

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

- Abdullah, A. Z. (2011). Students' perceptions towards the Van Hiele's phases of learning geometry using geometer's sketchpad software. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*.
- Batista, L. M. (2008). La adquisición de los primeros conceptos científicos en el niño según Piaget. Recuperable: 23 de Junio del 2014. Obtenido de <http://www.sinewton.org/numeros/Boletines/08/Articulos09.pdf>
- Berthelot, R. S. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N*, nº65, pp. 37-59.
- Bordonaba, P. (2007). *El nacimiento de la Inteligencia en el niño. Jean Piaget*. Barcelona: Ares y Mares.
- Byrne, O. (1847). *Los primeros seis libros de los elementos de Euclides*. Falkland Island: Taschen.
- Camargo, L. (2012). Investigaciones en Educación geométrica. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Corberan, R. (1996). El área, recursos didácticos para su enseñanza en la geometría. Recuperable: 9 de abril del 2014. Obtenido de www.uv.es/gutierre/apregeom/archivos2/Corberan96.pdf
- Crowley, M. (1987). The Van Hiele model of the development of geometric thought. In Do, T.V. and Lee, J.-W. (2009). A multiple-level 3D-LEGO Game in augmented reality for improving spatial ability. *Proceedings of the International Conference on Human-Computer Interaction*, 296-303. San Diego, CA
- Del Grande, J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. Lindquist & A.P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12* (pp.126-135). Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.
- Ferreiro, E. (1975). *Introducción a la Epistemología Genética. Jean Piaget*. Buenos Aires: Paidós.
- Garcá, E. (2006). *La formación de la inteligencia*. Piaget. México: Trillas.
- Guzman, M. (2006). El rincón de la pizarra. Recuperable: 25 de marzo del 2014. Obtenido de <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/migueldeguzman/legado/educacion/visualizacion>
- Hanna, G. (1991). Mathematical proof. En Tall, D. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. University of Warwick: Kluwer Academic Publishers, 54-61.
- Hershkowitz, R. (1991). *Memorias del tercer Congreso Internacional sobre investigaciones de Educación Matemática*. Valencia.
- Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Educación Matemática*, 10(2), 23-45.
- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones. la lógica del descubrimiento matemático*. Versión Española de Carlos Solís.
- Malloy, C. (1999). Perimeter and Area through the Van Hiele Model. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 87-90.
- Pandiscio, E. (2002). *Geometry*. Mathematics Teacher, tomo 95, 1 - 32.
- Paz, A. (2013). Cómo funciona la mente: algunas tesis de Steven Pinker. Recuperable: 20 de Agosto del 2014. Obtenido de <http://soyandrespaz.wordpress.com/2013/05/18/como-funciona-la-mente-algunas-tesis-de-steven-pinker/>
- Pérez, D. (2011). *Diseño, Aplicación y Evaluación de un sistema de Actividades para la construcción de significado del concepto de área, en una comunidad de práctica para sexto grado*. Bogotá.
- Philip, D. (1923). *Experiencia Matemática*. Barcelona.
- Rizo, C. C. (2003). Aprendizaje y geometría dinámica en la Escuela Básica. Ciencia y Sociedad. Volumen XXVII, Número 4, Octubre-Diciembre 2003. Recuperable: 5 de marzo del 2014. Obtenido de <file:///G:/Tareas%20de%20Orlando/celia.pdf>
- Rojas, O. (2009). *Una concepción Didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio con un enfoque desarrollador en el preuniversitario diversificado* (Tesis doctoral). Cuba.
- Stockton, R. (2009). Mathematics Teacher, Enero, tomo 32, No. 7, 1-12.
- Tall, D. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically*. Cambridge.
- Wenger, E. (2007). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge: University Press.

EL TEOREMA DE BAYES EN EL PROCESO DE FORMACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE MEDICINA. UNA HERRAMIENTA PARA SU ACTUACIÓN PROFESIONAL

LUIS FERNANDO PÉREZ DUARTE
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
lufepedu@hotmail.com

PEDRO MONTERREY GUTIÉRREZ
Director de Tesis
Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia
pedro.monterrey@urosario.edu.co

OSVALDO ROJAS VELÁZQUEZ
Co Director de Tesis
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
orojasv69@uan.edu.co

Resumen

El teorema de Bayes es tratado en los cursos de Bioestadística en las Carreras de Medicina, pero su presentación sigue las pautas de los libros de Estadística y en general no se vincula con los problemas de la práctica médica en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. En este sentido se impone el perfeccionamiento del tema

de Probabilidades, en el curso de Bioestadística en Medicina. En la investigación se implementa un modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. Con la propuesta didáctica sustentada en el modelo se logra: aumentar la cantidad de estudiantes

que utilizan correctamente el teorema de Bayes y la probabilidad total; crear redes conceptuales para mejorar las competencias en el uso de las probabilidades; facilitar la creación de mecanismos donde los estudiantes formulen heurísticas para dar solución a problemas

Prácticos del contexto de la medicina y preparar a los estudiantes para perfeccionar las decisiones clínicas, a partir de un conocimiento de las posibilidades de aplicación del teorema de Bayes en el proceso de diagnóstico clínico.

Abstract

Usually Bayes Theorem is a component of any Biostatistics course in Medical Faculties around the world. The general practice is to teach the theorem following a mathematical point of view, in accordance to the way that the theorem is introduced in Probability and Statistics textbooks. This teaching procedure is not in accordance with the objectives and goals of medical education, which is based on the precept that clinical practice will be done according to the principles on Evidence Based Medicine.

In this thesis, a new teaching model for Bayes Theorem was developed in order to improve the Medical Education at Medical Faculty in the Antonio Nariño University. The new procedure considered the applications of Bayes Theorem in the interpretation of diagnostic test and clinical evidences in clinical diagnosis. The procedure was based on a heuristic way to achieve the theorem understanding. To achieve the objectives of the new teaching procedure, some modifications in the pedagogical procedures to teach previous concepts was done, with the additional gain that all the lessons in probability theory was improved.

The new proposal will improve the students' capabilities to analyze clinical evidences by means of probabilistic judgements.

INTRODUCCIÓN

La Estadística está presente en las distintas áreas de la actividad humana, pues hoy en día tiene una destacada influencia, en las diferentes esferas de la vida. La simple lectura de un periódico requiere de conocimientos de Estadística para entender el significado de las tablas de datos y gráficas que aparecen en la prensa y que se refieren, por ejemplo, al consumo de bienes y servicios. Específicamente en la medicina la presencia de la estadística ha adquirido gran relevancia en las últimas décadas. La carrera de medicina tiene como objetivo generar competencias necesarias para este fin; pero se ha demostrado que la enseñanza de la estadística no se articula con los saberes que se desarrolla en otros cursos, de tal modo que generan falencias en este aspecto⁸.

Los procesos de razonamiento en los estudiantes de medicina, facilitan el desarrollo de destrezas para solución de problemas (Rancich y Candreva, 1995)⁹. Aspectos estos, que son necesarios para la práctica médica. Uno de los contenidos estadísticos que contribuye a la formación del razonamiento médico, es el teorema de Bayes. Entonces es prudente introducir en las escuelas de medicina la enseñanza y aplicación de la probabilidad subjetiva y del teorema Bayes en los diagnósticos.

En 1763 se publicó *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*¹⁰. En este artículo, Bayes estudió el problema de la determinación de la probabilidad de las causas a través de los efectos observados, esto es la probabilidad de un suceso condicionado por la ocurrencia de otro suceso. Con esto resolvió el problema "de la probabilidad inversa"; su interpretación, desde el punto de vista de la aplicación del Teorema de Bayes, en el proceso de diagnóstico, es que la probabilidad a posteriori de un evento queda determinada por una probabilidad a priori, que se determina a partir de un juicio clínico

inicial, que puede ser una valoración subjetiva, basada en la experiencia, o una medida de frecuencia, obtenida a partir de datos estadísticos, por ejemplo las prevalencias de un evento. Este juicio inicial se modifica por una información adicional derivada, por ejemplo, de la aplicación de algún criterio de diagnóstico. A pesar que la esencia matemática del Teorema de Bayes, la adjudicación de las probabilidades a priori es un proceso en el cual el médico debe poner en práctica su juicio clínico, su experiencia, el conocimiento adquirido en su formación y los resultados más actuales de la investigación Biomédica. Este proceso permite fortalecer el desempeño del médico en la práctica profesional y unir la experiencia del profesional con los resultados de las pruebas médicas para el diagnóstico. Esta forma de unificar la experiencia, los resultados más actuales de la investigación, con las evidencias clínicas facilita la aplicación de los principios de la Medicina Basada en la Evidencia.

La Medicina Basada en la Evidencia¹¹ es un criterio que se fundamenta en que las decisiones que corresponden a un uso racional, explícito, juicioso y actualizado de los mejores datos objetivos aplicados al tratamiento de cada paciente, en ella se requiere la integración de la experiencia clínica individual con los mejores datos objetivos cuando se toma una decisión terapéutica. Este criterio se impone cada vez más en la actividad médica, y modifica la medicina tradicional al promover que la práctica médica se fundamente en datos científicos y no en suposiciones o creencias. Esta medicina se basa en la lectura crítica de la literatura biomédica y en la aplicación de métodos racionales, sustentado en los mejores datos, objetivos y en los resultados más actualizados de las investigaciones en el área, en la toma de decisiones clínicas o terapéuticas. Al tratar un paciente, siguiendo las pautas dictadas por la Medicina Basada en la Evidencia, el médico tiene una cierta certeza sobre su estado. Esta certeza está determinada por su experiencia y por los resultados e información obtenidos de la literatura médica, sobre esta base él puede definir las probabilidades a priori o prioris, después de la realización de los procedimientos de diagnóstico debe contrastar su juicio inicial con estas evidencias y modificar su conocimiento inicial. Esta situación es un problema de cálculo de probabilidades inversas y su solución queda determinada por la aplicación del Teorema de Bayes. Aunque los principios de la Medicina Basada en la Evidencia ganan adeptos día a día, esta forma de proceder basada en el Teorema de Bayes no es común en los análisis clínicos, pero su introducción enriquecería sustancialmente la práctica clínica.

Usualmente el teorema de Bayes es tratado en los cursos de Bioestadística en las Carreras de Medicina, pero su presentación sigue las pautas de los libros de Estadística y en general no se vincula con los problemas de la práctica médica en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. El énfasis principal, en esos casos, es la explicación de las pruebas de diagnóstico y el significado de los

⁸ Tosleson, D. (1990). New pathways in general medical. *The New England Journal Of Medicine*, Massachusetts Medical Society.

⁹ Rancich, A. y Candreva, A. (1995). Razonamiento Médico: Factor de problemas como estrategia de Enseñanza - Aprendizaje. *Educación Médica Salud Vol 29 No. 3 -4*. Recuperado el 9 de abril de 2014 en la URL: <http://hist.library.paho.org/Spanish/EMS/21763.pdf>.

¹⁰ Bayes, T. y Price, R. (1763). *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*. Recuperable el 6 de febrero de 2016 en la URL: <http://rstl.royalsocietypublishing.org>, p. 375.

¹¹ Sackett, D., Rosenberg, W., Muir, J., Brian, R. y Richardson, W. (1996). Medicina Basada en la Evidencia: Lo qué es y lo qué no. Basado en un editorial de *British Medical Journal*. *BMJ* 1996; 312 (13 enero): 71-2. Recuperable el 5 de noviembre de 2014 en la URL: <http://www.infodoctor.org/rafabravo/mbe3.html#definicion>

valores probabilísticos, que se utilizan para caracterizar su desempeño en el diagnóstico. En este sentido se impone el perfeccionamiento del tema de Probabilidades, en el curso de Bioestadística para Medicina. Se debe lograr que en este proceso se prepare a los estudiantes para perfeccionar las decisiones clínicas, a partir de un conocimiento de las posibilidades de aplicación del Teorema de Bayes en el proceso de diagnóstico clínico.

Las valoraciones anteriores conducen al siguiente problema de investigación: ¿cómo favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del teorema de Bayes en el curso de Bioestadística para los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño? Se precisa como objeto de estudio: el proceso de enseñanza-aprendizaje de la bioestadística en la formación médica.

Se infiere como objetivo general: implementar un modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.

Se plantean como objetivos específicos:

- Identificar los elementos conceptuales básicos en la enseñanza del Teorema de Bayes en las carreras de Medicina, haciendo especial énfasis en los requerimientos que se derivan de las aplicaciones a problemas de la medicina basada en evidencias.
- Modificar en el programa de la asignatura el Tema de Probabilidades para adecuarlo a los requerimientos que demanda el perfeccionamiento de la enseñanza del Teorema de Bayes.
- Elaborar los objetivos, habilidades y capacidades que deben lograrse con la enseñanza del teorema de Bayes en el marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.
- Construir una colección de problemas retadores con aplicaciones del Teorema de Bayes, que permitan el logro de los objetivos, habilidades y capacidades que se determinen.
- Elaborar una serie de problemas complementarios dirigidos al docente, para ser utilizado como notas de clases, que pauten el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes y que permita estandarizar a los profesores que dicten esta asignatura en el enfoque pedagógico que se desea lograr.

Acorde con el objetivo, el campo de acción se enmarca en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la materia Bioestadística en la formación médica.

Para el cumplimiento del objetivo y la solución del problema, se presentan la siguiente hipótesis de Investigación: La presentación del Teorema de Bayes en el curso de Bioestadística en la Universidad Antonio Nariño, en el contexto de problemas retadores, sobre la toma de decisiones clínicas o terapéuticas, donde se utilicen los resultados de pruebas de diagnóstico, contribuirá a fortalecer las capacidades de análisis de las evidencias por parte de los estudiantes de la carrera de Medicina.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes tareas de investigación:

- Elaborar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la bioestadística, específicamente del Teorema de Bayes en la formación médica.
- Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la bioestadística, específicamente en la enseñanza del Teorema de Bayes, en el

marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.

- Elaborar un modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes, en el marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.
- Elaborar una metodología basada en el modelo, para su implementación en la práctica en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño.
- Valorar la pertinencia del modelo propuesto y la viabilidad de la implementación de la metodología en la práctica.

El aporte teórico de la tesis está dado en un modelo didáctico, donde se integra la resolución de problemas retadores inmersos en situaciones médicas, la contextualización al desempeño profesional del médico y la medicina basada en evidencias, para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en los estudiantes de medicina. Con el modelo se espera facilitar la construcción de un significado robusto, sobre la temática y así mejorar el razonamiento de los estudiantes de medicina, que le permitan tomar las mejores decisiones para adquirir competencias en el manejo de variables, generando hipótesis y realizando análisis y síntesis en todos los procesos, que conllevan a la resolución de un problema en el campo de la medicina. Este proceso propicia la comprensión sobre las aplicaciones del teorema de Bayes en el ámbito de las ciencias médicas.

El aporte práctico de la tesis se basa en una propuesta didáctica sustentada en el modelo didáctico para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes. A demás de una serie de talleres, para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en el aula, que propicie la adquisición de habilidades por parte de los estudiantes, en la identificación de las probabilidades a priori y posteriori, que le permitan mejorar las perspectivas en la toma de decisiones en problemas clínicos. A demás se pretende construir una colección de problemas retadores con aplicaciones del Teorema de Bayes, que permitan el logro de los objetivos propuestos.

La estructura de la tesis está conformada por una introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. En el Capítulo 1 se presenta algunas investigaciones relacionadas con el este tema, los que se constituyen en referentes fundamentales para el desarrollo del trabajo. En el Capítulo 2, se presentan los fundamentos filosóficos y psicológicos, consideraciones sobre la resolución de problemas y su aprendizaje; también aspectos conceptuales sobre la Probabilidad Subjetiva. En el Capítulo 3 se presenta la metodología utilizada, los instrumentos de recolección de información y las fases desarrolladas en este estudio. En el Capítulo 4 se describe el modelo didáctico y su implementación. En el Capítulo 5 se describen los resultados obtenidos al aplicar las fases del modelo didáctico a estudiantes de la carrera de medicina.

1. ESTADO DEL ARTE

En este Capítulo se abordan las investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes en el mundo y en Colombia.

1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica

En este epígrafe se valoran los trabajos realizados por: Snee (1990), Hogg (1992), Fernández (1996), Norman y Streiner (1996), Indrayan (1996), Butler (1998), Wild y Pfannkuch (1999), Leung (2002), Garfield, Hogg, Schau y Whittinghill (2002), Hassad (2009), Fmiles, Price, Swift, Shepstone y Leinster (2010). Estos autores coinciden en la importancia de la formación estadística en los estudiantes de

medicina, para un mejor desempeño profesional. Este proceso le permite indagar, cuestionar, razonar y a dar explicaciones a sus planteamientos, dentro de la resolución de un problema dado.

1.2. El proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica

Aportan al proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica autores como: Rossman y Short (1995), Nease y Owens (1997), Iglesia, Leite, Mendoza, Salinas y Varela (2000), Nendaz, Gut, Perrier, Simonet, Blondon, Herrmann, Junod, y Vu (2006), Díaz y Fuente (2007), Díaz, De la Fuente y Batanero (2012), Villarroel, Dos Santos e Hinojosa (2014), entre otros. En sus investigaciones indican que este tema no es sencillo, pero necesario en la formación del médico, pues les permite tomar decisiones en proceso de incertidumbre, incorporando cambios de creencias sobre sucesos aleatorios, a medida que se adquieren nueva información. También resaltan la existencia de intuiciones erróneas, sesgos de razonamiento y errores de comprensión en la aplicación del teorema de Bayes.

1.3. El Teorema de Bayes en la medicina

Investigadores como: Lauritzen y Spiegelhalter (1988), Sahai (1992), Silva y Benavides (2001), Mohan, Srihasam y Sharma (2008), entre otros, resaltan la aplicabilidad del teorema de Bayes en los diferentes campos de la medicina. Apuntan que en diferentes centros de investigación se trabaja de forma intensa en esta temática, pero sus resultados no llegan a la formación del futuro médico, para mejorar la formación del profesional en este campo.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta los sustentos teóricos del trabajo, comenzando por abordar los fundamentos filosóficos y psicológicos, a continuación, se brindan los elementos de la teoría de la resolución de problemas, los referentes sobre la Medicina Basada en la Evidencia y por último el teorema de Bayes.

2.1. Fundamentos filosóficos y psicológicos

Con respecto a los fundamentos filosóficos se asume las posturas de Lakatos (1978), Davis y Hersh (1988). Lakatos, en su Libro “Pruebas y refutaciones” presenta un intercambio de opiniones, razonamientos y refutaciones entre un profesor y su alumno. Donde demuestra que la actividad matemática se puede construir a partir de un problema y una conjetura. Los autores se centran en las diversas formas en las que se adquiere el conocimiento matemático, afirmando que en cada instante el estado de las experiencias es el resultado de motivaciones e intereses del individuo, así como de las interpretaciones y posibilidades de las matemáticas que conoce en ese instante. Por medio de la experiencia matemática se llega a una “matemática ideal”, a través de un trabajo en comunidad donde exista intercambio de ideas llegando a un aprendizaje más productivo.

Con relación a los fundamentos psicológicos se asume la teoría de Piaget, donde se considera que para la construcción del conocimiento es necesario tener en cuenta los siguientes conceptos básicos: esquema, estructura, organización, adaptación, asimilación, acomodación y equilibrio.

2.2. Resolución de problemas

La definición de problema ha sido abordada por diferentes investigadores, entre los que se destacan Pólya (1965), Rohn (1984), Schoenfeld (1985), Mayer (1986), Ballester, S. y otros. (1992), Campistrout y Rizo (1996), Sriraman y English (2010), Pochulu y Rodríguez (2012), entre otros. Se asume la dada por Campistrout y Rizo (1996), ellos aducen que un problema es “... toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a

transformarlo.”¹². También se abordan las características que tipifican a cada una de las definiciones de problemas, se asume una definición acerca de resolución de problemas y problemas retadores. En el trabajo con la resolución de problemas, varios son los autores que han aportado estrategias o fases, entre los que se tienen Pólya (1945), Schoenfeld (1985), Blanco, (1996), entre otros. En esta tesis se asume el modelo propuesto por Schoenfeld (1985), pues este permite un trabajo cooperado, donde los estudiantes intercambien y socialicen sus conocimientos, lo cual es propicio y favorece la enseñanza de la medicina en la actualidad. Este modelo tiene las siguientes fases: analizar y comprender el problema, diseñar y planificar una solución, explorar soluciones, y verificar la solución.

En cada una de estas fases el docente debe considerar ciertas preguntas heurísticas, que lleven a la resolución del problema y apropiación del contenido, a través del método heurístico, al ser utilizado en las tablas de contingencias. El método heurístico es aquel “... mediante el cual se les plantean a los alumnos preguntas que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de estos, donde el maestro no le informa al alumno los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de forma independiente”¹³. La utilización de este método es necesario en el desarrollo de los cinco talleres. Las preguntas heurísticas tienen un rol significativo en la resolución de problemas, pues permite desarrollar los procesos en las tablas de contingencias. Las posiciones asumidas sobre la teoría de la resolución de problemas se imbrican al aprendizaje basado en problema (ABP), el cual tiene significativa aplicabilidad en las diferentes escuelas de medicina del mundo.

2.3. Medicina Basada en Evidencia

Maestre, Ocampo, Useche, y Trout (2012), afirman que la medicina basada en evidencia (MBE) es un instrumento que utiliza el conocimiento científico aprobado, que dan las investigaciones clínicas, para conseguir los mejores resultados en los pacientes y esta contribuye con la autoformación médica. La MBE requiere la integración rigurosa de las mejores evidencias clínicas externas posibles, obtenidas a partir de la investigación sistemática, lo que se refleja en la exactitud y precisión de los métodos de diagnóstico. Esta conlleva a la eficiencia y seguridad de los procedimientos terapéuticos a seguir, por esto la práctica de la MBE lo que invalida son las pruebas diagnósticas y estrategias terapéuticas previamente aceptadas y las sustituye por nuevas prácticas más exactas, eficaces y seguras.

2.4. Probabilidad Subjetiva

Esta postura de la probabilidad, surgió por inconsistencias en las aplicaciones de la definición frecuencial de la probabilidad, se ha desarrollado por las contribuciones de Finetti y Savage¹⁴. En esta concepción la probabilidad es una medida de la certidumbre personal acerca de la plausibilidad de un resultado aleatorio, en ella se asume el grado de creencia o de certeza que tiene una persona acerca de la ocurrencia de un suceso. La asignación de la probabilidad se determina por un juicio personal sobre la posibilidad de que el suceso ocurra.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se describe los elementos que justifican el paradigma de la investigación, se valora el alcance del estudio y se hace

¹² Campistrout, L. y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación. p. 21.

¹³ Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática*, Tomo I. La Habana. Ed. Pueblo y educación. p. 225.

¹⁴ Gregoria M y Morales A. (1995); *Teoría de la probabilidad: Fundamentos, Evolución y Determinación de Probabilidades*; Tesis Doctoral no publicada; Universidad de Complutense de Madrid.

referencia a la población y la muestra. La investigación es cualitativa, con un enfoque de investigación acción, donde se plantean los diferentes métodos teóricos y empíricos que se utilizan, para alcanzar los resultados deseados. Por las características del trabajo los métodos estadísticos matemáticos juegan un papel significativo en el análisis y obtención de los resultados.

4. MODELO DIDÁCTICO

En este capítulo se presenta un diagnóstico inicial, se abordan los referentes de los modelos didácticos, se explicita el modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes y por último se explica la propuesta didáctica.

4.1. Diagnóstico de la situación inicial

El diagnóstico tiene como finalidad conocer el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes y sus aplicaciones en el campo de la medicina, para esto se realizó un estudio con estudiantes y docentes que imparten el curso de Bioestadística en facultades de medicina. Primeramente se realiza una evaluación de conocimientos grupo control para determinar las falencias que presentan los estudiantes. Segundo se aplica una encuesta de actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística, al finalizar el tema del teorema de Bayes, donde se determinó que los estudiantes mantienen una actitud negativa hacia la utilidad de este teorema.

A continuación se realiza una encuesta a docentes universitarios, que imparten el curso de Bioestadística en las facultades de medicina, para conocer sus criterios del aporte del teorema de Bayes para la formación del futuro médico.

4.2. Fundamentos de los modelos didácticos

Diferentes autores aportan en sus estudios definiciones de modelo didácticos: Sigarreta (2001), Escalona (2007), entre otros. Escalona (2007) aduce que: “... un modelo didáctico es una abstracción del proceso de enseñanza-aprendizaje, o parte de este, que fundamentado teóricamente permite interpretarlo y establecer nuevas relaciones en función de lograr perfeccionar dicho proceso”¹⁵. Esta definición de modelo didáctico es la que se asume en esta tesis, que se dirige al proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes.

4.3. Modelo Didáctico para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes

El modelo didáctico (Esquema 1) consta de tres fases fundamentales interrelacionados entre sí. Cada una de las fases posee sus respectivos componentes. El gráfico que se muestra en el Gráfico 1 es una representación que sirve para ilustrar las fases, componentes, cualidades y relaciones esenciales del modelo. A continuación, se explican cada una de ellas junto a sus componentes.

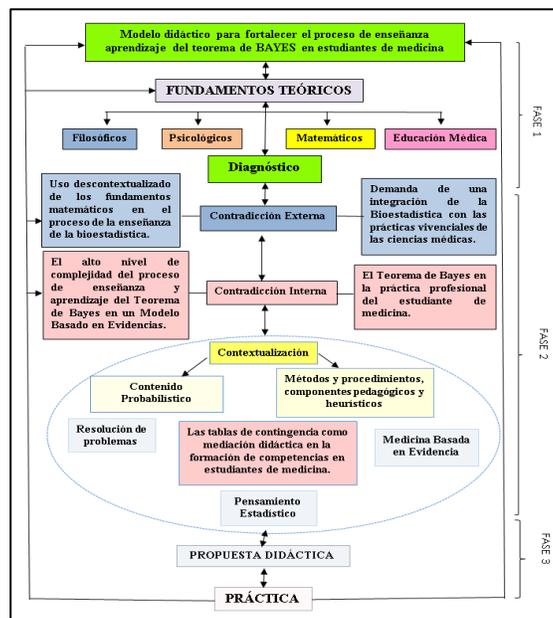


Gráfico 1. Esquema del modelo didáctico

4.3.1. Fase 1. Fundamentos y diagnóstico del modelo didáctico

La fase 1 tiene tres momentos: referentes teóricos, contradicción externa y diagnóstico permanente. Esta fase constituye la base del modelo y es contentiva de la problemática a investigar. La superposición de estos momentos es fundamental para la generación de la nueva cualidad deseada en el modelo.

Los referentes teóricos son los fundamentos científicos en que se basa este modelo, los cuales son los siguientes: psicológico, filosófico, matemático (Teorema de Bayes), didáctico (Resolución de problemas), educación médica (Medicina basada en evidencia y en el aprendizaje basado en problema).

El momento del diagnóstico, recogido en el epígrafe señalado, permite conocer cómo se reflejan en la práctica médica, las tendencias teóricas valoradas. El resultado de las acciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado, permiten determinar la contradicción en su manifestación externa entre el uso descontextualizado de los fundamentos matemáticos en el proceso de la enseñanza de la bioestadística y la demanda de una integración de la Bioestadística con las prácticas vivenciales de las ciencias médicas.

4.3.2. Fase 2. Resolución del modelo didáctico

La fase 2 del modelo tiene dos momentos, dirigidos a determinar la contradicción interna y la resolución. La determinación de la contradicción interna, constituye el primer momento. Este proceso se inicia con el planteamiento de la contradicción en su manifestación externa, lo cual es un primer acercamiento, que va profundizándose a través del análisis epistémico valorado en el estado del arte y del diagnóstico realizado a los estudiantes de medicina. Estos aspectos se muestran en la primera fase del modelo. Para determinar la contradicción en su manifestación interna, es necesario precisar los factores que inciden negativamente en la enseñanza-aprendizaje del teorema de Bayes, los cuales pueden resumirse en:

- Pobre desarrollo del dominio de los conceptos previos acerca de la probabilidad, lo que incide negativamente en el análisis correcto de la ocurrencia de un evento.
- Las preguntas heurísticas no activan lo suficiente el pensamiento probabilístico, lo que impide un correcto análisis de la información en las tablas de contingencia.

¹⁵ Escalona, M. (2007). *El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Holguín. p. 65.

- Los contenidos probabilísticos no tienen un significado y sentido necesario para los estudiantes, por tal motivo no se comprenden en el contexto de la medicina y de sus aplicaciones.
- No se aprovechan todas las posibilidades que ofrecen las probabilidades para la resolución de problemas, a través de la medicina basada en evidencia, lo que impide una visión sobre su utilidad en su desempeño profesional.
- El contenido probabilístico se imparte a través de metodologías tradicionales, donde el estudiante es un simple receptor de conocimiento.
- Es limitado el reconocimiento de un espacio muestral y sus restricciones.
- Los estudiantes presentan dificultades en la apropiación del concepto de probabilidad condicional, lo cual conlleva a confusión entre esta probabilidad y la conjunta.
- Es limitada la resolución de problemas con muestreos, con reemplazamiento, lo que conduce a la no identificación de la característica de un espacio muestral.
- Existen limitaciones en la aplicación del teorema de la suma y la unión de probabilidades, para obtener la solución adecuada a un problema.
- No reconocimiento de la probabilidad inversa de un fenómeno, lo cual limita la comprensión y utilidad del Teorema de Bayes.
- Dificultad en el reconocimiento de la distribución de frecuencias conjuntas y marginales, lo cual implica escasa habilidad en su lectura.

Bajo estas condiciones es posible determinar la contradicción en su manifestación interna, tiene lugar en la relación entre los métodos de enseñanza que no logran articular el valor de las evidencias, la utilidad del Teorema de Bayes y el papel del pensamiento estadístico, y los resultados del aprendizaje donde los estudiantes de medicina no se apropian de forma significativa del conocimiento, no reconocen la importancia y utilidad de dicho contenido y carecen de herramientas y habilidades para su uso oportuno.

El alto nivel de complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia y su aplicación en la práctica profesional del estudiante de medicina, son contrarios dialécticos porque se oponen y presuponen. Se oponen entre sí como lados de la contradicción por presentar diferente naturaleza, el primero es de naturaleza psicológica y el segundo es de naturaleza metodológica¹⁶. Se presuponen porque el sistema desaparece por la ausencia de uno de ellos. La oposición entre los mismos genera el desarrollo, la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia se refleja en el desarrollo de la práctica profesional del estudiante de medicina. La aplicación del Teorema de Bayes en la práctica profesional del estudiante de medicina desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje del Teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia, creándose una espiral que lleva la contradicción hacia niveles superiores.

El segundo momento de esta fase dos, lo constituye la resolución, la cual presenta los siguientes componentes: contenido probabilístico, métodos y procedimientos, componentes pedagógicos y heurísticos, resolución de problemas, medicina basada en evidencia, y

pensamiento estadístico. A continuación, se explican cada uno de ellos, sus funciones y las relaciones que se establecen entre estos.

4.3.2.1. Contenido probabilístico

El contenido es la parte de la cultura que debe ser objeto de asimilación por los alumnos, en el aprendizaje, para alcanzar los objetivos propuestos. Es necesario destacar que el “qué” determina el “cómo”, por tal motivo el contenido es un importante componente del proceso de enseñanza y aprendizaje, y por tanto una categoría de la didáctica. Por contenido se entiende el sistema de conocimientos, habilidades y hábitos, relaciones con el mundo y también aquellas experiencias de la actividad creadora (Álvarez de Zayas, 1994).

El contenido probabilístico se refiere a toda la teoría de la probabilidad que permite determinar la ocurrencia de un fenómeno dentro de un contexto dado, donde se tiene en cuenta las leyes matemáticas, así como los procedimientos, hábitos y habilidades que permiten operar con ese conocimiento. Este contenido es importante durante el proceso de formación del estudiante de medicina. Su función se dirige a orientar el desarrollo del pensamiento estadístico, y su contextualización a situaciones de la vida cotidiana en su desempeño profesional, así como a la interpretación y comprensión de la literatura científica médica, para lograr una adecuada formación del estudiante de medicina.

El trabajo con el contenido probabilístico se dirige al desarrollo de las habilidades comunicativas, resolución de problemas y razonamiento matemático. También se incluyen habilidades que son necesarias, como condiciones previas para la utilización de métodos y procedimientos, como por ejemplo la lectura e interpretación de tablas.

Para lograr un adecuado desempeño profesional en los estudiantes de medicina, consciente de la aplicabilidad del Teorema de Bayes, es necesario un robusto aprendizaje del contenido probabilístico, donde se refleje el trabajo heurístico con las tablas de contingencia. Es imprescindible y natural que lo heurístico salga a relucir, pues la solución al problema en su manifestación interna debe orientarse hacia el perfeccionamiento del método de enseñanza, esto conlleva a transformar primero la práctica profesional del docente para que consecuentemente mejore el aprendizaje de los estudiantes. Para cumplimentar lo antes planteado es importante que el profesor emplee los métodos y procedimientos.

4.3.2.2. Métodos y procedimientos

Los métodos constituyen sistema de acciones, donde se regula la actividad del profesor y de los estudiantes para lograr los objetivos, y en estrecha relación con la atención de los intereses, motivaciones y características particulares de los estudiantes (Zilberstein, et al., 2003). Según Sriraman y English (2010) los docentes hacen uso y son conscientes de los métodos que son reconocidos como válidos en la comunidad y precisa que los estudiantes necesitan que se le enseñen esos métodos.

Desde un proceso de enseñanza-aprendizaje del teorema de Bayes significativo, se requiere del uso de métodos donde los estudiantes puedan observar, realizar experimentos y actividades demostrativas con datos del contexto médico. Además, deben plantear hipótesis y contrastarla con los resultados obtenidos en la resolución del problema; de forma tal que logren elaborar conclusiones de la aplicabilidad de este teorema en la práctica, para mejorar su desempeño profesional. Su función, es determinar los métodos y procedimientos, para lograr un proceso enseñanza-aprendizaje significativo del Teorema de Bayes, además de estimular y desarrollar los procesos lógicos del pensamiento estadístico. Los métodos y procedimientos dinamizan al contenido geométrico, a la resolución de problemas, a la medicina basada en evidencia y desarrollan el

¹⁶ García, M. y Nápoles, J. (2015). A dialectical invariant for research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast*. Volume 12, Numbers 1, 2, & 3. Article 33. Recuperable el 3 de diciembre de 2015 de la URL: <http://scholarworks.umd.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1358&context=tme>

pensamiento estadístico y, a la vez, dichos componentes perfeccionan y enriquecen su aplicación. Los métodos y procedimientos propician:

- Dominio del contenido probabilístico, pues permite la búsqueda, la experimentación, transformación y su contextualización al ámbito de la medicina basada en evidencia, para contribuir a su solidez y generalización. Por su parte contenido probabilístico, necesita de los métodos y procedimientos, para ofrecerles una adecuada orientación a los estudiantes. La relación contenido probabilístico y resolución de problemas está mediada por los métodos y procedimientos.
- Desarrolla y estimula el pensamiento estadístico, pues este propicia experimentar, formular y reformular hipótesis para ofrecer un mejor diagnóstico, lo cual conduce a descubrir y/o redescubrir conceptos, para adquirir competencia en la toma de decisiones.
- Estimula y desarrolla la resolución de problemas, pues la utilización de métodos y procedimientos propicia la independencia en la resolución de problemas, logrando que el estudiante posea un papel activo, para construir su propio conocimiento. En este proceso el estudiante es un agente transformador, capaz de resolver problemas contextualizados, donde utilice la mejor información científica del ámbito médico, para lograr sus metas y un adecuado desempeño profesional.
- Contribuye a la aplicabilidad de la medicina basada en evidencia, pues favorece el uso racional, explícito y actualizado de los mejores datos aplicados a un tratamiento médico, para favorecer la búsqueda del contenido probabilístico. Por otra parte, la medicina basada en evidencia sirve de apoyo a los métodos y procedimientos, pues propicia que los estudiantes se apropien de los contenidos probabilístico.

En la tesis se utilizan métodos que promueven la actividad productiva de los estudiantes. Cai (2003) y Goldin (2004) aducen que es importante conocer qué tipos de pensamiento surgen en el proceso de resolución de problemas, que puedan ser evocado naturalmente, además consideran necesario determinar las capacidades deseadas para el desarrollo del razonamiento matemático, que le permitan al estudiante ser flexible y ofrecer solución a problemas interesantes. Estas concepciones de Cai (2003) y Goldin (2004), se logran con métodos que propician la intervención directa de los estudiantes en la elaboración del conocimiento. El método heurístico se encamina a estos fines (Pólya 1965, Ballester y otros 1992, Schoenfeld 1994, Cai (2003), Goldin (2004), entre otros) y a su aplicación.

Este método se dirige a conducir al estudiante hacia la búsqueda del contenido probabilístico en el ámbito de la medicina. Con la implementación de este método se estimula en los estudiantes su reflexión sobre la aplicabilidad del teorema de Bayes en la medicina, además de orientarle para que indague, investigue y llegue a conclusiones a través de preguntas heurísticas, que el docente debe elaborarla con claridad y en correspondencia con el objetivo de la actividad.

Entre métodos y procedimientos existe una relación dialéctica, donde es necesario considerar algunos aspectos, entre ellos: el objetivo de la clase y las características de los estudiantes, pues esto propicia que en un momento dado un procedimiento pueda convertirse en método y viceversa (Zilberstein 2004, Sriraman y English 2010). Entre estos procedimientos figuran los heurísticos, que pueden utilizarse para lograr aprendizaje de los contenidos probabilísticos y la independencia del pensamiento estadístico. Los procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias.

Los procedimientos heurísticos constituyen recursos mentales para la búsqueda del conocimiento probabilístico, que se dirigen a orientar y obtener la vía de solución durante el proceso de resolución de

problemas, particularmente en el contexto de la medicina. La utilización de estos procedimientos propicia que los estudiantes se apropiación de conocimientos, destrezas, capacidades intelectuales y habilidades en la extracción de información de las tablas de contingencias, y la puedan emplear en la solución de problemas prácticos o en la toma de decisiones.

4.3.2.3. Resolución de problemas

Un problema es una situación en la que existe un planteamiento inicial, donde se plantea una exigencia que obliga a transformarlo, para la cual no se vislumbra un camino aparente y obvio que conduzca a la solución (Pólya 1965, Schoenfeld 1985, Campistrous y Rizo 1996, Sriraman y English 2010, Pochulu y Rodríguez 2012). Los problemas que se proponen esta dirigidos a lograr que el estudiante participe, construya, descubra y redescubra el conocimiento probabilístico, y comprenda las aplicaciones del Teorema de Bayes en la práctica médica, donde desarrolle un pensamiento crítico y creativo, a través del trabajo tanto individual como en colectivo.

La función de este componente radica en construir y apropiarse de los nuevos conocimientos probabilísticos, que permitan desarrollar una enseñanza-aprendizaje del teorema de Bayes y de sus aplicaciones efectiva, de forma tal que los contenidos perduren en los estudiantes, siendo capaces de aplicarlos en su desempeño profesional. En el proceso de resolución de problemas es necesario el trabajo con la heurística, pues este propicia una mayor comprensión de los problemas.

La heurística aplicada al contenido probabilístico del ámbito de la Bioestadística tiene como objetivo buscar las reglas y métodos que llevan a la interpretación, reinterpretación y a los redescubrimientos de los nuevos contenidos, a través de la elaboración de principios, reglas, estrategias y de las fases de la resolución de problemas, que en su conjunto propician la búsqueda de vías de soluciones de los problemas en el contexto de la medicina. El proceso de la resolución de problema, donde se hace uso de la heurística y del trabajo con las tablas de contingencias, propicia en el estudiante la independencia y el desarrollo de habilidades para resolver problemas contextualizados al ámbito de la medicina, relacionados con el Teorema de Bayes. Este proceso conduce al desarrollo del pensamiento estadístico. La resolución de problemas contextualizados a la medicina, posee para los estudiantes ciertas ventajas que repercuten en su desempeño profesional, ellas son:

- La interacción con datos reales de su contexto.
- La participación activa del estudiante en la obtención del conocimiento probabilístico.
- La posibilidad de crear espacios de interacción que propician observar, discutir, reflexionar, medir sus conocimientos, plantear hipótesis de solución, que permiten la construcción del conocimiento robusto sobre el contenido probabilístico y el desarrollo del pensamiento estadístico.
- Desarrolla la capacidad de extraer información significativa, que le permita tomar las mejores decisiones en su desempeño profesional.

La resolución de problemas toma la información que brinda la medicina basada en evidencia, este último constituye el próximo componente de la fase de resolución.

4.3.2.4. Medicina basada en evidencia

La medicina basada en evidencia es un instrumento que utiliza el conocimiento científico que ofrecen las últimas investigaciones clínicas para conseguir los mejores resultados en los pacientes. Su función es dotar al médico de herramientas que le permitan tomar las mejores decisiones dentro de los estudios clínicos. La medicina basada

en evidencia tiene su incidencia sobre cada uno de los componentes del momento de resolución:

- A la resolución de problemas le aporta información actualizada, donde se propicia el uso de los recursos heurísticos, lo cual permite una mejor comprensión del problema sobre la base de datos reales.
- Por su naturaleza propicia el desarrollo del pensamiento estadístico.
- Facilita ver la utilidad de los contenidos probabilísticos, en particular de sus conceptos dentro de contextos reales a la práctica médica.
- A través de su información propicia que los estudiantes sean capaces proponer métodos y procedimientos adecuados para la resolución de problemas.

4.2.3.5. Pensamiento estadístico

Se entiende por pensamiento estadístico la capacidad que tiene el individuo para tomar decisiones a través de los datos obtenidos en una investigación y en procesos de incertidumbre. Este pensamiento se basa en el dominio de los conceptos básicos, proposiciones, procedimientos estadísticos y además de habilidades para el trabajo con datos, que les permita predecir hechos o comportamientos basados en situaciones conocidas.

El dominio del contenido estadístico, en particular el teorema de Bayes, contribuye a mejorar los procesos de razonamiento estadístico. Su función es desarrollar a un nivel superior el contenido estadístico, mejorar los niveles de intuición y los procesos de análisis, para facilitar la resolución de problemas del ámbito de la medicina en su vida estudiantil y profesional.

El razonamiento estadístico propicia un análisis y una síntesis de lo que este proporciona; pero también es abstracción y generalización, obtenida de ellos. Los resultados del razonamiento estadístico (conceptos básicos, definiciones, proposiciones, teoremas, fórmulas y habilidades) se incorporan al proceso del pensar, producto de este proceso se enriquece y se desarrolla este pensamiento a otro nivel de complejidad. Este proceso tiene forma de espiral y propicia que el estudiante pueda llegar a generalizaciones cada vez más complejas, en la medida que es capaz de revelar relaciones y conexiones del contenido estadístico, con un mayor nivel de profundidad.

El razonamiento estadístico desarrolla la capacidad de tomar decisiones frente a situaciones que presentan algún tipo de incertidumbre. Un ejemplo lo constituye cuando el médico tiene que tomar una decisión de un tratamiento frente a un paciente donde la prueba diagnóstica es positiva.

El docente debe actuar en función de generar y organizar problemas en el contexto de la medicina, que permitan a los estudiantes aprender a pensar, y de esta forma contribuir al desarrollo del razonamiento estadístico. Desarrollar este pensamiento propicio generar condiciones que favorezcan en los estudiantes conjeturar y predecir, donde posean la posibilidad de descubrir conceptos, definiciones, proposiciones y fórmulas de las probabilidades, y sus aplicaciones al ámbito de la medicina, para lograr un adecuado desempeño profesional. Esto conlleva a un contenido probabilístico con un mayor nivel de complejidad.

Un nuevo enfoque propicia desarrollo en los estudiantes de medicina cuando se logra motivarlos para que puedan profundizar en los contenidos probabilísticos necesarios para su desempeño profesional. En este proceso se debe lograr que sean capaces de llegar a niveles cada vez más elevados en el dominio de los conceptos, proposiciones y teoremas, para propiciar el desarrollo de un razonamiento estadístico reflexivo y crítico, respecto al contenido probabilístico y su

aplicabilidad al contexto de la medicina, mediante la resolución de problemas.

La relación esencial sistémica entre los componentes de la fase de resolución se concreta en lo antes planteado. En esta relación se origina la formación de la nueva cualidad: las tablas de contingencia como mediación didáctica en la formación de competencias en estudiantes de medicina, resolviéndose de esta manera el problema que genera la investigación. El sistema, al entrar en acción, dinamiza la contradicción y potencia su desarrollo. La contradicción, no desaparece, ella se desenvuelve, a través de un movimiento en espiral, donde en cada espira, los contrarios se oponen en un plano superior. La Fase 3 está formada por la propuesta didáctica y su implementación.

Relaciones esenciales del modelo

Las relaciones constituyen la esencia de este modelo, lo caracterizan y lo tipifican. Dichas relaciones presentan niveles cada vez más profundos de esencialidad. En el modelo se presentan cuatro grandes relaciones.

- La primera relación está dada por las categorías que constituyen los fundamentos teóricos del modelo. Estas categorías constituyen las bases para el modelo y en su conjunto determinan una relación sistémica que caracterizan y tipifican el modelo didáctico.
- La segunda relación se presenta entre los dos lados de la contradicción externa como resultado del diagnóstico. Se precisa que la contradicción externa es una consecuencia natural del diagnóstico.
- La tercera relación se presenta entre los dos polos de la contradicción interna. Expresa pares dialécticos entre un mismo plano, que en su conjunto dinamizan el modelo didáctico.
- La cuarta relación se manifiesta entre los componentes del momento de resolución, pues en su interrelación forman la nueva cualidad, resolviendo la contradicción. Esta nueva cualidad refleja a las tablas de contingencia como mediación didáctica en la formación de competencias en estudiantes de medicina.

4.4. Propuesta de didáctica

La propuesta didáctica pretende relacionar e integrar cada uno de los conceptos básicos de probabilidad de forma tal que escalonadamente consoliden el conocimiento de las nociones básicas de la disciplina y creen las condiciones para una comprensión efectiva de Teorema de Bayes y de la Probabilidad Total. Esta propuesta se basa en la importancia de la definición de probabilidad condicional dentro del proceso de demostración del Teorema de Bayes. Para lograr estos objetivos se propone utilizar las tablas de contingencia como un modelo pedagógico para comprender las relaciones entre sucesos y las diferentes propiedades de la probabilidad; este modelo se estructura sobre la base de una red conceptual que surge en el proceso de investigación de esta tesis (Gráfico 2), en la que diferentes temas van constituyendo una red heurística que escalonadamente, según la secuencia metodológica que une los diferentes contenidos, va propiciando el logro de los objetivos planteados anteriormente.

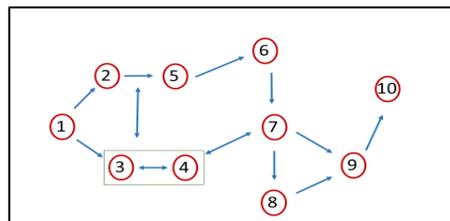


Gráfico 2. Integración de los diferentes conceptos para el desarrollo del modelo didáctico.

En la Tabla 1 se muestra la continuación la demostración del teorema de Bayes utilizando las tablas de contingencia.

Tabla 1. Esquema de cálculos reproduce la demostración del teorema Bayes.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$		(1)
$P(\Omega) = 1$	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$		(2)
Ω	A_1	A_2	A_3		(3)
B	$B \cap A_1$	$B \cap A_2$	$B \cap A_3$		(4)
$P(B) =$	$P(B \cap A_1)$	$P(B \cap A_2)$	$P(B \cap A_3)$	Suma de la fila	(5)
$P(B) =$					* (2)	(6)
$P(A_i/B)$					(6) suma de (6)	(7)

5. VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se realiza un análisis de los resultados del sistema de actividades para favorecer la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes. Los resultados se valoran desde el punto de vista cuantitativo, donde se muestra desde lo cualitativo los diferentes elementos que avalan esos resultados, a través de un estudio descriptivo. También se ofrece una comparación entre el grupo control y el experimental, mediante la diferencia de proporciones para determinar si hubo cambios significativos.

5.1. Análisis de los resultados del sistema de actividades para favorecer la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes

En este capítulo se describió la implementación y la evaluación de 6 talleres de enseñanza (Tablas de Contingencia, Probabilidad I, Probabilidad II, Independencia, Teorema de Bayes, Teorema de Bayes II), los cuales conforman la propuesta didáctica, que se sustenta en el modelo didáctico, para facilitar la enseñanza del Teorema de Bayes.

En la propuesta didáctica se evidencia, que el uso competente de los conceptos relacionados con la concepción frecuentista de la probabilidad, es de gran utilidad para una proporción significativa de estudiantes, pues superan las dificultades para valorar la importancia del tamaño de la muestra a la hora de estimar la probabilidad de un suceso. En este proceso asumen de manera reflexiva la equiprobabilidad de todos los sucesos elementales asociados a un experimento aleatorio y adquieren con propiedad el concepto de independencia probabilística.

Como resultado de implementación de la propuesta didáctica se resalta: primero, que los estudiantes utilizan sus propias deficiencias para crear un nuevo conocimiento probabilístico, esto se observó cuando se enfrentaban a un problema, que les permitía proporcionar nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones con el grupo relacionadas con el tema, lo que conlleva a un nivel superior en el pensamiento probabilístico.

El segundo aspecto a resaltar es el desarrollo que presentan los estudiantes en el manejo del vocabulario técnico de la estadística, lo que permite una mejor comprensión de los conceptos trabajados en cada uno de los talleres.

El tercer aspecto, es la capacidad que desarrollaron los estudiantes para extraer información de tablas de contingencia, para dar solución a los problemas planteados.

El cuarto aspecto, es la articulación de los diferentes conceptos probabilísticos que llevaron al estudiante de una forma natural a construir el concepto de probabilidad subjetiva y condicional, que permitieron comprender el uso del teorema de Bayes.

Los resultados indican que la metodología propuesta para la enseñanza contribuye también a generar actitudes positivas hacia la probabilidad como marco útil para resolver problemas y proporcionar a los estudiantes una visión más ajustada del proceso de construcción de un marco teórico científico.

CONCLUSIONES

El transcurso de la investigación, sobre el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, permitió comprobar la hipótesis de la tesis y ofrecer una respuesta al objetivo. Los resultados obtenidos propician destacar algunos elementos que resultan esenciales en este trabajo, ellos son:

El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica ha sido investigado por Fernández (1996), Leung (2002), Indrayan (1996), Hogg (1992), Hassad (2009), Fmiles y otros (2010), Espindola y otros (2013), entre otros. Estos autores realizan estudios sobre la importancia de la enseñanza de la estadística, identificando los obstáculos cognitivos que presentan los estudiantes, proponiendo modelos, metodologías y estrategias didácticas, para hacer la estadística más asequible a los estudiantes. También como resultado del análisis que arrojan estas investigaciones, se puede concluir, que la presentación realizada de los conceptos estadísticos es descontextualizada, lo que implica que no haya una motivación por parte de los estudiantes y que la actitud de estos, no sea positiva, lo cual conduce a que no se presente una disposición a aprender y a valorar la estadística como una herramienta fundamental en su formación profesional.

La importancia de la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica ha tenido relevancia para autores como: Nendaz y otros (2006), Nease y Owens (1997), Díaz, De la Fuente y Batanero (2012), entre otros. Como resultado de estas investigaciones, se puede determinar que la enseñanza de la estadística bayesiana es limitada en las escuelas de medicina. Todo esto indica la necesidad de replantear la enseñanza del Teorema de Bayes, donde se utilicen problemas retadores y en contexto, que lleven al estudiante a tener conflictos cognitivos, que le permitan tomar las mejores decisiones. A demás los autores que se destacan en el estado del arte, indican la existencia de intuiciones erróneas, sesgos de razonamiento y errores de comprensión en la aplicación del Teorema de Bayes, y que su enseñanza no es en ocasiones lo suficientemente amplia, como para superar los obstáculos que presentan, con la propuesta del modelo y la estrategia didáctica en esta tesis, se demostró que estos obstáculos son superados por los estudiantes, lo que conlleva a un cambio de actitud de estos estadística.

Los fundamentos filosóficos para el desarrollo de esta tesis se sustentan en los trabajos de Lakatos (1978), Davis y Hersh (1988). Donde se parte de la posición de Lakatos, en el que demuestra que la actividad matemática se puede construir a partir de un problema y una conjetura. Por su parte Davis y Hersh se refieren a desarrollar una reconstrucción de la matemática, a través de la necesidad histórica.

En lo psicológico se consideran la posición de Piaget, que parte de un pensamiento formal, el cual está presente en la población de estudio de esta investigación, donde se pueden realizar proceso de pensamiento de adaptación, asimilación, acomodación llegando a un equilibrio cognitivo.

En la investigación se asumió la teoría de la resolución de problemas dada por Schoenfeld (1985), en particular las fases para su resolución. Con respecto a la heurística se consideran los elementos planteados por Polya (1965), Ballester y otros (1992), los cuales aportan que los recursos heurísticos están dados por: medios auxiliares heurísticos, procedimientos heurísticos y el programa heurístico general. En el desarrollo de la propuesta didáctica se da relevancia a la utilización

del método heurístico, pues se plantea a los estudiantes preguntas que facilitan la búsqueda independiente de la solución de los problemas, lo que les permite construir su propio conocimiento y así llegar a una robustez de los conceptos probabilísticos.

Con la investigación se logra realizar un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la estadística, pues como se evidenció dentro del estado del arte, los estudiantes no le ven importancia a esta ciencia en su desarrollo profesional. Un aspecto esencial para el cambio de esta mentalidad por parte del estudiante es la Medicina Basada en Evidencia (MBE), ya que por medio de esta se resalta la importancia de la estadística en la investigación médica. En la tesis se toma la MBE como referencia para la elaboración de los problemas planteados en los talleres, lo cual conlleva a que el estudiante evidencie la aplicabilidad de cada uno de los conceptos probabilísticos, para desarrollar un aprendizaje significativo y robusto. Estos resultados se constataron a través de la encuesta de percepción realizada al finalizar la intervención.

La tesis es de tipo cualitativo, con un enfoque de acción participativa, con algunos elementos cuantitativos, para la realización de los análisis de los resultados obtenidos en las dos etapas del proceso de investigación. En los resultados finales se realizó una comparación de las pruebas iniciales de la primera etapa y final de la segunda etapa, mediante el cálculo de intervalo de confianza para la diferencia de proporciones y se analizaron los cambios en cada uno de los intervalos. En este proceso se observó, que en cada uno de los conceptos probabilísticos y el manejo del Teorema de Bayes hubo un cambio significativo, lo que indica que la propuesta didáctica sustentada en el modelo posibilitó un dominio del contenido en los estudiantes, pues relaciono e integro los conceptos probabilísticos de forma tal que se construyeron redes conceptuales que permitieron la comprensión del Teorema de Bayes y de la probabilidad total.

El diagnóstico de la situación inicial se estructuró en la evaluación de los conocimientos a un grupo control, en determinar la actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística y en conocer los criterios de los docentes universitarios que imparten el curso de Bioestadística en las facultades de medicina. La triangulación de estos métodos permitió constatar que:

- La necesidad de crear metodologías necesarias para mejorar la comprensión de los conceptos probabilísticos, donde se generen competencias en la lectura de tablas conjuntas, que serán necesarias en la comunicación científica de los futuros médicos.
- Es una necesidad mejorar la actitud negativa que mantienen los estudiantes hacia la estadística, a través de la utilidad del teorema de Bayes, en la formación del futuro médico.
- La necesidad de mejorar la percepción de los docentes que imparten el curso de Bioestadística, pues muchos desconocen la utilidad que puede tener el Teorema de Bayes en la formación del futuro médico, así como en el desarrollo del razonamiento de los estudiantes.

Se presenta un modelo didáctico consta de tres fases interrelacionadas entre sí. En la fase 1 se presentan los fundamentos teóricos del modelo, el diagnóstico y la contradicción externa. En la fase 2 se hace referencia a la contradicción interna y al momento de resolución, el cual constituye la esencia del modelo, donde se posibilita la solución de la contradicción y de la problemática inicial. En la fase 3 se explicita la propuesta didáctica y su implementación. El modelo didáctico tiene su salida en la práctica, a través de una propuesta didáctica, que se basa en interrelacionar los conceptos esenciales de probabilidad y de la definición de probabilidad condicional, para permitir la integración de redes conceptuales que facilitan las condiciones para el conocimiento del Teorema de Bayes y de la probabilidad Total.

El estudio de los resultados obtenidos a partir de los talleres revela el carácter multidimensional de las diferentes heurísticas utilizadas por los estudiantes en la solución de los problemas. Cada una de las estrategias propuestas, ha permitido evaluar los diferentes componentes de la probabilidad, encontrando respuestas que permiten, observar los avances de los estudiantes y cómo iban construyendo las redes conceptuales, que los llevaban a ir relacionado los diferentes contenidos para elaborar la demostración del Teorema de Bayes y la probabilidad Total. A partir de estos resultados se ha podido determinar algunos obstáculos que presentaron los estudiantes y como los mismos problemas le permitían superarlos, una de las características de la metodología basada en problemas.

En el desarrollo de los talleres los estudiantes reconocieron las ventajas de utilizar las tablas de contingencia (La cual deviene en un método de trabajo), porque aumenta su capacidad para el autoaprendizaje y su capacidad crítica para analizar la información que les ofrecían cada uno de los problemas. Este método de las tablas de contingencia les permite, encontrar procedimientos y estrategias convenientes, que los involucren como elementos activos de su propio aprendizaje, esto les permite tener mayor seguridad de los conocimientos adquiridos, lo que eleva el nivel de motivación de los estudiantes, llevándolos a un aprendizaje significativo, principios fundamentales del aprendizaje basado en problemas.

Al comparar los resultados de los estudiantes de los dos grupos estudiados, se encontró que, efectivamente, la propuesta didáctica, sustentada en el modelo didáctico supone una mejora del mismo, no sólo por el aumento en la cantidad de estudiantes que utilizan correctamente el Teorema de Bayes y la probabilidad Total, sino también por el manejo de competencias que relacionan todos los conceptos de probabilidad previos. Sin embargo, esta mejoría no se produce de forma proporcional, pues se muestra que los avances se producen tras la creación de las heurísticas por parte de los estudiantes, lo que permitió un enriquecimiento en los procedimientos, definiciones, los argumentos, el lenguaje utilizado y el uso de propiedades, relacionándolos con problemas asociados.

RECOMENDACIONES

La implementación de la propuesta didáctica sustentada en el modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las Pruebas de Diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia, requiere considerar y poner en práctica las siguientes recomendaciones:

- Profundizar en la aplicación de la propuesta didáctica a otras temáticas de la Bioestadística, como son los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis, en la escuela de medicina.
- Motivar a los estudiantes de medicina por el estudio de la Bioestadística, en particular por la aplicación del teorema de Bayes dentro de la medicina basada en evidencia.

PUBLICACIONES DEL AUTOR.

Pérez, L.; Rojas, O., Monterrey P. La estadística en la formación del médico. *Revista Vidya*, (36)2, 477-490.

Pérez, F.; Monterrey, P. y Rojas, O. (2016). Modelo Didáctico para la Enseñanza del Teorema de Bayes, para Estudiantes de Medicina (en elaboración).

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Álvarez de zayas, C. (1994). *Epistemología de la Pedagogía*. Material en soporte digital. La Habana, Cuba.
- Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática*, Tomo I. La Habana. Ed. Pueblo y educación. p. 225.

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada
- Batanero, C. y Burrill G. (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics- Challenges for Teaching and Teacher Education*. A joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study
- Bayes, T. y Price, R. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Recuperable el 6 de febrero de 2016 en la URL: <http://rstl.royalsocietypublishing.org>
- Blanco, J. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma*, 21, 11-20.
- Butler, R. (1998). On the failure of the widespread use of statistics. *Amstat News*, No. 251, 84
- Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving? In F. Lester (Ed.), *Research and Issues in Teaching Mathematics Through Problem Solving* (pp. 241–254). Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Campistrous, L., & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 21
- Davis, J., Herh, R. (1988). *Experiencia Matemática*. Editorial Labor, Barcelona.
- Díaz, C., De la Fuente, I. (2007). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología. *Educación Matemática*, 18(2), 75-94.
- Díaz, C., De la Fuente, E. y Batanero, C. (2012). Statistical inference and experimental research. Should we revise our educational practices? Libro de resúmenes de ICME-10 (p. 15). Copenhagen: *International Commission on Mathematical Instruction*.
- Escalona, M. (2007). *El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Holguín. p. 65.
- Espíndola, A. y et al. (2013). Caracterización del proceso de evaluación del aprendizaje del contenido estadístico en la carrera de Medicina. *Revista de Humanidades Médicas* [online] 2013, vol.13, n.1. pp. 177-192. Recuperable el 11 de abril de 2014 en la URL: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1727-81202013000100011&lng=es&nrm=iso
- Fernández, P. (1996). *Elementos básicos en el diseño de un estudio*. Cad Aten Primaria; 3:83-85.
- Fmiles, S., Price, M., Swift, L., Shepstone, L. y Leinster, S. (2010). Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors. *BMC Medical Education* 2010; 10(75). Recuperable el 25 de junio de 2014 en la URL: <http://www.biomedcentral.com/1472-6920/10/75> [access date 20-06-2014] ondo.
- García, M. y Nápoles, J. (2015). A dialectical invariant for research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast*. Volume 12, Numbers 1, 2, & 3. Article 33. Recuperable el 3 de diciembre de 2015 de la URL: <http://scholarworks.umd.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1358&context=me>
- Garfield, J., Hogg, B., Schau, C. y Whittinghill, D. (2002). First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10*, Number 2. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2002). Recuperable el 12 de abril de 2014 en la URL: www.amstat.org/publications/jse/v10n2/garfield.html
- Goldin, G. (2004). Problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik (International Journal on Mathematics Education)*, 36(2), 56–60.
- Gregoria M y Morales A. (1995); *Teoría de la probabilidad: Fundamentos, Evolución y Determinación de Probabilidades*; Tesis Doctoral no publicada; Universidad de Complutense de Madrid.
- Hassad, R. (2009). Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale. *International Journal of Social Sciences* 2009; 4(2):132-137. Recuperable el 21 de junio de 2014 de la URL: <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1007/1007.3207.pdf> [access date: 20-06-2014].
- Hogg, R. (1992). Report of Workshop on Statistics Education in Heeding the Call for Change, ed. L. Steen, MAA Notes No. 22, Washington: *Mathematical Association of American*, 34-43
- Indrayan, A. (1986). Changes needed in style and content of teaching statistics to medical undergraduates. Department of Statistics, The Ohio State University Columbus, Ohio, U.S.A. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Volume 17, Issue 1, 1986. Recuperable el 03 de abril de 2014 en la URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739860170113#U6r0G_15OH4
- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Versión Española de Carlos Solís.
- Lauritzen, S. y Spiegelhalter D. (1988). Local computations with probabilities or graphical structures and their application to expert systems. *Journal of Royal Statistical Society*, Series B.
- Leung, W. (2002). *Why and when do we need medical statistics?*. Student BMJ 2002; 10:227-228.
- Maestre, J., Ocampo, C., Useche, N. y Trout, G. (2012). *Medicina basada en la evidencia: revisión del concepto*. Duazary, diciembre de 2012, Vol. 9 N° 2.
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, Resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Mohan, A., Srihasam, K., y Sharma, S. (2008). Diagnostic Reasoning: Approach to Clinical Diagnosis Based on Bayes' Theorem. *Medicine Update*, 2008, Vol. 18, pp. 563– 569.
- Molinero, A. (2002). El método bayesiano en la investigación médica. Asociación española contra la hipertensión arterial. Recuperable el 21 de junio de 2014 de la URL: <http://www.seh-lelha.org/bayes1.htm>
- Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas, en *Theoria*, Vol.13. Recuperable el 11 de febrero de 2015 de la URL: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>, pp. 145-157.
- Nease, R. y Owens, D. (1997). Use of Influence Diagrams to Structure Medical Decisions. En: *Med Decis Making* 1997; 17: 263-276.
- Nendaz, M., et al. (2006). Brief Report: Beyond clinical experience: features of data collection and interpretation that contribute to diagnostic accuracy. *J Gen Intern Med* 2006; 21:1302-1305.
- Norman, G. y Streiner, D. (1996). *Bioestadística*. 1 ed. Editorial Mosby/Doyma. Madrid.
- Pochulu, M. y Rodríguez M. (2012). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires, Argentina: Edivim.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas.
- Rancich, A. y Candreva, A. (1995). Razonamiento Médico: Factores de problemas como estrategia de Enseñanza – Aprendizaje, *Educación Médica Salud* Vol 29 No. 3-4, Recuperado el 9 de abril de 2014 en la URL: <http://hist.library.paho.org/Spanish/EMS/21763.pdf>.
- Rohn, K. (1984). Consideraciones acerca de la enseñanza problemática en la enseñanza de la Matemática. En *Boletín Sociedad Cubana de Matemática y Computación*. La Habana.
- Rossmann, A. y Short, T. (1995). Razonamiento Clínico: Su Déficit Actual y la importancia del aprendizaje de un Método durante la formación de la Competencia Clínica del Futuro Médico. *Journal of Statistics Education* v.3, n.2 (1995). Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL: <http://www.amstat.org/PUBLICATIONS/JSE/v3n2/rossman.html>
- Sackett, D. y Straus, S. (2001). *Medicina basada en la evidencia, cómo practicar y enseñar la MBE*. 2 ed. Editorial Harcourt. Madrid. Sackett, D., Rosenberg, W., Muir, J., Brian, R. y Richardson, W. (1988). *Medicina Basada en la Evidencia: Lo qué es y lo qué no*. Basado en un editorial de

- British Medical Journal*. BMJ 1996; 312 (13 enero): 71-2. Recuperable el 5 de noviembre de 2014 en la URL: <http://www.infodoctor.org/rafabravo/mbe3.html#definicion>
- Sackett, D., Rosenberg, W., Muir, J., Brian, R. y Richardson, W. (1996). *Medicina Basada en la Evidencia: Lo qué es y lo qué no*. Basado en un editorial de *British Medical Journal*. BMJ 1996; 312 (13 enero): 71-2. Recuperable el 5 de noviembre de 2014 en la URL: <http://www.infodoctor.org/rafabravo/mbe3.html#definicion>
- Sahai, H. (1992). Teaching Bayes Theorem using Examples in Medical Diagnosis. *Theachin Mathematics and its Applications*, Volume 11 No. 4 1992.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problems Solving*, Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1994). *Reflections on doing and teaching mathematics*. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sigarreta, J. (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero, Cuba, p. 78
- Silva, L. y Benavides, A. (2001). El enfoque bayesiano: otra manera de inferir. *Gac Sanit* 2001; 15: 341, 6.
- Snee, R. (1990). "Statistical thinking and its contribution to quality" *The American Statistician*, 44, 116-121.
- Sriraman, B. y English, L. (2010). *Theories of Mathematics Education*. New York: Springer.
- Tosleson, D. (1990). *New pathways in general medical*. The New England *Journal of Medicine*, Massachusetts Medical Society.
- Villarroel, Dos Santos y Hinojosa (2014). Razonamiento clínico: Su déficit actual y la importancia del aprendizaje de un método durante la formación de la competencia clínica del futuro médico. *Revista Científica de Ciencias Médicas* 2014; 17(1): 29-36
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223- 265.
- Zilberstein, J. (2004). Curso de postgrado: aprendizaje desarrollador. Universidad de Matanzas. Matanzas, Cuba
- Zilberstein, J. et al. (2003) Preparación pedagógica integral para profesores universitarios. Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría". La Habana.

MODELO DIDÁCTICO PARA LA FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN DE VARIABLE COMPLEJA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO

Universidad de Los Llanos, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.

beatrizave@gmail.com

JOSE SIGARRETA ALMIRA

Director de Tesis

Universidad Autónoma de Guerrero, Acapulco, México

josemariasigarretaalmira@hotmail.com

OSVALDO ROJAS VELÁZQUEZ

Co Director de Tesis

Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia

orojasv69@uan.edu.co

Resumen

La enseñanza aprendizaje de los números complejos, en su mayoría, se trabaja desde enfoques puramente deductivos, partiendo en muchos casos de su definición o presentado su contenido como un conocimiento ya acabado, sin permitir al estudiante la construcción y aplicación de los conceptos subyacentes al de función de variable compleja. Dicha situación no es ajena al programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de los Llanos.

Esta investigación presenta un modelo didáctico para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función de variable compleja mediante la resolución de problemas, que imbrica dichas teorías con base en tres categorías fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje, determinadas por Leontiev en su teoría de la actividad: Fase de Orientación, Fase de Ejecución y Fase de Control. Cada una de ellas posee diferentes momentos que constituyen una metodología de carácter dinámico que sigue 4 pasos a saber: motivación, adquisición, elaboración y fijación-aplicación. Cada una de estas etapas contiene problemas que permiten el acercamiento a los conceptos por aproximaciones sucesivas.

En el mismo sentido la metodología propuesta establece el uso de diferentes tipos de software que facilita la visualización de puntos, rectas y subconjuntos, situaciones usadas por los estudiantes participantes. La implementación de la metodología sustentada en el modelo didáctico propicia darle herramientas a los futuros docentes para ejercer su labor, pues pueden poner en juego ideas abstractas y resolver problemas, además de poder caracterizar representaciones, operaciones, con el fin de mejorar sus formas de pensamiento y actuación profesional.

Abstract

Most complex numbers teaching learning is done from purely deductive approaches, in many cases starting with definitions or presenting its content as finished knowledge, withholding from the student the opportunity to build-on and apply the underlying concepts to the complex variable function. This situation is not foreign to the Mathematics and Physics Bachelor's degree at Universidad de los Llanos.

This research presents an innovative model for teaching learning of the complex variable complex through problem solving, which