

Teoría de las situaciones didácticas en la comprensión de la derivada como pendiente de la recta tangente con GeoGebra

Ingrid Nathalia Bautista García, José Alberto Rueda Rojas
Jorge Enrique Fiallo Leal

Universidad Industrial de Santander (Colombia)
nathalia.bautista@hotmail.com; joal_9005@hotmail.com; jfiallo@uis.edu.co

Resumen

Presentamos una propuesta fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), apoyada en el uso de GeoGebra para iniciar el estudio de la derivada en un punto como recta tangente a una curva con alumnos de 11° grado de la educación media. Planteamos el análisis a priori de tres tareas diseñadas con el objetivo de iniciar a los alumnos a la comprensión de este concepto.

1. Introducción

El uso de las tecnologías computacionales ha ampliado las posibilidades de estudio de fenómenos de variación y de cambio y de poder pasar de un sistema de representación a otro. Actualmente se ha construido un discurso que justifica el uso de la tecnología como elemento que puede ayudar al aprendizaje del estudiante, pero este discurso a veces carece de un fundamento teórico por parte de los profesores, es por esto que presentamos una propuesta apoyada en el uso del software GeoGebra, fundamentada en la TSD para la enseñanza de la derivada en un punto como pendiente de la recta tangente. Proponemos tres situaciones a-didácticas, con su respectivo análisis a priori, para que el estudiante que se enfrenta por primera vez al concepto de derivada adquiera las primeras nociones de dicho concepto, que le permita posteriormente comprender la definición clásica de derivada como límite. Trataremos entonces de exponer de una manera concisa las principales ideas que contribuyen a reconocer el rol las tecnologías y la TSD en la enseñanza de las matemáticas. Presentamos en este escrito los

aspectos teóricos que fundamentan la propuesta y las tres primeras tareas con sus respectivos análisis a priori.

2. Teoría de las Situaciones Didácticas

Esta teoría está sustentada en una concepción constructivista desde un sentido piagetiano del aprendizaje, concepción que Brousseau (1986) caracteriza de la siguiente manera: El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de condiciones, de dificultades, de desequilibrio, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba de un aprendizaje. Las ideas de la TSD se construyen alrededor del aprendizaje por adaptación, dado por una interacción entre el sujeto y el medio sin la intervención directa del profesor. Brousseau recuperó este concepto de aprendizaje biológico y lo adaptó al análisis de las actividades escolares. Según este enfoque, en el aprendizaje por adaptación se considera esencialmente la interacción de un sujeto con un medio. El sujeto tiene una necesidad, un propósito, un objetivo; para alcanzar su intención, el sujeto realiza una acción sobre el medio; el medio reacciona a la acción del sujeto (retroacción); el sujeto interpreta la retroacción del medio y valida su acción; la validación puede ser negativa, en cuyo caso el sujeto abandonará la acción realizada y comenzará un nuevo ciclo de interacción con una acción diferente, o podrá ser positiva, en cuyo caso el sujeto reforzará la acción, es decir la integrará como una respuesta automática a su intención.

Una *situación didáctica* es aquella en la que intervienen un profesor, un alumno y un saber. El profesor es alguien que quiere transmitir el saber al alumno, el alumno es quien quiere aprender el saber. El profesor no puede transmitir de manera directa el saber al alumno. Todo intento de hacer esta transmisión directa está llamado a fracasar. Por eso, el proceso de enseñanza no puede ser visto únicamente como un proceso de comunicación. El profesor debe usar una estrategia indirecta para transmitir el saber, crear las condiciones necesarias para que se dé un aprendizaje por adaptación, debe crear una situación a-didáctica.

Se denomina *situación a-didáctica* a una actividad que produce un aprendizaje por adaptación, es decir: no hay una intención de enseñarle algo a alguien y sin embargo se produce un conocimiento. En nuestro caso el profesor debe preparar el problema y el medio (este problema debe generar una intención en el alumno), el profesor parte del saber y se pregunta qué conocimientos sus alumnos podrían estar en capacidad de desarrollar. El problema debe ser lo suficientemente claro para que el alumno sepa lo que debe hacer y pueda validar si lo que hizo esta bien o está mal. Parte de la tarea del profesor es tener en cuenta que acciones harían los alumnos y que retroacción haría el medio, finalmente debe quedar explícita las relaciones entre el conocimiento que produjo el estudiante y el saber “institucionalización”. La dificultad que presenta la situación a-didáctica es que no se puede transmitir el saber de manera directa, porque no es un problema de comunicación de ¿cómo le cuento a mis alumnos la teoría de manera que

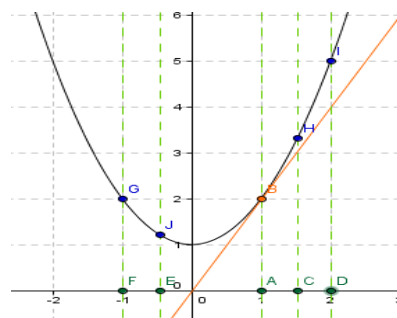
ellos me entiendan? sino ¿cómo el alumno llega hasta el saber?, entonces el profesor tiene que basarse en el conocimiento, para que el saber tenga sentido, el profesor aprovecha el conocimiento para hablar del saber y los alumnos le dan sentido al saber cuando han pasado por el conocimiento. Por lo tanto hay que buscar como transmitir el saber de manera indirecta.

3. Propuesta

La estructura de la actividad consta de dos partes (la situación a-didáctica y la situación didáctica). La primera de ellas conformada por tres tareas y una intervención entre ellas, la segunda parte reúne los conocimientos adquiridos por los alumnos y la institucionalización dirigida por el profesor.

TAREA 1. *Trazar las rectas secantes que pasen por el punto B:* Se espera que los alumnos tracen las cuatro rectas sin dificultad, Durante la construcción de las rectas podrán notar que hay unas rectas secantes más próximas a la recta tangente que otras, debido a la distancia entre los puntos de las abscisas.

En el archivo TAREA 1 todos los puntos A, C, D, E, F son puntos fijos. Se espera que el estudiante trace las rectas secantes $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{BG}$. El archivo permite ver que los puntos G, J, B, H, I , que están sobre la curva, se encuentran relacionados con los puntos F, E, A, C, D los cuales pertenecen al eje de las abscisas y la recta naranja será la recta tangente que pasa por el punto B .

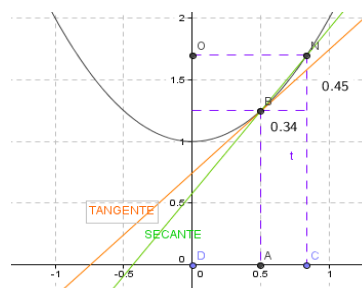


INTENCIÓN	Trazar las rectas secantes que pasan por el punto B
ACCIÓN	Construir las rectas que pasan por el punto B
RETROACCIÓN	Hay unas rectas secantes más próximas a la recta tangente que otras
INTERPRETACIÓN	Cuando los puntos en las abscisas son más próximos la recta secante se encuentra más cerca de la recta tangente
VALIDACIÓN	Las rectas secantes pasan por el punto B
CONOCIMIENTO NECESARIO PARA LA VALIDACIÓN	Saber la definición de recta secante
CONOCIMIENTO PRODUCTO DEL APRENDIZAJE	A menor distancia entre los puntos por los que pasa la recta secante más próxima será ésta a la recta tangente

Seguidamente se conduce al estudiante a calcular las pendientes de las rectas secantes construidas. Estas pendientes las puede construir por medio de tres herramientas que presenta el software: i) Usando la herramienta directa de pendiente encontrada en la barra de herramientas; ii) Construyéndola por medio de la barra de entrada; iii) Calculando el cociente entre las distancias de las ordenadas “ y ” con las abscisas “ x ”. Esta construcción se realiza para que el estudiante se dé cuenta que las pendientes de las secantes más cercanas tienden a la pendiente de la recta tangente, este análisis es importante en la aproximación del concepto de la derivada.

TAREA 2. *Aproximar la recta secante a la recta tangente:* Se espera que el alumno intente acercar la recta secante directamente. Como el software le impide, esta acción él debe tener en cuenta las coordenadas del punto K , ya que en la actividad anterior se notó que cuando los puntos de las abscisas están más próximos, los puntos de las secantes también, y por lo tanto las rectas se aproximan.

El archivo TAREA 2 está construido de manera que los puntos B y N dependen de los puntos A y C respectivamente, con A fijo y C se variable. El punto C se puede acercar hacia el punto A a 10 lugares decimales pero nunca exactamente en A , así el estudiante notará que la proximidad entre las rectas depende de los puntos A y C .



Acción 1

INTENCIÓN	Acercar la recta secante a la recta tangente
ACCIÓN	Mover directamente la recta
RETROACCIÓN	La recta no se mueve (debido a la construcción)
INTERPRETACIÓN	La recta no se puede mover directamente
VALIDACIÓN	La acción no es válida (negativa)
CONOCIMIENTO NECESARIO PARA LA VALIDACIÓN	Saber si un objeto se mueve o no

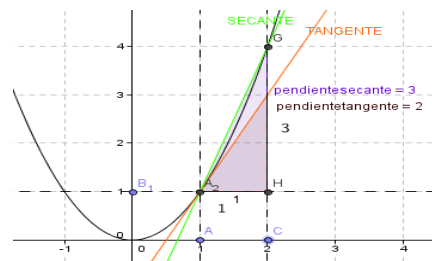
Acción 2

INTENCIÓN	Acercar la recta secante a la recta tangente
ACCIÓN	Acercar el punto C hasta el punto A
RETROACCIÓN	La recta secante se mueve hacia la recta tangente

INTERPRETACIÓN	La distancia entre los dos puntos (A y C) se aproxima a cero
VALIDACIÓN	La recta secante se aproxima a la recta tangente cuando se acercan los puntos correspondientes
CONOCIMIENTO NECESARIO PARA LA VALIDACIÓN	Saber cuándo un objeto está próximo a otro
CONOCIMIENTO PRODUCTO DEL APRENDIZAJE	La recta secante puede estar muy próxima a la recta tangente cuando la distancia entre los puntos es casi nula, esto es equivalente a decir que la recta tangente es la posición límite de la recta secante

TAREA 3. *¿Cuándo la pendiente de la recta secante es igual a la pendiente de la recta tangente?:* Se espera que los alumnos muevan el punto C hacia el punto A . Durante este movimiento el alumno podrá notar que la pendiente es casi igual cuando la recta secante está muy próxima de la recta tangente.

El archivo TAREA 3 es similar al archivo TAREA 2 con la diferencia de que éste muestra las pendientes de cada recta y la manera en que al mover el punto C acercándolo hacia A fijo, la pendiente de la recta secante se aproxima a la pendiente de la recta tangente.



INTENCIÓN	Buscar que la pendiente de la recta secante sea igual a la pendiente de la recta tangente
ACCIÓN	Acercar el punto C hasta el punto A
RETROACCIÓN	La recta secante se mueve hacia la recta tangente, y las pendientes se hacen casi iguales. Además la ecuación de la recta secante se aproxima a la ecuación de la recta tangente
INTERPRETACIÓN	La pendiente de la recta tangente es casi igual cuando los dos puntos (A y C) se encuentran a una distancia casi igual a 0

VALIDACIÓN	La pendiente de la recta secante es casi igual a la pendiente de la recta tangente cuando C está muy cerca de A
CONOCIMIENTO NECESARIO PARA LA VALIDACIÓN	Saber cuándo dos pendientes son iguales
CONOCIMIENTO PRODUCTO DEL APRENDIZAJE	Cuando la recta secante es muy próxima a la recta tangente, las pendientes tienden a ser iguales o cuando C se aproxima a A las pendientes son casi iguales

Después de la aplicación de las tres tareas, se deberá realizar una puesta en común, donde uno de los alumnos exponga las acciones realizadas y el conocimiento adquirido producto de la situación a-didáctica, esto permite generar un espacio de comunicación en los alumnos. Esta puesta en común también permite verificar si todos los alumnos identificaron los comportamientos visuales de la derivada. Una vez adquirido el conocimiento anterior la actividad deberá pasar de ser una situación a-didáctica a una situación didáctica, donde el profesor interviene para realizar la institucionalización, la cual consiste en explicitar las relaciones entre el conocimiento que se produjo en el estudiante y el saber.

4. Conclusiones

En esta propuesta vemos cómo es posible prever un aprendizaje por adaptación, resultado de la interacción de los alumnos con las figuras dinámicas, y cómo es posible que el profesor relacione los conocimientos producto de este proceso de aprendizaje por adaptación con las propiedades de la derivada en un punto, que es el saber que desea enseñar. Por supuesto que no pretendemos afirmar que con esta actividad los alumnos aprendan lo que es la derivada, puesto que es sólo la primera parte de una serie de actividades que concluyen con su definición. Nuestro propósito es ilustrar cómo la TSD nos provee de un modelo de aprendizaje en el que el software puede considerarse como un medio adecuado para que la interacción de los alumnos produzca efectivamente un aprendizaje, posibilitando al profesor el utilizar las experiencias personales de los alumnos para darle sentido al saber que desea enseñar.

5. Bibliografía

Brousseau G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Brousseau G (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19, versión Castellana, 1993.

Ministerio de Educación Nacional (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Enlace editoriales Ltda. Santafé de Bogotá, D.C.