaremos ao próximo tópico, que tem como objetivo expor o percurso metodológico deste trabalho.

### **Percurso Metodológico**

Nossa pesquisa tem em sua essência a natureza qualitativa, ou seja, estamos preocupados em analisar as praxeologias propostas no Ensino Médio e como estas podem servir de conhecimentos prévios para o Ensino Superior, ou seja, nosso foco não é uma análise quantificadora das atividades que analisamos, mas sim uma análise de como estas atividades estão organizadas e de como elas podem auxiliar a introdução de novas noções e conceitos no Ensino Superior.

A metodologia consiste na análise das praxeologias prescritas para o ensino da noção de função quadrática, tanto no Ensino Médio como no Ensino Superior brasileiro, via livros didáticos indicados para essas etapas escolares. Para tal, nela é utilizado o método da pesquisa documental, que, segundo Lüdke et André (1986), está associado à pesquisa qualitativa, pois permite complementar informações obtidas por outras técnicas e/ou desvendar aspectos de um tema ou problema.

Analisamos os livros didáticos avaliados e indicados pelo Ministério da Educação do Brasil, mas neste trabalho, apresentamos apenas os resultados da obra de Dante (2012), por se tratar da obra mais

utilizada na rede pública de ensino do Brasil. Além disso, nos apoiamos na ideia de Lima et al. (2000), que afirma que as coleções de livros de Matemática no Brasil têm abordagens muito semelhantes, logo, acreditamos que se trazemos os dados do livro mais utilizado, podemos estar expondo grande parte daquilo que é difundido no Ensino Médio do Brasil referente à noção de função quadrática.

Analizamos ainda as atividades sobre função quadrática dos últimos cinco anos do Exame Nacional do Ensino Médio –(ENEM) e dos exames vestibulares também dos últimos cinco anos da Universidade Estadual de Campinas –(UNICAMP).

Como suporte para estas análises, construímos uma grade, cuja função é identificar os tipos de tarefas, as técnicas associadas, as tecnologias que as tornam compreensíveis e justificáveis, as noções matemáticas empregadas nos diferentes momentos, assim como os ostensivos e não ostensivos utilizados no Ensino Médio e revisitados no Ensino Superior.

### **Grade de análise**

Este tópico é destinado à exposição da grade de análise. Como antes já afirmado, nela detalhamos os elementos que compõem a praxeologia das atividades analisadas, tanto para o livro didático considerado, como para as macroavaliações ENEM e vestibular UNICAMP.

Vejamos na Figura 1, a aplicação da grade de análise para uma tarefa que é tratada em todos os livros analisados e nas macroavaliações, com a diferença de que a quantidade de material dada é numérica e não algébrica, por exemplo, 40 m.



*Tipo de tarefas:* Dada uma quantidade de material, cercar uma quadra de vôlei de forma que sua área seja máxima.

*Técnica 1:* Desenhar um retângulo e dividir a quantidade de material ( $2n$ ), que corresponde ao perímetro desse retângulo, indicando algebricamente seus lados.



- ✓ Escrever a função que representa a área do terreno:  $f(x) = -x^2 + nx$ .
- ✓ Determinar o valor da abscissa  $x$  por meio da noção de vértice de uma parábola. (Ensino Médio – Brasil)

*Técnica 2:* Da mesma forma que na técnica 1 escrever a função que representa a área do terreno.

- ✓ Determinar a primeira derivada da função dada e igualar a zero. Determinando assim o valor de  $x$ .
- ✓ Determinar a segunda derivada para mostrar que se trata de um ponto de máximo. (Ensino Superior – Brasil)

*Tecnologia da técnica 1:* Reconhecer que se trata de um terreno retangular e representar algebricamente seu perímetro. Reconhecer que a área será representada por uma função quadrática. Associar representação algébrica e gráfica de uma função quadrática e determinar a abscissa do vértice da parábola, que será o ponto de máximo uma vez que o coeficiente  $a$  de  $x^2$  é negativo, ou seja, a parábola tem concavidade para baixo.

*Tecnologia da técnica 2:* Reconhecer que se trata de um terreno retangular e representar algebricamente seu perímetro. Reconhecer que a área será representada por uma função quadrática. Utilizar a noção de derivada de uma função e suas propriedades, determinar o valor da abscissa  $x$ , usando a primeira derivada e concluir que se trata da abscissa do ponto de máximo por meio da segunda derivada.

*Teoria:* Elementos sobre o conceito de grandezas e medidas. Elementos de álgebra elementar sobre equação quadrática e função quadrática e suas representações e propriedades para a *técnica 1*.

Elementos sobre o conceito de grandezas e medidas. Elementos de álgebra elementar sobre equação quadrática e função quadrática e suas propriedades e noção de derivada de uma função real a valores reais e suas propriedades para a *técnica 2*.

*Objetos Ostensivos:* ostensivos discursivos, ostensivo gráfico, ostensivos escriturais algébricos e ostensivos gestuais em ambas as técnicas.

*Objetos não ostensivos:* Noção de retângulo, perímetro e área de um retângulo e noção de função quadrática e suas propriedades (associação ostensivo algébrico e gráfico e noção de vértice) para a *técnica 1*.

Noção de retângulo, perímetro e área de um retângulo, noção de função quadrática e noção de derivada de uma função real a valores reais e suas propriedades para a *técnica 2*.

**Figura 1. Aplicação da grade de análise**

Fonte: Os autores

## ■ Alguns Resultados

Os resultados da análise dos livros didáticos dos Ensinos Médio e Superior nos permitiram caracterizar as relações institucionais existentes, por meio do conjunto de praxeologias indicadas para serem desenvolvidas com os estudantes dos Ensinos Médio e Superior.

Os resultados da análise das macroavaliações ENEM e UNICAMP nos possibilitam determinar as relações pessoais esperadas dos estudantes na transição entre os Ensinos Médio e Superior.

Cruzando estes dois resultados, foi possível verificar se existe coerência entre o que se espera dos estudantes e o que é trabalhado no Ensino Médio e quais os conhecimentos que podemos supor disponíveis para utilizá-los como conhecimentos prévios para a introdução de novas noções no Ensino Superior.

Observamos que a noção de função quadrática, em geral, é trabalhada no Ensino Médio no quadro algébrico, com ênfase em seus ostensivos algébricos e gráficos, sendo suas propriedades visualizadas por meio do ostensivo gráfico.

As tarefas prescritas para esta etapa escolar são clássicas, o que pode dificultar sua aplicação em situações que diferem daquelas trabalhadas em sala de aula, ou seja, os níveis de conhecimento esperado dos estudantes, em geral, são o técnico e o mobilizável. O nível disponível é pouco considerado e quando aparece, em geral, está associado a tarefas, cujos contextos não representam situações reais.

Considerando os livros analisados, apresentamos aqui apenas os resultados da obra para o Ensino Médio de Dante (2012), por se tratar do livro didático mais utilizado nas escolas brasileiras, como já anunciamos acima.

Apesar de Dante (2012), para o Ensino Médio, propor tarefas em outros contextos, estas são apresentadas por meio de questões específicas, o que corresponde a uma dificuldade, quando é necessária a organização destas tarefas específicas em uma única tarefa, o que corresponde ao tipo de atividade proposta no vestibular da UNICAMP.

Já, em relação ao ENEM, consideramos que as tarefas prescritas nos livros didáticos são mais compatíveis e a dificuldade pode estar associada ao enunciado das mesmas, que muitas vezes traz um texto desnecessário, pois se espera apenas que o estudante seja capaz, por exemplo, de determinar o valor numérico da função quadrática dada num determinado ponto.

## ■ Conclusão

Concluimos que, em função da relação institucional existente, os estudantes que terminam o Ensino Médio têm conhecimentos que podem auxiliá-los a utilizar técnicas algébricas específicas, como determinar o zero da função quadrática, seu valor numérico, seus pontos de máximo ou mínimo via determinação do vértice, os intervalos em que a função é crescente e decrescente, o que pode ser considerado um conhecimento prévio a ser articulado quando, por exemplo, da introdução da noção de derivada de função polinomial e suas propriedades, pois com estes conhecimentos, é possível estender o universo cognitivo dos estudantes, ou seja, ampliar o conjunto das relações pessoais deles para o caso das funções polinomiais de grau maior que 2.



### ■ Referências Bibliográficas

- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>.
- Chevallard, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>.
- Chevallard, Y. (2001). *Organiser l'étude.1. Structures & Fonctions*. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser\\_1\\_etude\\_1.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_1_etude_1.pdf).
- Dante, L. R. (2012). *Matemática contexto e aplicações*. São Paulo: Ática.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Paris : IREM de l'Université de Paris VII.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6, 132-158.
- Gueudet, G. (2008). *La transition secondaire-supérieur: différents regards, différentes vues: Intervention au Centre de Didactique Supérieur*. Liège : Université de Liège.
- Lima, E. L. et al. (2000). *A Matemática do Ensino Médio*. Brasil: Sociedade Brasileira de Matemática.
- Lüdke, M., & André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée à l'université. *Recherches en didactique des Mathématiques* 18(2), p. 139-190.
- Rogalski, M. (2001). Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady. In *Actes de la journée en hommage à Régine Douady*, 13-30. Paris: Didirem.