

ANÁLISIS DE LAS DIMENSIONES MATEMÁTICA Y DIDÁCTICA DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DE PROFESORES PERUANOS SOBRE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN

Teresa Sofía Oviedo Millones
Pontificia Universidad Católica del Perú. (Perú)
sofia.oviedo@pucp.edu.pe

Resumen

Este reporte de investigación refiere a una investigación cualitativa de estudio de caso. El análisis se realizó a una secuencia de clases de un docente universitario en el tema de función. Se analizó dos de las tres dimensiones del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). Este modelo ha sido planteado considerando supuestos teóricos y metodológicos del Enfoque Onto-Semiótico (EOS). Los resultados muestran un panorama de las características del conocimiento didáctico y matemático del docente y lo que es necesario mejorar en su práctica didáctica-matemática y motivan la reflexión sobre las prácticas docentes en la gestión de la enseñanza-aprendizaje sobre funciones.

Palabras clave: formación de profesores, conocimiento didáctico matemático, enfoque onto-semiótico, funciones matemáticas

Abstract

This research report shows a qualitative case-study research. The analysis involves a sequence of lessons on the topic of mathematical functions carried out by a professor. Two of the three dimensions of the Didactic-Mathematical Knowledge Model (DMK) were analyzed. This model has been raised considering theoretical and methodological assumptions of Onto-Semiotic Approach (OSA). The results show an overview of the characteristics of the professor's didactic and mathematical knowledge and what needs to be improved in his mathematical-didactic practice; and they motivate the reflection on teaching practices with respect to the management of the teaching and learning about functions, as well.

Key words: teacher-training, mathematical didactic knowledge, Onto-Semiotic Approach, mathematical functions

■ Introducción

El aprendizaje de las funciones es uno de los temas fundamentales en el nivel universitario que conlleva a aplicaciones de temas matemáticos más complejos. Los estudiantes muestran mucha dificultad en la comprensión de las funciones y esto se contempla desde la Educación Básica Regular en el Perú (Quintanilla, 2009) y la conocemos desde nuestra propia práctica como docentes universitarios.

Es el docente el principal gestor en la enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes y por ello tiene que mostrar flexibilidad, coherencia, conocimientos y aptitudes en el manejo de los recursos didácticos y

matemáticos; es decir se requiere de un conocimiento didáctico y matemático idóneo para una adecuada gestión en el aprendizaje de sus estudiantes.

Es por ello que se optó por la aplicación del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Pino-Fan y Godino, 2015) basado en herramientas teóricas y metodológicas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007), que permite analizar y valorar el diseño, implementación y evaluación (reflexión sobre la propia práctica) de la práctica docente con la finalidad de favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

■ Marco Teórico

Esta investigación se sustenta en el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015) que posibilita a través de un sistema de categorías y subcategorías los conocimientos que deberían tener los docentes para la gestión adecuada del aprendizaje de sus estudiantes. Dicho modelo propone tres grandes dimensiones: matemática, didáctica y didáctico-matemática. Aquí aplicamos dos de las tres dimensiones del CDM. La dimensión didáctica que incluye las facetas del conocimiento: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica; y la dimensión matemática que incluye los conocimientos común y ampliado del contenido matemático.

■ Método

Se consideró la metodología cualitativa con estudio de caso. Como técnica se realizó la observación no participante de las clases de un docente universitario, en el primer semestre de estudios universitarios de un curso de matemáticas sobre funciones. En el curso había 60 estudiantes matriculados. Se consideró el análisis de las filmaciones de dos sesiones de clase con una duración de dos horas pedagógicas (100 horas).

Para realizar el análisis de las transcripciones de las clases se consideró el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del EOS, en la dimensiones didáctica (que incluye 6 dimensiones: epistémico, ecológico, cognitivo, interaccional, mediacional y afectivo) y en la dimensión matemática (conocimiento común del contenido y conocimiento ampliado del contenido). Se consideraron los 4 niveles de análisis de dicho modelo: 1) Identificación de las prácticas matemáticas; 2) elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas de objetos y procesos matemáticos; 3) Normas y metanormas; 4) Idoneidad y valoración de la idoneidad didáctica. Para la valoración de la idoneidad didáctica se consideró los componentes e indicadores de la idoneidad didáctica dados en Breda, Pino-Fan y Font (2016) y en Godino (2011) con el propósito de identificar los aspectos que deberían mejorarse, relativos a la dimensión didáctica, que permita en los estudiantes la apropiación razonable de los conocimientos matemáticos correspondientes al tema de funciones.

■ Resultados

En esta sección se muestra los resultados de los análisis de las transcripciones de clase de las dimensión didáctica (dimensiones epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica) y la dimensión matemática. Se consideró los cuatro niveles de análisis del EOS, mencionados en la sección anterior. Se aclara, que esta investigación es parte de una investigación más amplia en proceso, donde se

considera también la entrevista para el análisis de los resultados. Por tanto, en esta investigación se muestra los resultados todavía no contrastados ni complementados con la entrevista.

Por razones de espacio presentamos de forma concisa el análisis y su consecuente valoración de la idoneidad didáctica, sin mostrar las transcripciones de clase. También solo se mostrará dos de las tablas: Tabla 1, Tabla 2, basadas en los componentes e indicadores de la idoneidad didáctica de Godino (2011) y Breda, Pino-Fan y Font (2016), referentes a la idoneidad epistémica y cognitiva, en las que se analizan los resultados. Para las otras cuatro dimensiones: interaccional, mediacional, afectivo y ecológico, se consideran las tablas 3, 4, 5 y 6 que se pueden ver en el artículo de Breda, Pino-Fan y Font (2016), que no se muestran en esta investigación, pero sí se muestran los resultados de los análisis.

- *Análisis de los resultados respecto a la dimensión didáctica.*
- *Análisis de los resultados respecto a la dimensión epistémica*

Para este análisis se considera la Tabla 1 dada a continuación.

Tabla 1. Componentes y descriptores de la idoneidad epistémica (matemática)

Componentes	Indicadores
Situaciones-problemas	Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre los mismos. <i>Nivel adecuado del lenguaje para el nivel a que se dirige.</i> Se promueve la expresión e interpretación.
Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo a que se dirigen. Se presentan los enunciados y procedimientos básicos del tema. Se promueve la generación y negociación de las reglas.
Argumentos	Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen. Se promueven momentos de validación.
Relaciones (conexiones, significados)	Se relacionan y articulan de manera significativa los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.

Fuente: Godino (2011) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Los resultados para la idoneidad epistémica de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Situaciones problemáticas: No se presentan situaciones en contexto extramatemático. Se limita a resolver ejercicios, dar ejemplos en las que se enfatiza el proceso a seguir. Con ello no se vincula a los estudiantes a la reflexión en la interpretación y la aplicación de las funciones.

- **Lenguajes:** Se enfatiza lo simbólico-formal respecto a los otros tipos de representaciones y se usan traducciones en la enseñanza impartida.
- **Argumentos:** Se da pocos argumentos. En general, el docente se limita a dar ejemplificaciones de los procedimientos a seguir.
- **Elementos regulativos (definiciones, proposiciones, procedimientos):** No se promueve la generación y negociación de las reglas. Las definiciones y proposiciones se presentan de forma clara y correctamente enunciados. Los procedimientos explicados, en algunos momentos de clase, podrían ocasionar conflictos semióticos en los estudiantes. Las configuraciones didácticas implementadas son conceptuales, procedimentales y centradas en el proceso algorítmico-algebraico.
- **Relaciones:** Se relacionan y articulan de manera adecuada los objetos matemáticos, pero solo en forma teórica, no en situaciones de contexto, es decir, sin relación con situaciones de la vida diaria o de otros cursos.

En general, el docente usa, implícitamente, la configuración epistémica formalista (Font y Godino, 2006, p. 73), es decir, los objetos matemáticos se muestran de manera convencional, sin considerar contexto extra-matemático y los procesos matemáticos que se observaron fueron la institucionalización y la generalización.

Análisis de los resultados respecto a la dimensión cognitiva.

Para el análisis de las sesiones de clase con respecto a la dimensión cognitiva, se aplicó la Tabla 2.

Tabla 2. Componentes y descriptores de la idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos.	Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para estudiar las funciones (es decir, han estudiado anteriormente o el profesor hace un plan de estudio). Se pueden enseñar los significados deseados (dificultad razonable) a través de sus diversos componentes.
Aprendizaje	La forma de presentación de los objetos matemáticos ayudan a desarrollar los conocimientos o competencias previstos o implementados.
Alta demanda cognitiva.	Los procesos cognitivos relevantes son activados (generalización, conexiones intramatemáticas, cambios de representaciones, especulaciones, etc.) Se promueven los procesos metacognitivos.

Fuente: Adaptación de Breda, Pino-Fan y Font (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice.

Los resultados para la idoneidad cognitiva de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Conocimientos previos: durante las dos sesiones de clase dadas por el docente no se muestra evidencia que se consideren los conocimientos previos de los estudiantes.
- Aprendizaje: la forma de presentación de los objetos matemáticos (situaciones problemas, conceptos, procesos, etc.) no se vincula con el desarrollo de competencias señaladas en el sílabo del curso de los alumnos.
- Alta demanda cognitiva: el docente al presentar los elementos regulativos y relaciones de manera algorítmica-algebraica hace, implícitamente, que los alumnos apliquen mecánicamente los ejercicios, definiciones, procedimientos, que de acuerdo a la teoría de APOE (Acción, proceso, objeto, esquema) propuesta por Dubinsky y el grupo RUMEC (Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews y Thomas, 1997), los alumnos estarían en la primera fase de acción, es decir, no son activados los procesos cognitivos, los alumnos no tienen que hacer reflexiones, sin hacer algún esfuerzo cognitivo.

Análisis de los resultados respecto a la dimensión interaccional.

De acuerdo con la Tabla 3 de los componentes e indicadores de la idoneidad interaccional de Breda, Pino-Fan y Font (2016, p. 1904), los resultados para la idoneidad interaccional de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Interacción docente-alumno: el docente asume toda la autonomía de la clase, el hecho del docente centrarse solo en el aspecto algorítmico-algebraico propició que los alumnos asuman implícitamente que el docente posee todo el conocimiento, no se propicia la discusión en clase o la reflexión. Los estudiantes participan cuando el docente hace alguna pregunta desde la pizarra o cuando deja momentos para que los estudiantes pregunten, en este caso él es quien se acerca a los estudiantes a atender sus consultas particulares y cuando hay una duda o preguntas frecuentes, el docente hace la aclaración para todos los estudiantes. La clase se mantuvo como docente que tiene todo el saber y los alumnos los receptores. El docente no asume alguna estrategia directa o indirecta para la participación de los alumnos en clase.
- Interacción entre los alumnos: el docente da momentos para que los alumnos repasen lo anotado en clase, resuelvan sus dudas entre ellos (por supuesto, que pueden consultarle a él), en esta situación cada alumno actúa independientemente: repasa los ejercicios dados en clase desde su carpeta de forma individual y también lee su libro de texto, y si tiene alguna duda, llama al docente a acercarse a él. La interacción entre los alumnos está ausente en relación al conocimiento dado por el docente. Se observó en estas dos clases, que conversaban los alumnos, pero no para el tema de la clase dada.
- Autonomía: Los alumnos no tienen autonomía en su estudio. El tiempo que da el docente para que los estudiantes hagan preguntas, es con respecto a la clase dada. Los estudiantes no tienen algún ejercicio o situación problemática a realizar dada por el docente. La forma de dar las clases por parte del docente (interacción docente-alumno) no influye o no da a activar la autonomía en los alumnos.

Análisis de los resultados respecto a la dimensión mediacional

De acuerdo con la Tabla 4 de los componentes e indicadores de la idoneidad mediacional de Breda, Pino-Fan y Font (2016, p. 1905), los resultados para la idoneidad mediacional de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Recursos materiales: el docente utilizó sólo la pizarra. No se explotó los recursos digitales por ejemplo para visualizar de manera más precisa y de manera más activa la representación de las funciones. Tampoco se promueve el uso de recursos digitales, por ejemplo los softwares libres que hay en internet para la visualización de las funciones, operaciones entre ellas, etc. Los alumnos pueden usar sus calculadoras y sus equipos electrónicos, pero ellos solo lo utilizan para hacer cálculos de operaciones aritméticas. El docente no influye para otro proceder con estos recursos.
- Número de alumnos, horario, condición del aula: De los 60 alumnos matriculados en el curso, en las dos clases que se observaron, no todos estaban presentes. Asistieron 40 y 45 estudiantes por día de clase. Se notaba un ambiente de atención a la explicación del docente. El horario era de 5 horas a la semana, dos días de clase a la semana en horarios de: 8: 00 a 11:00 horas y de 8:00 a 10:00 horas. Este horario se considera adecuado por ser un horario en la que se inician las labores académicas en general. Los alumnos se los veía atentos, sin gestos de cansancio. Era un aula diferente para cada día de clase durante la semana. En una de las aulas las carpetas eran de tipo mesa, estaban agrupadas en dos columnas, en cada carpeta podían estar sentados 4 estudiantes de manera cómoda. En la otra aula, las carpetas estaban agrupadas en 4 columnas, en las carpetas pueden estar cómodos hasta 4 alumnos, estas carpetas están ubicadas de manera escalera, es decir, para cada fila se tiene que ir escalando. En general, de acuerdo a la distribución de las carpetas y la forma como están diseñadas se consideran accesibles para que los estudiantes puedan interactuar entre ellos (que se ayuden mutuamente, que compartan materiales, que conversen), para trabajar en equipo.
- Distribución del tiempo: se observó equilibrio entre los tiempos determinados en la estructura algorítmica-algebraica (presentación de las definiciones, procedimientos, argumentos, ejemplos) de las clases del docente

Análisis de los resultados respecto a la dimensión afectiva.

De acuerdo con la Tabla 5 de los componentes e indicadores de la idoneidad interaccional de Breda, Pino-Fan y Font (2016, p. 1905), los resultados para la idoneidad afectiva de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Intereses y necesidades: el docente al no considerar resolución de problemas en contexto extra-matemático, no crea un ambiente activo de motivación, entusiasmo o atención hacia su clase. En general las actitudes de los estudiantes es que sí atienden a la explicación del docente, pero a manera de transcribir lo que el docente explica. No se observa apatía en los alumnos hacia el tema, pero sí se observa una actitud muy pasiva y sumisa.
- Actitudes: no se promueve la participación en actividades, responsabilidad.
- Emociones: la parte didáctica para influir en los alumnos no está activada en el docente. Los estudiantes se limitan a escuchar la clase, a hacer algunas preguntas, cuando el docente da el tiempo para que ellos puedan hacerlo. No se observan así emociones en los estudiantes hacia la matemática, ni en las preguntas que hacen. Además que no se genera la argumentación o diálogo entre ellos respecto a los objetos matemáticos dados por el docente.

Análisis de los resultados respecto a la dimensión ecológica.

De acuerdo con la Tabla 5 de los componentes e indicadores de la idoneidad interaccional de Breda, Pino-

Fan y Font (2016, p. 1905), los resultados para la idoneidad ecológica de las dos sesiones de clase dadas por el docente en estudio fueron:

- Adaptación al currículo:
- Conexiones intra/interdisciplinario: El tema de las funciones está ligada a los otros temas posteriores del curso de Matemática impartido, además que está ligado a otros cursos posteriores, que llevarán los alumnos en sus semestres académicos posteriores. Pero de la manera como se presenta las clases (que ya se ha mencionado) enfatiza a que saberes los alumnos solo lo podrían usar para situaciones donde se tiene que aplicar el concepto o justificación respecto a las funciones, desligados de aplicación con reflexión. Los objetos matemáticos sólo son tratados en contexto intra-matemático
- Sentido social-profesional: No se promueve alguna discusión, reflexión o conocimiento respecto al uso de las funciones en la vida diaria o la aplicación de las funciones para otros cursos.
- Innovación didáctica: la forma de enseñanza del docente corresponde a una metodología tradicionalista, no se utilizan recursos tecnológicos, las clases no impulsan a una práctica reflexiva de los alumnos.

En general, la idoneidad didáctica del docente se considera media. Tiene mayor idoneidad en la dimensión epistémica con respecto a las otras dimensiones, que se considera con baja idoneidad.

Análisis de los resultados respecto a la dimensión matemática.

- Conocimiento común: el docente reproduce los conocimientos de manera tradicionalista: presenta las definiciones, propiedades, hace ejemplo y a veces hace una síntesis de los objetos matemáticos abordados de manera ordenada, en contexto intra-matemático y adecuado según en significado institucional de las funciones (de acuerdo al sílabo).
- Conocimiento ampliado: el docente no hace explícitamente conexiones con otros temas más avanzados.

En general, el conocimiento común del docente es satisfactorio y se presenta de forma ordenada. El conocimiento ampliado es muy limitado.

■ Conclusiones

Con el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) se pudo obtener de manera ordenada y precisa un panorama general del conocimiento didáctico y matemático del docente en estudio, con respecto a las funciones. Con ello, se pudo conocer las fortalezas y debilidades en la gestión de la enseñanza aprendizaje en el tema de funciones. Así se posibilita la mejora integral de la idoneidad didáctica del docente para potenciar o mejorar el desenvolvimiento de la práctica de los docentes en la enseñanza-aprendizaje de las funciones o en cualquier tema matemático específico.

■ Referencias bibliográficas

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D. y Thomas, K. (1997). A framework for research

- and curriculum development in undergraduate mathematics education. Research in Collegiate Mathematics Education, II. En J. Kaput, A. H. Schoenfeld y E. Dubinsky (Eds.) CBMS Issues in Mathematics Education, 6, 1-32.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135
- Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Iberoamericana de educación matemática*, 20, 3-31.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*. Recife, Brasil.
- Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA*, 36(1), 87-109.
- Quintanilla, C. (2009). Un estudio sobre las concepciones del concepto de función desde la perspectiva de la teoría APOS. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú.