

COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE POLÍGONO EN NIÑOS/AS DE 9 AÑOS

9-years-old Children's understanding of polygon concept

Bernabeu, M.^a, Moreno, M.^a y Llinares, S.^a

^aUniversidad de Alicante

Resumen

El objetivo de esta investigación es identificar características de la comprensión del concepto de polígono en estudiantes de tercero de educación primaria (9 años). Los datos proceden de las respuestas de 28 niños a tres tareas de un experimento de enseñanza diseñado para apoyar la transición del razonamiento perceptual a un razonamiento basado en los atributos. Los resultados indican que la comprensión del concepto de polígono está vinculada al uso de las condiciones mínimas para considerar una figura como un contraejemplo de polígono (es decir, un ejemplo que no cumple al menos uno de los atributos relevantes del concepto). Desde una perspectiva educativa, aunque el razonamiento basado en lo perceptual puede ser un primer nivel, es necesario que le siga el razonamiento basado en los atributos para potenciar la relación entre la imagen y la definición del concepto de polígono en los estudiantes para realizar clasificaciones de las figuras geométricas.

Palabras clave: *aprehensiones, concepto figural, pensamiento geométrico, concepto de polígono, representación.*

Abstract

This study investigates 9-years-old children's understanding of polygon concept. Data come from twenty-eight children's answers to three tasks from a teaching experiment designed to support the transition between perceptual reasoning to attribute-based-reasoning. Results indicates that, children's understanding of polygon is linked to use minimum conditions to consider a figure as instance of non-polygon (that is to say, an instance which is missing at least one critical attribute of the concept of polygon). From an educational perspective, although perceptual reasoning can be a first level in the development, it is necessary that it be followed by analytical reasoning based on attributes in order to strength the relationships between image polygon concept and definition polygon concept of children to make classifications of the geometric figures.

Keywords: *apprehension, figural concept, geometrical thinking, polygon concept, representation.*

INTRODUCCIÓN

La comprensión de las figuras geométricas vinculada al reconocimiento de los atributos y sus relaciones es un aspecto relevante en el desarrollo del pensamiento geométrico en educación primaria (Clements, Swaminathan, Hannibal, y Sarama, 1999; Elia y Gagatsis, 2003; Levenson, Tirosh, y Psamir, 2011; Yesil-Dagli y Halat, 2016). Los estudiantes de educación primaria inician el aprendizaje de los conceptos geométricos antes de ir a la escuela (Clements et al., 1999; Tall y Vinner, 1981), el cual está vinculado al reconocimiento de atributos de las figuras como una forma de empezar a categorizarlas (Levenson et al., 2011). Las figuras geométricas poseen atributos críticos y no críticos que pueden dificultar su comprensión. Los atributos críticos se derivan de la definición formal del concepto y los atributos no críticos son los obtenidos a partir de la exposición frecuente de los ejemplos prototípicos y, que no determinan la categoría de la figura (tamaño, color u orientación) (Hershkowitz y Vinner, 1983; Hershkowitz, 1989). Por ejemplo, un atributo crítico

para que una figura sea considerada un polígono es que los lados sean rectos, mientras que la orientación de la figura es un atributo irrelevante (no-crítico).

En las investigaciones en educación matemática se ha planteado que la comprensión del concepto como un desarrollo progresivo: se inicia con imágenes basadas en la semejanza perceptual (rasgos característicos), continúa con el reconocimiento de atributos y finalmente converge el concepto basado en la definición. Para describir este proceso Tall y Vinner (1981) introdujeron las ideas de imagen del concepto y definición del concepto. La imagen del concepto se usa para describir “la estructura cognitiva total que se asocia con el concepto, el cual incluye todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados” (Tall y Vinner, 1981, p.152). La imagen del concepto puede incluir imágenes que son inapropiadas y contradicen la definición del concepto (Levenson et al., 2011). Por otro lado, la definición del concepto es “una descripción discursiva para especificar ese concepto” (Tall y Vinner, 1981, p. 152) aceptada por la comunidad matemática.

La comprensión del concepto polígono permite a los estudiantes identificar o proponer ejemplos o contra ejemplos de polígonos. Desde este punto de vista, reconocer que una figura no es un polígono, es decir, un contraejemplo, es un aspecto clave en la comprensión del concepto de polígono (Tsamir, Tirosh, y Levenson, 2008). En el proceso de comprensión del concepto de polígono podemos encontrar dos aproximaciones complementarias (Tsamir et al, 2008). Por una parte, la que incide en que el concepto viene dado por un conjunto de atributos que comparten todos los ejemplos y, además, determinar si una figura es o no un polígono se evidencia en la medida que cumple o no los atributos. Por otra parte, la que usa ejemplos ideales (prototípicos) que se adquieren inicialmente y sirven como base de comparación cuando hay que determinar si una nueva figura es o no un polígono. Desde esta última perspectiva, la comprensión del concepto de polígono se apoya en el uso de ejemplos y contraejemplos. Sin embargo, en el ámbito internacional hay estudios que han mostrado que los alumnos pueden llegar a reconocer figuras geométricas si las comparan con las figuras prototípicas, pero presentan dificultades cuando tienen que usar ejemplos no prototípicos o contraejemplos para realizar esta acción (Clements et al., 1999; Tsamir et al., 2008). Es decir, hay ejemplos de figuras geométricas que los niños aceptan con más facilidad como ejemplos de polígonos (por ejemplo, la representación de un triángulo equilátero con uno de los lados paralelo al filo del papel como ejemplo de triángulo es un ejemplo prototípico). En este sentido, aunque algunos ejemplos prototípicos ayudan a la formación inicial del concepto y son aceptados intuitivamente como ejemplos del concepto, también pueden obstaculizar su formación al limitar la imagen del concepto (Hershkowitz, 1990). Por otro lado, en el ámbito nacional, también se está estudiando cómo es el aprendizaje de la geometría (Berciano, Jiménez-Gestal, y Salgado, 2017; Bernabeu y Llinares, 2017; Bernabeu, Llinares, y Moreno, 2017; Gutiérrez, 1998; Sarasua, 2013). Estas interacciones entre lo perceptual y el reconocimiento de los atributos críticos para apoyar la comprensión del concepto de polígono son relevantes. Además, es necesario investigar las características del proceso de comprensión del concepto de polígono (relación entre el razonamiento visual y el apoyado en los atributos de las figuras). Así, en esta investigación nos planteamos:

- caracterizar la comprensión del concepto de polígono en alumnos de 9 años de educación primaria al participar en un módulo de enseñanza diseñado ad hoc.

MARCO TEÓRICO

Duval (1995a, 1999) subrayó que el aprendizaje de la geometría debe apoyarse en la coordinación entre diferentes aprehensiones: perceptual, discursiva y operativa. La aprehensión *perceptual* implica la capacidad para reconocer o percibir las figuras, saber nombrarlas y reconocerlas dentro de un subconjunto de varias figuras; la *aprehensión discursiva* es la capacidad de relacionar la figura con declaraciones sobre la denominación, definición y reconocimiento de los atributos geométricos; y la *aprehensión operativa* conlleva modificar una figura, cambiando la posición u

orientación de esta. La conceptualización de las figuras geométricas depende de la coordinación de estas aprehensiones, pues se vinculan las imágenes perceptuales con las propiedades geométricas, lo que constituye la base del desarrollo del pensamiento geométrico (Fischbein, 1993, 1998). Que un alumno realice una coordinación de las tres aprehensiones para manipular las figuras y lo obtenido, lo vincule a propiedades geométricas, evidencia la existencia del concepto figural (Fischbein, 1998).

Por otra parte, el reconocimiento de atributos que proceden de la definición son condiciones necesarias y suficientes para identificar un ejemplo del concepto y, por tanto, para identificar contra-ejemplos. La determinación de las condiciones necesarias y suficientes mínimas para reconocer o representar ejemplos de polígonos pone de manifiesto las transformaciones entre diferentes representaciones semióticas (la definición discursiva de polígono y la representación de ejemplos y no-ejemplos de polígonos) (Duval, 1995b). Duval distinguió dos transformaciones de las representaciones semióticas: conversión y tratamiento. La conversión es la transformación de una representación de un registro a otro sin cambiar los atributos que denota; y el tratamiento es la transformación de representaciones en un mismo registro. En esta investigación nos vamos a basar en la conversión, la cual se va a entender como las transformaciones entre los registros discursivos y visuales. La asociación de una figura con afirmaciones matemáticas se puede realizar en ambas direcciones (de la figura a lo discursivo y de lo discursivo a la figura), lo cual se denomina cambio de anclaje: (a) de lo visual a lo discursivo cuando se reconoce atributos en una determinada figura y se emiten declaraciones sobre estos, y (b) de lo discursivo a lo visual, cuando se realiza una representación de una figura geométrica que cumpla unos atributos dados (Duval, 1995b). Esta traducción es la que permite vincular: el proceso de definir un polígono dando un conjunto mínimo de atributos relevantes (por ejemplo, un polígono como una figura plana formada por líneas rectas, cerradas y no cruzadas), considerar que una figura que no cumple uno de estos atributos ya no es un polígono y el de representar ejemplos y no ejemplos de polígonos.

Desde estas referencias previas particularizamos nuestro objetivo de investigación a:

- identificar características de la comprensión del concepto de polígono en estudiantes de tercero de educación primaria (9 años), considerando los cambios de anclajes cuando representan y caracterizan ejemplos y contraejemplos de polígonos.

MÉTODO

Participantes y contexto curricular

En esta investigación participaron 28 alumnos de tercero de primaria (9 años). El currículo de los alumnos de tercero de educación primaria se centra en desarrollar la capacidad de reconocer polígonos según el número de lados, reconocer figuras cóncavas y convexas, la circunferencia, el círculo y sus elementos; e identificar regularidades y simetrías en las figuras geométricas. Los estudiantes que participaron en esta investigación no habían estudiado los temas de geometría pertenecientes a este curso.

Instrumento y procedimiento

Se diseñó un módulo de enseñanza de 8 sesiones cuyo objetivo era apoyar la transición del razonamiento de los polígonos de los alumnos. Esta transición se desarrolla desde el uso de un razonamiento basado en lo perceptual, en el que se puede considerar las figuras de manera global, a empezar a observar la diferencia entre los atributos en figuras distintas, para finalmente, relacionar los atributos y realizar clasificaciones de las figuras. En la transición desde el razonamiento visual a uno más analítico, considerando los atributos relevantes, se consideró que los atributos no relevantes eran un aspecto clave en diferenciar ejemplos y no ejemplos de polígonos. En las sesiones del módulo, una característica transversal era la consideración del lenguaje (los términos

geométricos para nombrar las figuras y los atributos) como una variable que ayuda a la formación de los conceptos, ya que permite a los estudiantes asociar diferentes ejemplos a un mismo término.

Las tareas del módulo fueron adaptadas de tareas de libros de texto o diseñadas teniendo en cuenta los resultados de investigaciones previas (Fisher, Hirsh-Pasek, Newcombe, y Golinkoff, 2013; Halat y Yesil-Dagli, 2016; Satlow y NewCombe, 1998; Yesil-Dagli y Halat, 2016). En cada sesión se presentaba una tarea que se resolvía en pequeño grupo, luego se comparaba la resolución con el resto de los grupos y a continuación, los estudiantes resolvían individualmente tareas parecidas a las que se habían resuelto en pequeño grupo. Las tareas consistían en reconocer atributos de las figuras, representar y clasificar figuras geométricas. Las sesiones fueron grabadas en vídeo y se recogieron los cuadernos individuales de los alumnos.

Las dos primeras sesiones tenían como objetivo la comprensión del concepto de polígono y las clases de polígonos según sus lados y concavidad. Para ello, los estudiantes debían reconocer diferentes atributos (número de lados, concavidad/convexidad) y usar los atributos críticos y no críticos de las figuras para diferenciar ejemplos y contra-ejemplos de polígonos. Usamos figuras con diferentes atributos y orientaciones (p. ej. polígonos regulares e irregulares, cóncavos y convexos, con diferentes números de lados, y figuras que no eran polígonos al no cumplir algunas de las condiciones de la definición). Se pretendía que los alumnos usaran las condiciones necesarias y suficientes (atributos críticos como figura cerrada, formada por líneas rectas, y no cruzada) para decidir si una figura era o no ejemplo de polígono. En estas dos sesiones se realizaron 6 tareas. En este estudio, presentamos el análisis de las Tareas individuales 1, 2 y 5 en las que el cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo se realiza mediante la escritura (Figura 1, 2 y 3) como un ejemplo de aprehensión discursiva.

✚ TAREA 1. Dibuja dos figuras que sean polígonos y otras dos que no sean polígonos, luego contesta lo que es para ti un polígono y lo que no es un polígono.

POLÍGONOS	NO POLÍGONOS

· Un polígono es ...

· Un polígono no es ...

Figura 1. Tarea 1

✚ TAREA 2. Completa la oración a partir de la imagen dada.



	Esta figura es un polígono porque ...
	Esta figura no es un polígono porque ...

Figura 2. Tarea 2

ACTIVIDAD 5. ¿Por qué no?

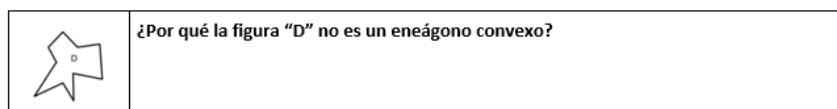


Figura 3. Tarea 5

Las figuras en las tareas son figuras no prototípicas representadas en diferentes orientaciones, es decir usando atributos no relevantes (Martin, Lukong, y Reaves, 2007; Tsamir et al., 2008). Las características de las tareas con varios registros junto con sus transformaciones, proporcionan información sobre lo que puede facilitar o limitar la comprensión del concepto de polígono. La variedad de registros se observa en la resolución de las tareas donde tienen que emplear la aprehensión perceptual y discursiva para reconocer los atributos de las figuras y relacionarlos con la definición.

Tabla 3. Descripción de las tareas según sus objetivos y tipo de conversión.

Tarea	Objetivo	Tipo de conversión
T - 1	Representar polígonos y no polígonos. Considerar condiciones necesarias y suficientes en la definición y la representación para ser polígono (o no polígono).	Cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo. Cambio de anclaje de lo discursivo a lo visual.
T - 2	Reconocer y describir atributos de las figuras. Considerar condiciones necesarias y suficientes para que una figura sea un polígono (o un no polígono).	Cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo.
T - 5	Reconocer y describir atributos de las figuras considerando condiciones necesarias y suficientes para ser un determinado polígono. Uso de los atributos para determinar si una figura es o no ejemplo de un concepto.	Cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo.

Análisis

Para determinar las características de la comprensión del concepto de polígono analizamos respuestas de los cuadernos de los alumnos a las tres tareas individuales. Para ello, consideramos los atributos que consideraban cuando le dábamos un polígono o un contraejemplo de polígono y, por otro lado, las figuras que los alumnos representaban a partir de los atributos proporcionados. De esta manera, caracterizamos el cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo y viceversa (aprehensión discursiva), generado en cada caso. A partir de las respuestas escritas de los alumnos, se siguió el método empleado en la investigación de Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai y Tabach (2015) para determinar si las definiciones eran correctas o incorrectas. Se agruparon las respuestas correctas en mínimas o no-mínimas según los atributos considerados (condiciones necesarias y suficientes para que una figura fuera un polígono o un contraejemplo de polígono). Por otro lado, analizamos los términos usados en las respuestas para determinar las características del lenguaje usado.

RESULTADOS

Las respuestas a las dos primeras tareas (T-1I y T-2I) son presentados en la Tabla 2. En la Tarea T-1I (Tarea 1-Individual) los estudiantes debían representar dos figuras que fueran polígonos y dos figuras que no lo fueran. En la tarea grupal previa, en pequeño y gran grupo, se había representado ejemplos de polígonos y de figuras que no eran polígonos junto con la definición de polígono, pero no una caracterización discursiva de cuándo una figura no era un polígono. Es decir, podía haber un

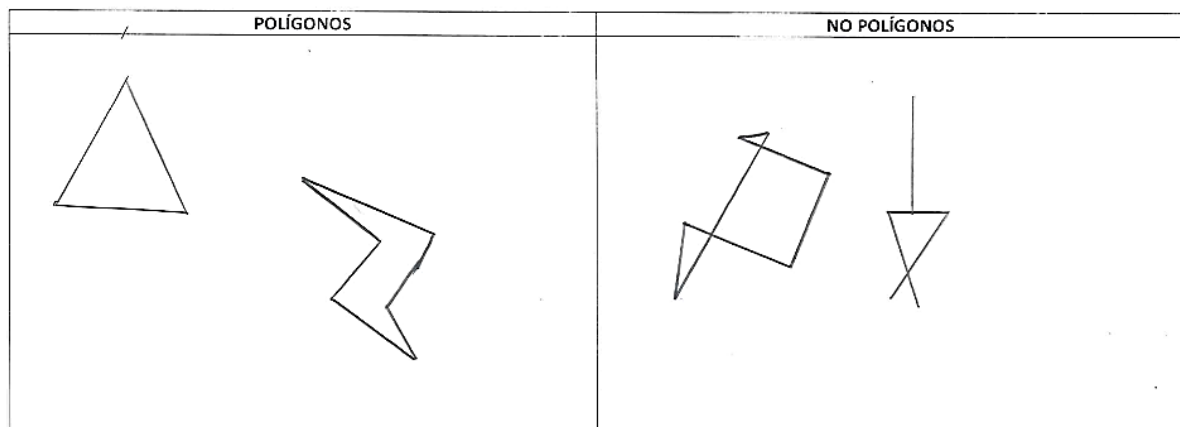
reconocimiento perceptual de que una figura no era un polígono, pero no una caracterización discursiva de cuando una figura no era un polígono (fijar un conjunto mínimo de atributos, en este caso, no cumplir alguno de los atributos críticos de la definición de polígono). Las respuestas de la tarea individual (Tabla 2) indican que los 28 alumnos representan de manera correcta dos ejemplos de polígonos y dos ejemplos de figuras que no son polígonos. El hecho de pedir dos ejemplos de polígono y no polígono no generó ninguna dificultad a los alumnos, dando en los dos casos respuestas correctas.

Tabla 2. Respuestas de las Tareas 1 y 2.

		Polígono		No-Polígono	
		Correcta	Incorrecta	Correcta	Incorrecta
T-1I. Pido (n=28)	Ejemplo	28	0	28	0
	Definición	17	11	28	0
T-2I. Doy ejemplo (n=28)	Pido definición	19	9	22	6

Sin embargo, solo 17 alumnos proporcionan una definición correcta de polígono (considerando los tres atributos críticos: lados rectos, figura cerrada y no cruzada). Los otros 11 alumnos omiten algún atributo o proporcionan un atributo de forma reiterada (G3CI4: “líneas juntas y no se separan”). Por otra parte, en relación a la definición de no-polígono, los 28 alumnos dan una definición correcta. Esta diferencia en las frecuencias entre definir lo que se considera un polígono e indicar cuando una figura no es un polígono, puede ser debida a que para definir una figura que no sea un polígono basta con que se indique que no cumple alguno de los atributos de polígono (figura abierta o lados curvados o cruzados). En este caso, algunos estudiantes niegan los tres atributos (Figura 4), indicando que no consideran la idea de definición como conjunto mínimo (condición mínima para caracterizar el concepto). Esta manera de definir las figuras que no son polígonos pone de manifiesto la dificultad que tienen los alumnos para usar la idea de conjunto mínimo de condiciones necesarias y suficientes cuando se niega un conjunto formado por tres atributos. En este caso, es suficiente con que no se cumpla uno de los atributos críticos de la definición de polígono.

✚ **ACTIVIDAD 1.** Dibuja dos figuras que sean polígonos y otras dos que no sean polígonos, luego contesta lo que es para ti un polígono y lo que no es un polígono.



• Un polígono es ...una línea recta, poligonal, cerrada y que no se cruzan
 • Un polígono no es ...una línea curva, no poligonal, no cerrada y que se cruza

Figura 4. Resolución T-1 del alumno G2CI3

En la Tarea 2 se proporciona un ejemplo de una figura que es un polígono y un ejemplo de una figura que no es un polígono, y se pide dar una definición. En este caso, 19 alumnos indican

correctamente por qué la figura dada es un polígono considerando el conjunto mínimo de atributos. Sin embargo, 9 alumnos omiten algún atributo, escriben un atributo no perteneciente al polígono (G7CI3: porque están curvadas y cerradas) o proporcionan y reiteran solo un atributo (G3CI4: cerrada, no abierta).

En relación a la figura que no era un polígono (figura abierta y algún lado curvo), 22 alumnos realizan una descripción correcta de por qué la figura no es un polígono, escribiendo uno o varios atributos de la figura que contradicen la definición de polígono. Los 6 alumnos restantes añaden atributos no presentes en la figura, como lados cruzados (G1CI2: *Esta figura no es un polígono porque... tiene lados abiertos, lados que se cortan y lados curvos*) (Figura 5). Este tipo de respuestas parecen indicar que los niños describen perceptualmente la figura identificando todos los atributos que contradicen la definición de polígono.

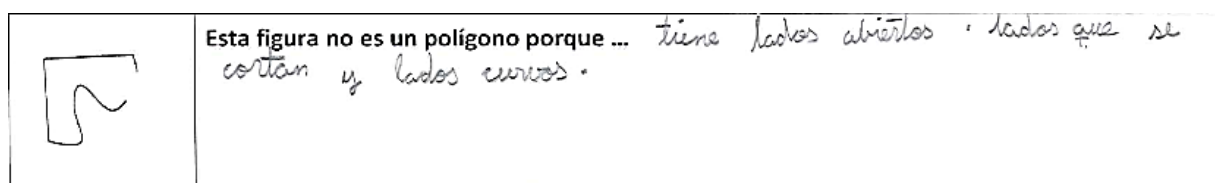


Figura 5. Resolución T-2I del alumno G1CI2

Estas respuestas sugieren una relación compleja entre el razonamiento perceptual y el razonamiento apoyado en los atributos. Además, la relación entre caracterizar perceptualmente por qué una figura no es un polígono y generar una definición como conjunto mínimo de condiciones necesarias y suficientes para definir. En este caso, para analizar en qué medida los alumnos están razonando apoyándose en los atributos, cuando caracterizan una figura como contraejemplo de polígono, se plantearon tareas del tipo *¿por qué no...?* Este tipo de cuestiones permite identificar características del razonamiento de los alumnos cuando identifican los atributos de las figuras. Así, se planteó la tarea 5 (T-5I) para analizar el papel que desempeña la identificación de atributos en la caracterización de una figura como contraejemplo de un determinado polígono y la forma en la que los alumnos razonan con ellos (como una evidencia de la transición desde el razonamiento perceptual a un razonamiento basado en los atributos) (Figura 3).

La Tarea 5 exige un nivel cognitivo mayor que las tareas anteriores, ya que implica considerar, no solo los atributos de los polígonos, sino razonar a partir de atributos particulares como el número de lados y la concavidad/convexidad. Estos atributos y los términos para describirlos fueron introducidos en la T-4: clases de polígonos según sus lados y según su concavidad. Aparte, se seleccionó esta tarea porque los alumnos tienen que realizar un cambio de anclaje de lo discursivo a lo visual a partir del polígono proporcionado en el enunciado (eneágono convexo) y comparar sus atributos realizando un cambio de anclaje de lo visual a lo discursivo con respecto al polígono representado (decágono cóncavo). La figura del polígono usada se puede considerar no intuitiva, en el sentido de que no es una figura que pueda pertenecer al conjunto de imágenes del concepto al tener diez lados y ser cóncavo. Esto daba más espacio para determinar cómo los alumnos razonaban apoyándose en los atributos para determinar si una figura cumplía o no determinadas condiciones. La Tabla 3 muestra la frecuencia de argumentos correctos e incorrectos usados por los alumnos.

Veintidós alumnos proporcionan una respuesta correcta. En estas respuestas encontramos argumentos que se apoyan en un solo atributo, pero también argumentos que no consideran el conjunto mínimo de atributos. En este caso, agrupamos las respuestas correctas en definición mínima, cuando indican solo un atributo; definición no-mínima-explicativa, cuando nombran y/o explican uno de los atributos); y definición no-mínima cuando en el argumento expuesto exige que se cumplan dos o más atributos. Los otros 6 alumnos realizan una definición errónea, escribiendo el atributo relacionado con los lados o con la concavidad incorrectamente.

Tabla 3. Respuestas correctas e incorrectas a la Tarea 5

		Decágono Cóncavo	
		Correcto	Incorrecto
T-5 Doy ejemplo (n=28)	Pido un argumento (¿por qué no es...?)	22	6

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación es identificar características de la comprensión del concepto de polígono en estudiantes de tercero de educación primaria (9 años) considerando los cambios de anclajes cuando identifican y representa ejemplos y contraejemplos de polígonos. Los resultados indican una característica de la comprensión del concepto de polígono vinculada a la transición entre el razonamiento perceptual y el razonamiento basado en los atributos de las figuras. Esta transición se evidencia en el manejo de las condiciones mínimas para considerar una figura como un contraejemplo de polígono (es decir, un ejemplo que no cumple al menos uno de los atributos críticos del concepto).

En el razonamiento basado en lo perceptual, los alumnos describen todos los atributos que no se cumplen generando definiciones no minimalistas (Zaslavsky y Shir, 2005). En este caso, podemos entender que cuando los niños describen todos los atributos de la figura, cuando deben indicar por qué una figura no es un polígono, todavía no son conscientes de que es suficiente con indicar que no se cumple solo uno de los atributos críticos de la definición. Una explicación alternativa, al hecho de que haya niños que describen todos los atributos de la figura para indicar qué es un contraejemplo del concepto de polígono, podría estar vinculada a que el módulo de enseñanza hubiera generado la idea de describir “todos” los atributos de la figura. Es decir, el contexto estaría apoyando que los estudiantes estuvieran aceptando definiciones no mínimas de un contraejemplo de polígono generando caracterizaciones redundantes (Hershkowitz, 1990). Sin embargo, el hecho de que en la tarea 5 se volviera a repetir la argumentación por parte de los alumnos que una figura no es un eneágono convexo negando ambos atributos (polígono de once lados y ser convexo), apoya la interpretación de la dificultad de los alumnos en razonar basándose en los atributos y en generar condiciones mínimas para caracterizar el no ser un determinado polígono. En este sentido, la relación entre el razonamiento visual (reconociendo y describiendo todos los atributos de las figuras) y el razonamiento basado en los atributos, llegando a considerar solo el conjunto mínimo de atributos para caracterizar los no polígonos, puede ser considerado como una característica de la comprensión del concepto de polígono. En esta investigación, el contexto en el que se puso de manifiesto esta característica ha sido en los cambios de anclaje de lo visual a lo discursivo en las tareas de indicar por qué una figura “no es...”, donde se evidencia el uso de la idea de condición suficiente por parte de los alumnos.

La transición del razonamiento visual al razonamiento basado en atributos se apoya en la consideración de definiciones no minimalistas antes de considerar las definiciones minimalistas (van Dormolen y Zaslavsky, 2003). Es decir, el criterio de minimalidad indica que solo el número mínimo de atributos necesarios para “reconstruir” el concepto debería ser mencionado. Así, ante una figura que no es un polígono, bastaría indicar que no cumple uno de los atributos críticos para ser polígono, sin necesidad de describir todos los atributos que no lo cumplan (Zaslavsky y Shir, 2005). La discusión sobre los contraejemplos del concepto de polígono permite tratar explícitamente con los atributos que las figuras no cumplen para ser considerados contraejemplos de polígonos, lo que permite hacer emerger el razonamiento basado en los atributos para establecer la caracterización discursiva de un contraejemplo de polígono.

Desde un punto de vista educativo, es importante considerar la forma en la que se puede generar la relación entre el razonamiento visual y el razonamiento basado en los atributos en la comprensión del concepto de polígono. Esto es así, ya que el razonamiento basado en lo perceptual puede ser un primer nivel en el razonamiento, pero es necesario que le siga el razonamiento analítico basado en

los atributos como paso necesario para realizar clasificaciones. En esta transición, la manera en la que los estudiantes consideran los contraejemplos de polígonos, puede tener relevancia sobre la forma en la que construyen el significado de polígono. Que los alumnos construyan imágenes del concepto de polígono compatibles con la definición de polígono, se apoya en la consideración del uso de los contraejemplos para generar criterios que determinen si una figura es o no un polígono. Así, la relación entre la imagen y la definición del concepto debería articularse alrededor de la relación entre las aprehensiones perceptuales y discursivas que permiten colocar el foco de atención en la diferencia entre definiciones mínimas y redundantes del concepto de polígono y no polígono. En este sentido, son necesarias más investigaciones dirigidas a discernir en qué condiciones los estudiantes pueden aceptar definiciones mínimas frente al uso de definiciones redundantes, especialmente cuando se consideran contraejemplos.

Agradecimientos

Esta investigación se ha llevado a cabo con el apoyo de la Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport (Generalitat Valenciana) (PROMETEO/2017/135).

Referencias

- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 147-156). Zaragoza: SEIEM.
- Bernabeu, M. y Llinares, S. (2017). Comprensión de las figuras geométricas en niños de 6-9 años. *Educación Matemática*, 29(2).
- Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). Zaragoza: SEIEM.
- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z. y Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 192-212.
- Duval, R. (1995a). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education*. Berlin, Springer, pp. 142-157.
- Duval, R. (1995b). *Sémiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. En F. Hitt y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting North American Chapter of the International Group of PME*. Cuernavaca, México. Columbus, Ohio, USA: ERIC/CSMEE, pp. 3-26.
- Elia, I. y Gagatsis, A. (2003). Young children's understanding of geometric shapes: The role of geometric models. *European Early Childhood Education Research Journal*, 11(2), 43-61.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Fischbein, E. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211.
- Fisher, K. R., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N. y Golinkoff, R. M. (2013). Taking shape: Supporting preschoolers' acquisition of geometric knowledge through guided play. *Child Development*, 84(6), 1872-1878.
- Gutiérrez, A. (1998). Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización. Text of an invited conference in "Encuentro de Investigación en Educación Matemática", TIEM-98. Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona), manuscript.

- Halat, E. y Yesil-Dagli, U. (2016). Preschool students' understanding of a geometric shape, the square. *BOLEMA*, 30(55), 830-848.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry – two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61-76.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition. A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of mathematics Education*, (pp.70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Hershkowitz, R. y Vinner, S. (1983). The role of critical and non-critical attributes in the concept image of geometrical concepts. En *Proceedings of the 7th PME International Conference* (pp. 223-228).
- Levenson, S., Tirosh, D. y Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Martin, T., Lukong, A. y Reaves, R. (2007). The Role of Manipulatives in Arithmetic and Geometry Tasks. *Journal of Education and Human Development*, 1(1), 1-14.
- Sarasua, J. (2013). Representación externa de figuras planas y razonamiento geométrico. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 43-65). Bilbao: SEIEM.
- Satlow, E. y Newcombe, N. (1998). When is a Triangle not a Triangle? Young Children's conceptions of Geometric Shapes. *Cognitive Development*, 13, 547-559.
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tsamir, P., Tirosh, D. y Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R. y Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM*, 47(3), 497-509.
- Van Dormolen, J. y Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematics Behavior*, 22, 91-196.
- Yesil-Dagli, U. y Halat, E. (2016). Young Children's conceptual Understanding of Triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 12(2), 189-202.
- Zaslavsky, O. y Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.