

INFLUENCIA DEL NIVEL DEL RAZONAMIENTO LÓGICO EN LA SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA HISTÓRICO: IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Juventino Martínez Bret, Josip Slisko Ignjatov, Honorina Ruiz Estrada
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas – BUAP. (México)
juve.mbret@gmail.com, josipslisko47@gmail.com, hruizestrada@gmail.com

Resumen

El presente trabajo reporta los resultados obtenidos de una investigación realizada con estudiantes de preparatoria entre 16 y 17 años de edad. La metodología implementada consistió en la aplicación de una versión del problema histórico, conocido como “las cien aves de corral”, que surgió en China, entorno al siglo V. Las soluciones obtenidas de este problema se correlacionan con los resultados previos logrados en el “Test de razonamiento lógico” (ToLT, por sus siglas en inglés) en su versión al castellano. La investigación hace evidente que la solución exitosa de problemas matemáticos se ve influida positivamente o negativamente por el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes. El análisis de los resultados revela que las mejores estrategias para resolver el problema las presentaron los alumnos con un desempeño por encima del promedio del ToLT. Esto sugiere la necesidad de diseñar actividades de aprendizaje que promueven el desarrollo de las habilidades de pensamiento lógico, como requisito para la resolución exitosa de problemas de matemáticas en la preparatoria.

Palabras clave: resolución de problemas matemáticos, razonamiento lógico

Abstract

This paper reports the resulting findings of a research carried out with high school students aged between sixteen-and-seventeen years. The methodology used consisted on implementing a version of the historical problem known as “the one hundred poultry” which had its origin in China around the fifth century. Student’s answers to this problem were correlated to those previously obtained in the Spanish version of the Test of Logical Thinking (ToLT). The research shows that the students’ level of logical thinking influences positively or negatively on successful mathematical problem solving. The analysis of the outcomes reveals that the most suitable strategies to solve the problem were presented by the students with an achievement over the average in the ToLT. This suggests the need to design learning activities which foster the development of logical thinking skills as an essential requirement for successful mathematical problem solving in high school.

*La investigación forma parte del proyecto “Aprendizaje activo de la física y de las matemáticas: El diseño y la implementación de actividades y posibles predictores del desempeño estudiantil” financiado por la VIEP de la BUAP en el año 2017.

Key words: resolution of mathematical problems, logical thinking

■ Planteamiento del problema

El aprendizaje de las matemáticas es una actividad fundamental de la educación en cualquier etapa escolar. Esto ha llevado a dirigir la atención hacia el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas, considerado de gran importancia ya que mediante este método de aprendizaje se busca que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas y que valoren la utilidad de la matemática en un entorno cotidiano.

Al primer coautor le gustaría mencionar algo de su propia experiencia. Recuerda que en sus primeras etapas escolares, los profesores ponían un énfasis esencial en los cálculos, operaciones y algoritmos, en el uso de “recetas” en lugar de propiedades, para resolver problemas que siempre tienen solución única. Durante mucho tiempo, él creía que así debía ser el aprendizaje y enseñanza de la matemática, lineal y casi sin sentido.

Sin embargo, se insistía que esto tenía que ver con el desarrollo del razonamiento lógico-matemático del aprendizaje y que su desarrollo es fundamental para la siguiente etapa escolar. Este modelo, que se ha repetido de generación en generación, había hecho de él un profesor dogmático, sin la capacidad de cuestionar qué hay atrás o cómo es que surgen los objetos matemáticos que se mencionan en las clases. Esa visión cambió.

La población de estudio de esta investigación da muestra de poseer conocimientos procedimentales para resolver los problemas algorítmicos rutinarios de matemáticas. Sin embargo, cuando se enfrentan a un problema que describe una situación real o hipotética con un determinado conflicto cognitivo, la mayoría manifiesta dificultades para comprender los datos relevantes, las variables involucradas en el problema o los requerimientos del mismo.

“La resolución de problemas ha sido considerada desde siempre como el foco en las matemáticas” (Arcavi y Friedlander, 2007). En este punto es conveniente esclarecer, ¿qué es un problema? En esta investigación, “se afirma la existencia de un problema cuando la situación a resolver no es familiar para el alumno” (Contreras, 1985, citado en Contreras, 1987, p. 50). Acerca de la resolución de problemas, Contreras (1987) afirma que:

La resolución de problemas no sólo pretende dotar al individuo de unos conocimientos fundamentales desde el punto de vista epistemológico y social mediante el redescubrimiento de los mismos, sino que también y fundamentalmente intenta que el alumno adquiera unos códigos ordenados de conducta, unos esquemas de comportamiento suficientes para poder desenvolverse en cualquier situación normal de la vida diaria (Contreras, 1987 p. 50).

■ ¿Cómo utilizar la historia de las matemáticas en la enseñanza?

“Incluir la historia en la enseñanza de la matemática provee una oportunidad para desarrollar nuestra visión de lo que es realmente la matemática y que nos permite tener una mejor comprensión de conceptos y teorías” (Barbin et al., 2000). En otras palabras, se espera que estudiantes y docentes entiendan mejor los conceptos teóricos al conocer la forma en que estos surgieron en la historia.

La percepción hacia la matemática cambiará en la medida en que docentes y estudiantes pueden “contextualizarla y humanizarla” (Zapico, s.f.). En el mismo sentido Martínez y Chavarría (2012) afirman que:

La matemática se muestra como producto de la actividad humana, generada a partir de diferentes necesidades a través de muchos siglos de civilización. Al presentar a los creadores de una disciplina ésta se humaniza. Si se muestra la forma en que los conceptos matemáticos se fueron desarrollando, incluyendo errores en los que incurrieron sus creadores, mostrándolos así con sus imperfecciones humanas, deja de percibirse como un ente abstracto, impuesto rígidamente en el currículo, y comienza a vislumbrarse más como una herramienta utilizada desde el comienzo de la humanidad para resolver problemas y situaciones (Martínez y Chavarría, 2012, p. 3).

Hasta este punto se ha evidenciado la necesidad de utilizar la historia de las matemáticas. No obstante, surge la duda de cómo hacer uso de esta herramienta en el ambiente educativo. Los problemas históricos proporcionan un modo de satisfacer esta necesidad. Son numerosos y están disponibles. En ellos no solo encontramos un tratamiento para la mayoría de las cuestiones matemáticas, sino que sus propias características los hacen atractivos para utilizarlos en clase. Frank J. Swetz, en su publicación: “La aventura de los problemas matemáticos a través de la historia” (2014), afirma que:

Los problemas históricos son un valioso recurso didáctico, en la enseñanza de las matemáticas. Este tipo de materiales son adecuados para las necesidades de los profesores y alumnos de secundaria; pero considerar estos problemas y sus implicaciones también resultan beneficioso para aquellos universitarios que estudien matemáticas generales o historia de las matemáticas (Swetz, 2014, p. 8).

El mismo autor menciona que estos problemas proporcionan al lector detalles sobre cómo era la vida de las personas en la época en la cual fueron escritos. Las escenas, el entorno histórico y las situaciones descritas en los problemas proporcionan intriga y añaden motivación para los estudiantes.

De la misma forma, la historia contribuye al desarrollo de razonamiento lógico matemático, dado que expone la forma en la cual los científicos y matemáticos desarrollaron las distintas teorías, partiendo de los problemas a los que se enfrentaron y las soluciones brindadas en ese momento, así como los errores cometidos en el camino para llegar a la solución deseada. A partir de este análisis, los estudiantes pueden evidenciar la naturaleza de un sistema axiomático y los razonamientos lógicos, así como los mecanismos de demostración, sin dejar de lado la riqueza que esto representa para el docente, pues se pueden prever los posibles obstáculos en la construcción del conocimiento matemático y establecer las estrategias necesarias para su superación (Martínez *et al.* 2012).

Considerando lo anterior, nuestra pregunta de investigación es la siguiente:

¿Influye el nivel del razonamiento lógico en la resolución de un problema matemático con raíces históricas?

■ Metodología implementada

Para esta investigación tipo “papel y lápiz” se seleccionó un problema histórico conocido originalmente como “las cien aves de corral”. De acuerdo con (Gómez, 2016), este problema surgió en China, en el siglo V y ha tenido diversas formulaciones a lo largo de la historia. Una de estas formulaciones fue incluida en la colección medieval de problemas titulada: “Propositiones ad acuendos juvenes” de Alcuino de York (782).

Cierta paterfamilias disponía de 20 sirvientes. Ordenó que les fueran repartidos 20 modios de maíz del siguiente modo: que los hombres recibieran tres modios, las mujeres dos y los niños medio modio. Diga, quién pueda, ¿cuántos hombres, cuántas mujeres y cuántos niños debe haber? (Alcuino, 804, p. 1154).

En su obra Alcuino menciona que la solución es 1 hombre, 5 mujeres y 14 niños. Sin embargo, no hay ningún tipo de indicación o pista de cómo ha obtenido dicha solución. “Dada la época en la que fue escrita la obra, es poco probable que estuviera familiarizado con técnicas algebraicas hemos de suponer que –de existir- el método utilizado hubo de ser puramente aritmético de ensayo y error” (Oller, 2014, p. 24).

La formulación que se aplicó en esta investigación es una versión cuya estructura es similar a la de Alcuino. La diferencia radica en que las cantidades que reciben los niños y los hombres. Tal propuesta más reciente se encuentra publicada en varias páginas de internet cuya principal intención es divulgar problemas con un determinado conflicto cognitivo bajo la denominación de “acertijos matemáticos”. La formulación del problema es la siguiente:

Problema “Reparto de maíz”

El jefe de una tribu tiene 20 kilos de maíz para repartir entre sus 20 vecinos y decide hacerlo de la siguiente manera:

A cada uno de los niños le dará 3 kilos de maíz.

A cada una de las mujeres las dará dos kilos de maíz.

A cada uno de los hombres le dará medio kilo de maíz.

Sabiendo que al menos hay un niño, una mujer y un hombre y que repartió todo el maíz sin que sobrara ni faltara nada, ¿cuántos niños, mujeres y hombres hay?

Una de las páginas donde podemos encontrar este problema con raíces históricos es: <http://adivinizanzayacertijo.blogspot.mx/2017/03/acertijo-de-sam-loyd-martin-gardner-fue.html>

La población involucrada consistió de 68 alumnos de preparatoria, en su mayoría hijos de campesinos y agricultores. La escuela, en que se realizó este estudio, está ubicada en el municipio de Tecamachalco, Puebla, México.

La Prueba de Razonamiento Lógico ToLT (por sus siglas en inglés), “ha sido usado en numerosos estudios con alumnos de secundaria, preuniversitarios y universitarios en varios países” (Tobin, 1988). Esta prueba en su versión al castellano fue aplicada de manera inicial a la población de estudio.

El ToLT consiste en un cuestionario de diez tareas de lápiz y papel, dos por cada uno se los

siguientes esquemas de razonamiento: Proporcionalidad, control de variables, probabilidad, correlación y operaciones combinatorias. Las ocho primeras constituyen cuestiones de dos niveles –respuesta explicación– diseñadas con un formato de opción múltiple tanto en lo que se refiere a la respuesta como a su correspondiente justificación. Las dos últimas preguntas, referentes a combinaciones y permutaciones, son de respuesta abierta semiestructurada. Los sujetos disponen de un total de treinta y ocho minutos para la realización de la prueba (Acevedo y Oliva, 1996).

Los resultados de esta prueba se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados de la prueba ToLT

Número de aciertos	Número de alumnos	Categorías
0	5	36 alumnos por debajo del promedio
1	10	
2	10	
13	11	
4	14	32 alumnos por encima del promedio
5	12	
6	3	
7	0	
8	3	
9	0	
10	0	
Promedio	P = 3.29	68

Con respecto al nivel del razonamiento lógico que mide esta prueba, se identificaron dos categorías de la población de estudiantes que participo en la investigación: los que se ubicaron por encima del promedio (3.29) y los que están por debajo de este promedio, que de acuerdo a la tabla 1, son 32 y 36 alumnos respectivamente.

Este resultado es un elemento de entrada que determinó en nivel de razonamiento lógico en la población de estudio.

Nota: Resultados de la prueba ToLT, aplicada a una población de 68 alumnos de nivel preparatoria

■ Análisis de los resultados

Los resultados, que se obtuvieron tras la aplicación del problema histórico “Reparto de maíz” y su relación con la categorización que definió la prueba ToLT, se encuentran en la Tabla 2.

Tabla 2. Categoría de respuestas del problema histórico “Reparto de maíz”

Tipos de solución “Reparto de maíz”	Nivel del razonamiento lógico ToLT	
	Por debajo del P	Por encima del P
Tipo 1. Analizan desde la cantidad mínima de personas y la cantidad mínima de maíz que puede haber para repartir el sobrante entre hombres y mujeres. Presentan procedimiento claro en sus justificaciones.	6 alumnos (17%)	16 alumnos (50%)
Tipo 2. Encuentran la solución del problema por tanteo. No es clara la justificación del mismo.	13 alumnos (36%)	11 alumnos (34%)
Tipo 3. La respuesta que proporcionan no se ajusta a los requerimientos del problema.	17 alumnos (47%)	5 alumnos (16%)
	36 alumnos	32 alumnos

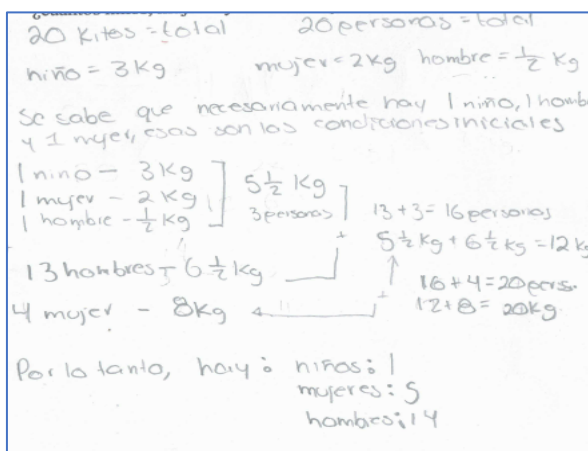


Figura 1. Ejemplo de solución tipo 1, primer caso

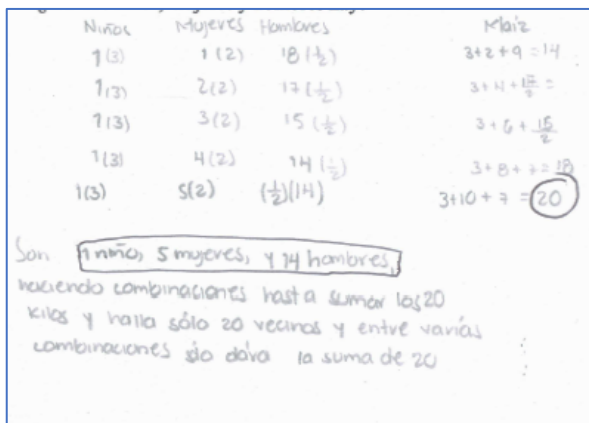


Figura 2. Ejemplo de solución tipo 1, segundo caso

En la solución del Tipo 1 (Figura 1), consideramos dos casos: en el primero, los estudiantes resuelven el problema utilizando el hecho de que al menos hay un niño, un hombre y una mujer. A partir de esto, determinan que $5\frac{1}{2}$ kg es la cantidad mínima de maíz que se repartirá. Luego observan que cualquier combinación de los tres personajes proporciona reparto inexacto de los 20 kg. Y como el enunciado del problema indica que se reparte de manera exacta, concluyen de que para completar 20 kg es necesario 13 hombres y 4 mujeres más. De esta forma se cumple lo solicitado en el problema quedando como solución: 1 niño, 5 mujeres y 14 hombres.

El segundo caso (Figura 2), la solución consiste en la elaboración de una tabla que inicia en el primer renglón con la cantidad mínima de personas, posteriormente se suma la cantidad de maíz tratando de no superar los 20 kg. Posteriormente se hacen algunas combinaciones, hasta que se encuentra la respuesta. Las tablas elaboradas en este tipo de solución son semejantes.

De acuerdo con los resultados que se muestran en la Tabla 2, se tiene que el 50% de los alumnos con el razonamiento por encima de promedio, resolvieron el problema, evidenciando justificaciones razonadas en la solución, mientras que, solamente un 17% de alumnos con razonamiento lógico por debajo del promedio mostraron un comportamiento similar. Por otro lado, las respuestas de poca claridad matemática lo ofrecieron el 47 % de los alumnos por debajo del promedio y solamente 16 % de los alumnos por encima del promedio del ToLT.

■ Conclusiones

El análisis de los resultados revela que el nivel de razonamiento lógico de la población influyó directamente en la solución del problema histórico cuyo conflicto cognitivo no es rutinario en las clases de matemáticas.

En general, se puede afirmar que los resultados de la prueba ToLT fueron predictores adecuados para el desempeño en la resolución del problema histórico para nuestra población de estudio.

Los resultados de la investigación apoyan la posibilidad de incluir problemas históricos como una herramienta didáctica para mejorar el nivel de razonamiento lógico en la enseñanza de las matemáticas de preparatoria

■ Referencias bibliográficas

- Acertijos y adivinanzas. (sf). Recuperado el 5 de enero de 2017 de <http://adivinanzayacertijo.blogspot.mx/2017/03/acertijo-de-sam-loyd-martin-gardner-fue.html>
- Acevedo, J. y Oliva, J. M. (1995). Validación y aplicación de un test de razonamiento lógico. *Revista de Psicología General y Aplicaciones*, 48(3), 339-351.
- Alcuino (1863). Propositiones ad acuendos juvenes. En J. P. Migne (Ed.), *Patrologiae cursus completus: patrologiae latinae*, 101(1), 1143-1160.
- Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, 5-6, pp. 355-364.
- Barbin, E., Bagni, G., Grugnetti, L., Kronfeller, M., Lakoma, E. & Menghini, M. (2000). Integrating history: research perspectives. En Fauvel, J. & Van Maanen, J. (Ed.), *History in mathematics education* (pp. 63 – 77). Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Contreras, A. (1985). La resolución de problemas de geometría elemental. I Jornadas Andaluzas de Profesores de Matemáticas de Escuelas de Magisterio. *Almería*.
- Contreras G., Luis C. (1987) La Resolución de Problemas ¿Una panacea metodológica? *En: Enseñanza de las ciencias*, 5(1), 49 – 52.
- Gómez, B. (2016). Problemas descriptivos y pensamiento numérico: el caso de las cien aves de corral. *Pna*, 10(3), 218-241. en la enseñanza de la matemática. En M. Martínez y J. Chavarría (Ed.), Festival internacional de matemática (pp. 1- 5) Liberia, Costa Rica.
- Oller M. (2014). Los curiosos problemas de mezclas de Alcuino de York, *Revista de investigación MAIC*, 4(1), 17-32.
- Swetz, F. J. (2014) *Expediciones matemáticas. La aventura de los problemas matemáticos a través de la historia* (José Migual Parra, trad.). Madrid, España: La esfera de los libros.
- Zapico, I. (s.f.). Enseñar matemática con su historia. Recuperado el 25 de junio de 2017 de <http://soarem.org.ar/Documentos/29%20Zapico.pdf>