

DESARROLLO DEL USO DE LAS GRÁFICAS EN UNA SITUACIÓN DE MODELACIÓN ESCOLAR

María Esther Magali Méndez Guevara, Karen Zúñiga González

Universidad Autónoma de Guerrero. (México)

memmendez@uagro.mx, kzg.93@live.com

RESUMEN: Se reportan resultados de una investigación socioepistemológica que versó del estudio sobre el desarrollo de una red de usos del conocimiento matemático mediante las gráficas de función a trozos significadas en el estudio del llenado de los recipientes. Se comparte la estructura del diseño de situación de aprendizaje, que partió de la experimentación y provocó el desarrollo del uso de la gráfica develado en las herramientas de variación local, global y su articulación, según las producciones de estudiantes de bachillerato.

Palabras clave: desarrollo de usos, modelación escolar, experimentación

ABSTRACT: The article shows the results of a socio - epistemological research that included a study about the development of a network for using the mathematical knowledge, by means of segment function graphs used in the study of containers' filling. The structure of a learning situation design is proposed. It started from the experimentation and fostered the uses of the graph shown in the tools of the local and global variation and the graph linking, according to senior high school students' performance.

Key words: development of the uses, school modeling, experimentation

■ Planteamiento del problema u objetivo de la investigación

Hoy en día, es indudable que para el desarrollo de las sociedades se reconozca la importancia del desarrollo de la ciencia y la tecnología, en específico en la Matemática; ya que esta, permite explicar fenómenos físicos, químicos, biológicos, sociales u otros, que son el escenario para el desarrollo científico. Sin embargo, cuando de Matemática hablamos nos enfrentamos a un gran problema, pues existe cierto rechazo hacia ella, a pesar de que su presencia es una consecuencia de su presencia en la sociedad y, por tanto, las necesidades Matemáticas que surgen en la escuela deberían estar subordinadas a las necesidades Matemáticas de la vida en la sociedad (Chevallard, Bosch & Gascón 1998, p.46), y que esta avanza progresivamente más determinada por las Matemáticas y las tecnologías. Y no invertir la subordinación causando una desvalorización social de la Matemática y convirtiendo la enseñanza escolar de las Matemáticas en un fin en sí mismo.

Desde una mirada sistémica de la Matemática Educativa, la problemática sobre la enseñanza de las Matemáticas está en el fenómeno de exclusión (Cantoral & Soto, 2014), y es ocasionado por el discurso matemático escolar (dME) y la falta de marcos de referencia que promuevan la construcción de conocimiento matemático, la mirada a la que nos referimos es la Socioepistemológica. Es decir, desde aquí lo importante sería reformular el dME mediante la generación de marcos de referencia que provoquen una Matemática funcional, esta investigación se propone añadir elementos para el rediseño del dME en torno a la función a trozos mediante el estudio de su gráfica, nos preguntamos sobre los usos de las gráficas en el tratamiento de funciones a trozos en donde se esperaban argumentos de variación local y global por parte de los jóvenes de nivel medio superior en el desarrollo de argumentos emergentes ante una situación basada en una categoría de modelación para la Matemática Escolar. Es decir, ¿Cómo al comunicar el llenado de recipientes, dadas ciertas restricciones, se desarrolla una red de usos de conocimiento matemático? En específico usos de gráficas o tablas de datos. Se postula una categoría de modelación como un eje que permite el desarrollo de redes de usos de conocimiento matemático y se elabora un diseño de situación de aprendizaje.

■ Acerca de la modelación

La modelación es parte esencial de la construcción, difusión y aceptación del conocimiento científico, pues otorga una justificación funcional a este, además provoca la construcción de herramientas como elementos esenciales de la situación que se atiende, para representar lo que se estudia con determinados fines, de manera que pueda ser comunicado (Koponen, 2007). De acuerdo con Lingefjärd (2011), la modelación se asume de diferentes formas en todo el mundo, con base a los paradigmas y marcos teóricos desde donde se desarrollan, evidenciando diferentes posibilidades para investigar y analizar aspectos relacionados a la enseñanza envueltos en la modelación. Desde este hecho, nosotros desarrollamos investigación al seno de una base teórica que profesa a las prácticas sociales como la base del conocimiento, en la medida en que son el sustento y la orientación para

llevar a cabo una construcción social del conocimiento matemático, la Socioepistemológica (Cantoral, 2013, p. 52).

Así en la teoría Socioepistemológica (TSE) existen investigaciones que exhiben una Matemática Funcional en términos de uso y desarrollo de conocimientos matemáticos, que surgen ante intenciones compartidas por una comunidad escolar o profesional, donde es importante reconocer la actividad del humano haciendo Matemáticas, es decir construyendo su conocimiento (Arrieta, 2003; Cordero, 2001; Méndez, 2008; Suárez, 2008). Se llama la atención hacia un cambio de paradigma del conocimiento matemático que lo redefine y comprenda como un conocimiento que puede estar en las necesidades cotidianas del humano; de este modo buscar categorías que muestre como pueden lograrse experiencias que abarquen toda la sociedad. Se propone involucrar a los alumnos en contextos que sean continuos a los cotidianos para que surja el aprendizaje, para tratar de discernir la tensión que existe entre el ambiente escolar y extraescolar, con ello evitar el rechazo a las Matemáticas.

La perspectiva de modelación que desarrolla esta teoría fue apropiada para nuestra investigación, dado que permite construir epistemologías de uso del conocimiento matemático, involucrando lo cotidiano y lo escolar, se ha formulado una categoría de modelación escolar que delimita los elementos esenciales en el proceso de modelación, mismo que serán eje para diseños de situaciones de aprendizaje. La creencia de que la modelación es una aplicación de la Matemáticas ha llevado, a enseñar Matemáticas y después, a buscar la aplicación de tal conocimiento, sin embargo, desde esta teoría se ha explicado a la modelación como construcción de conocimiento matemático en sí misma (Méndez & Cordero, 2014). Así mismo las gráficas habitualmente en el discurso escolar tiene un carácter secundario y muchas veces no se considera modelo matemático, mientras que en nuestra postura la gráfica es un modelo que permite organizar comportamientos matemáticos y sintetiza las características de una situación estudiada de forma global, y se postula que el uso de las gráficas en las prácticas de enseñar y aprender Matemáticas favorece la construcción y desarrollo del conocimiento matemático. De modo que en esta investigación nos ocupamos en generar una red de usos de conocimiento matemático (Méndez & Cordero, 2014) en torno a las gráficas, ante una situación de llenado de recipientes. En el diseño los usos aparecen como argumentos y evidencias que los actores, en este caso estudiantes, emplean para organizar la situación que origina el fenómeno, mediante la comparación de dos estados de éste en el tiempo, los cambios de condiciones en un experimento y sus implicaciones en las variaciones de su gráfica hasta llegar al estudio de operaciones de corte lógico-formal. Además, dichas construcciones son enlazadas por prácticas como interpretar, analizar, especular, graficar, calcular, organizar, postular, adaptar y consensuar, entre otras.

■ Elementos metodológicos

Esta investigación se sustenta de los elementos teóricos y mecanismos socioepistemológicos que permiten acercar la teoría al aula de clase de Matemáticas, esto implica un proceso (figura 1) de resignificación de usos de conocimientos matemáticos, esto mediante la llamada categoría de

modelación escolar (Méndez, 2013) lo que permitiría elaborar diseños de situación para la enseñanza básica, media superior y superior.

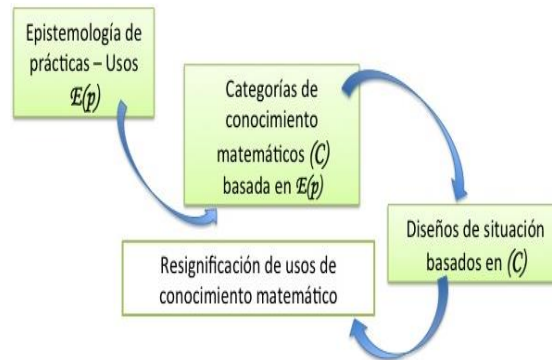


Figura 1. Proceso de resignificación de usos (tomado de Méndez, 2013.P.15)

Dicha categoría funciona como el eje argumentativo que favorece la constitución de conocimientos matemáticos para la Matemática escolar donde los partícipes pueden construir y desarrollar su conocimiento matemático. Dicha categoría provoca el desarrollo de redes de usos de conocimientos matemáticos (*drucm*), en la caracterización de tipos comportamientos, que se exhiben en usos de gráficas-tablas-expresiones analíticas como herramientas que permiten estudiar y explicar la variación local o global y conjeturar sobre la tendencia o características de un comportamiento, en este caso, constante, lineal, y cuadrático .

■ Los momentos del diseño

El diseño de situación que se elaboró tuvo como objetivo principal develar el uso de las gráficas. La forma en cómo se ponen en juego todos los elementos se sintetiza en momentos, los cuales provocan el *drucm* del que hablamos articulados por momentos.

Para la validación de nuestro diseño se realizó una primera exploración y en éste el objetivo fue llegar al análisis de comportamientos globales y locales mediante gráficas, sin la petición de fórmulas (ver tabla 1). Dado que se exploró en escenarios de divulgación teniendo presente que en este escenario el tiempo de atención de los participantes es corto, nuestra primera idea fue hacer el diseño de tipo inducido, sin embargo, ello rompe con nuestra ideología de dejar que ellos nos muestren los usos de sus conocimientos matemáticos.

Tabla 1. Momentos base del diseño de situación

El llenado de los recipientes	
Momento 1	Elementos que describen el experimento y su implicación en las transformaciones gráficas y los valores numéricos. La construcción del espacio gráfico.
Momento 2	Caracterizar los incrementos por intervalos en forma numérica en las tablas de datos o en los intervalos de variación en una gráfica.
Momento 3	En la interpolación y extrapolación de los puntos en las gráficas. La identificación de una constante de variación y formulación de una regla de variación.

Parte de los resultados obtenidos fueron reportados en Zúñiga y Méndez (2013), con ello percibimos que los estudiantes no tienen claro en que situaciones es conveniente cada tipo de gráfica, es decir qué modelan las gráficas. Por ejemplo; 1. Con respecto a las gráficas no se cuestionan sobre qué significa el origen, los ejes en relación con las variables dependiente e independiente, o qué significa usar gráficas de barras o cartesianas. De ahí que nos cuestionáramos ¿Por qué sucede esto? ¿Cómo hacer que se desarrolle el uso de la gráfica?

Así que elaboramos una reestructuración del diseño, esta vez pensando en un escenario escolar con jóvenes de bachillerato cuyo objetivo fue el desarrollo en red de usos de: gráficas, tablas numéricas y expresiones algebraicas, al modelar el llenado de recipientes con formas combinadas, lo cual lleva al tratamiento de las funciones a trozos en la articulación de los momentos (tabla 2), ahí interesó conocer cómo y por qué se usan las gráficas más que saber si saben graficar o no, o si logran construir los modelos correctos.

Tabla 2. Momentos base del rediseño de situación

El llenado de los recipientes	
Momento 1	Consta de la experimentación donde se devela los usos de las gráficas en tanto se convienen las variables y sus relaciones . Se decide qué variables considerar para comunicar y caracterizar el llenado de los distintos recipientes.
Momento 2	Toma de datos de la experimentación y desarrollo de la gráfica para las variaciones a trozos en los distintos recipientes. Se estudia las variaciones en el llenado dadas diferentes secciones de los recipientes, para realizar ajustes y las tendencias en las gráficas que expresan cómo se llenan.
Momento 3	Desde la articulación de la gráfica y los datos numéricos a la expresión algebraica. Se analiza la variación en los datos y el comportamiento general de la gráfica para poder proponer una expresión algebraica que reúne las condiciones del experimento y el comportamiento que tiene el llenado durante cierto tiempo.

■ Descripción de la puesta

La puesta en escena final se realizó con un grupo de siete estudiantes del bachillerato, con especialidad en electromecánica y electrónica, que cursaban en cuarto semestre y hasta el momento habían cursado las materias que forman parte del componente básico matemático del bachillerato tecnológico: álgebra; geometría y trigonometría; geometría analítica y cálculo. Según su programa de estudios tenían conocimiento sobre el lenguaje algebraico, ecuaciones (lineales y cuadráticas), figuras geométricas, relaciones trascendentes (trigonométricas, exponenciales y logarítmicas), sistemas rectangulares y polares, lugares geométricos (la recta y cónicas), pre-cálculo, funciones, límites y derivada.

Los estudiantes se agruparon en dos equipos, uno de cuatro y otro de tres, y se prosiguió a proponer las actividades, apoyándolos en las dudas sobre las situaciones que planteaba el diseño. Nuestro escenario físico se ubicó en las instalaciones de la Facultad de Matemáticas en Acapulco en dos de las aulas de dicha institución durante dos sesiones de 120 minutos cada una.

Es importante destacar que se recopilación datos mediante hojas de trabajo y videos de clase para después cruzar la información y evidenciar los desarrollos de usos. Lo cual permitió dar evidencias sobre la evolución de la práctica, analizando el cambio de argumentos, métodos y herramientas que se usan en el diseño. Las evidencias del Drucm se reportan en los tres momentos que estructura el diseño.

■ Resultados

A continuación mostraremos extractos de la puesta en escena que nos permiten evidenciar el desarrollo de redes de usos en torno al uso de las gráficas mediante argumentos sobre el fenómeno y las herramientas matemáticas.

- a) Red del equipo 1: El fenómeno ⇔ la gráfica ⇔ lo numérico, que se buscó provocar en los momentos I y II del diseño de situación de aprendizaje (figura 2).



Figura 2. ...No es constante la altura de llenado... Esquema de articulación de redes de usos para explicar el comportamiento de las variables que influyen en el fenómeno

- b) Red del equipo 2: El fenómeno ⇔ lo numérico ⇔ lo algebraico ⇔ la gráfica, fue incitado por las actividades del momento I aunque se esperaban el momento III del diseño de situación de aprendizaje (figura 3).

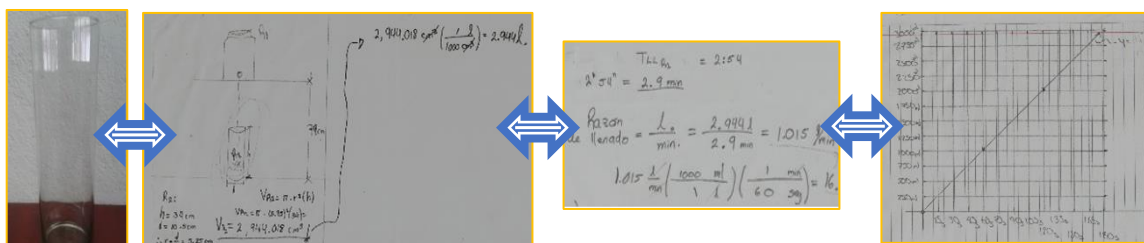


Figura 3. Cómo expresaríamos esa relación?... pues todo esto que calculamos, sería esto de modelar... Esquema de articulación de redes de usos para explicar el comportamiento de las variables que influyen en el fenómeno

La segunda actividad se pidió analizar un recipiente con formas combinadas caracterizando

comportamientos, rescatamos una red de usos que a nuestro parecer muestra una modelación (fig. 4). El esquema 4 muestra la articulación del fenómeno con los usos de la gráfica y la tabla de datos en tanto que se negaban a asumir la variación constante la cual podría parecer por la gráfica, esto los llevo a analizar las variaciones locales en los intervalos de cambios del recipiente mediante los datos numéricos.

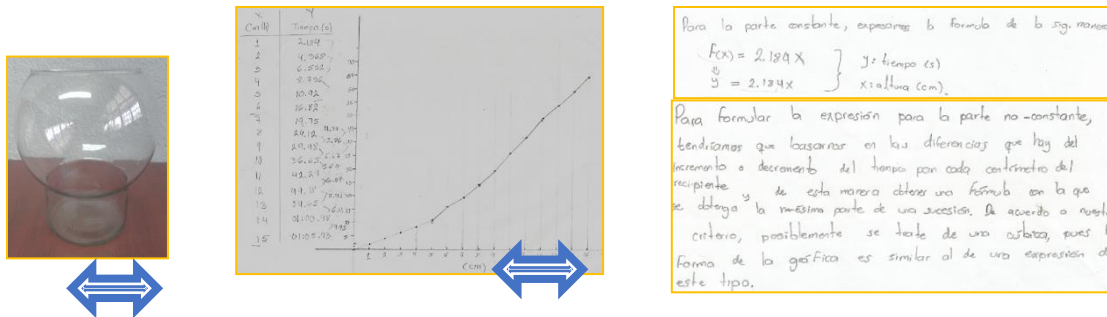


Figura 4. Esquema de articulación de redes de usos para el comportamiento lineal combinado con otro cúbico.

E7: *De este recipiente podrían ser dos fórmulas porque en este al principio es constante y el otro es distinto...*

...Sería una razón de llenado básicamente...

...Sí, claro porque es constante, el de nosotros es constante hasta aquí, ya de ahí sería una variación, de hecho serían tres porque al final va disminuyendo.

El dialogo anterior, deja ver que los jóvenes interiorizaron el proceso de modelación, y reconocen la importancia del fenómeno y las condiciones iniciales para la postulación de herramientas matemáticas.

■ Reflexiones finales

El diseño que se sustentó de esta categoría provoco que los estudiantes que participaron en la puesta en escena, hicieran uso de sus conocimientos matemáticos para explicar el fenómeno y sin darse cuenta ya estaban modelando. Hecho que les causo impresión ya que creían que modelar era algo más complicado, entonces se dieron cuenta de que al tratar de explicar la situación del llenado de recipientes usando herramientas matemáticas que ya conocían, cómo las tablas de datos, las gráficas y las expresiones algebraicas, estaban en el proceso de modelación.

Desde la experiencia de haber elaborado un diseño de modelación, y desarrollado el mismo en distintos escenarios, escolares y de divulgación, nos atrevemos a decir que la modelación escolar es una categoría que debiera ser implementada en las aulas de clases más a menudo, y aunque hay una

variedad de diseños basados en esta categoría, que buscan el desarrollo del conocimiento matemático, estamos firmes en que es necesario a prontitud la creación o elaboración de más diseños basados en esta categoría que trastoquen tópicos matemáticos de nivel superior.

Insistimos en que es necesario rediseñar el discurso matemático escolar, uno en el cual se adhieran diseños de investigación consensados con los actores principales del discurso matemático escolar, los profesores, en formación y en servicio. Una forma de incluir estos diseños en desde la formación inicial del profesor de Matemáticas, promoviendo estos instrumentos como elementos que te hacen vivir el desarrollo de saberes sobre las variaciones y su caracterización en: las tablas de datos, gráficas y expresiones algebraicas.

■ Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. (Tesis doctoral). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Barcelona: Gedisa.
- Cantoral, R. & Soto, D. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1525-1544.
- Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. México: SEP
- Cordero. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), pp. 103-128
- Koponen, I. (2007). Models and modelling in physics education: a critical re- analysis of philosophical underpinnings and suggestions for revision. *Science & education*, 16, 751- 773.
- Lingefjärd, T. (2011). Modelling from primary to upper secondary school: finding of empirical research. In G. Kaiser, R. Borromeo, W. Blum & G. Stillman (eds.) *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, (pp. 9-14). Springer
- Méndez, M (2008). *Un estudio de la evolución de la práctica: La experiencia de modelar linealmente situaciones análogas*. (Tesis inédita de Maestría). Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. México
- Méndez, M. (2013) *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: la modelación para la matemática escolar*. Tesis no publicada de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional-Departamento de Matemática Educativa. Distrito Federal, México.

Méndez, M. & Cordero, F. (2014). La modelación. Un eje para la red de desarrollo de usos. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 27. (Pp. 1603-1610) Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Suárez, L. (2008). *Modelación-Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socioepistemológico*. (Tesis inédita doctoral). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México

Zúñiga, K. y Méndez, M. (2013). La modelación. Una experiencia del uso de las gráficas. En L. Sosa, E. Aparicio y F. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XV Escuela en Invierno de Matemática Educativa*, 15, 99-103. México: Red de Centros de Matemática Educativa A. C. ISBN: 978-607-95761-2-7