

ESTUDIO DE ALGUNOS ELEMENTOS MATEMÁTICOS QUE SUBYACEN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN DESDE UNA PERSPECTIVA VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE PRIMARIA

Juan Esteban Calderón Talaga¹, Oscar Julian Obando Peña²

Resumen

Se presenta el avance de una investigación de tipo cualitativo en la cual se busca caracterizar la manera en que inciden las situaciones de covariación en el desarrollo del pensamiento variacional y la aproximación a algunos elementos matemáticos que subyacen al concepto de función en grado quinto de primaria; dichas características se discuten a la luz del marco conceptual para el estudio del razonamiento covariacional propuesto por Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, Y Hsu (2003). Aunque el estudio está direccionado a una indagación centrada en las actuaciones que los estudiantes presentarán al enfrentarse a situaciones diseñadas, hasta el momento se tienen algunas conclusiones: Los procesos en primaria vinculados al estudio de la covariación son muy limitados; la perspectiva curricular matemática que hace alusión al pensamiento variacional no se contrapone al razonamiento covariacional, al contrario pone su acento al estudio de la variación en diferentes escenarios, es decir, la variación implica covariación.

Palabras clave: *Covariación, variación, situaciones de covariación, razonamiento covariacional.*

Abstract

The progress of a qualitative research is presented in which it seeks to characterize the way in which situations of covariation affect the development of variational thinking and the approach to some mathematical elements that underlie the concept of function in fifth grade of primary school; these characteristics are discussed in the light of the conceptual framework for the study of covariation reasoning proposed by Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, and Hsu (2003). Although the study is aimed at an inquiry focused on the actions that students will present when facing designed situations, until now there are some conclusions: Primary processes related to the study of covariation are very limited; the mathematical curricular perspective that alludes to the variational thinking is not opposed to the covariational reasoning, on the contrary it emphasizes the study of variation in different scenarios, that is, variation implies covariation.

Keywords: *Covariation, variation, covariation situations, covariation reasoning.*

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los Lineamientos curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos en Competencias para la misma área (MEN, 2006) establecidos por el Ministerio de

¹ Universidad del Valle; Colombia; juan.esteban.calderon@correounivalle.edu.co

² Universidad del Valle; Colombia; oscar.julian.obando@correounivalle.edu.co

Educación Nacional en Colombia, proponen que se estudie la variación desde la educación básica primaria, con el ánimo de abrir caminos hacia la comprensión de conceptos propios del álgebra, como también del cálculo y de todas aquellas situaciones que tengan que ver con el pensamiento variacional.

Así mismo, una corriente de investigación denominada álgebra temprana plantea la “introducción del pensamiento algebraico en la matemática escolar desde los primeros cursos escolares mediante la observación de patrones, relaciones funcionales y propiedades matemáticas” (Molina, 2009, p.33). Dado que considera que las dificultades que muestran los estudiantes cuando aprenden álgebra son resultado de la forma o el modo en que se han abordado las matemáticas elementales.

De este modo, desde esas dos producciones teóricas formuladas en el ámbito nacional e internacional, más allá de presentar la idea de integrar el álgebra en primaria, se complementan en una afirmación que hace posada (2006) al señalar que la enseñanza y aprendizaje del álgebra debería estructurarse desde el estudio de la variación y el cambio desde los primeros grados de escolaridad. No obstante, una consecuencia de no atender esa sugerencia ha hecho que el concepto de función por ejemplo este privilegiando más un aprendizaje estático, en lugar de lo dinámico.

Por tal razón, en virtud de fortalecer la comprensión de dicho concepto en secundaria a largo plazo, es necesario que desde la primaria se puedan estudiar los elementos matemáticos¹ en los cuales se fundamenta el concepto de función desde una perspectiva variacional. Para lo cual, en complemento con el marco conceptual propuesto por Carlson et al. (2003) para indagar la forma como los estudiantes razonan frente a situaciones de variación se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿De qué manera, situaciones que aborden actividades de covariación, pueden incidir en el desarrollo del pensamiento variacional y la emergencia o aproximación a algunos elementos matemáticos que subyacen al concepto de función en estudiantes de grado quinto de primaria?

2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

El marco conceptual usado para describir el razonamiento covariacional en esta investigación cualitativa es el propuesto por Carlson et al. (2003). En el cual el razonamiento covariacional es interpretado como “Actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (p. 130). En relación a esta descripción, este marco conceptual implica cinco acciones mentales con sus pertinentes comportamientos y cinco niveles de desarrollo del razonamiento covariacional; proporcionando así, un instrumento bien estructurado que permite evaluar, describir y clasificar las destrezas generales de razonamiento covariacional de un estudiante en el momento que aborda situaciones o tareas de covariación. A continuación, se

¹ Cuando se menciona elementos matemáticos, tienen que ver con relaciones de dependencia, correlación inversa y directa, patrones de regularidad, entre otros.

presenta una descripción acerca de lo que es la covariación, acciones mentales y los niveles de razonamiento covariacional:

2.1 covariación

Saldanha y Thompson (citado por Carlson et al. 2003) describen la covariación como “mantener en la mente, de manera simultánea, una imagen sostenida de dos valores de cantidades (magnitudes)” (p.123). Dicho de otra forma, es estar en la capacidad de coordinar los cambios de una cantidad de magnitud en función de otra y además, crear una sola imagen donde dichos valores persisten en el tiempo.

Desde este punto de vista, es de notar la gran relevancia que tiene el concepto de imagen en el momento de concebir una idea de covariación, a partir de una estructura dinámica, a través de la cual se hacen perceptibles las operaciones mentales que efectúa un sujeto.

2.2 Acciones Mentales

Son aquellas imágenes de covariación que proporcionan un recurso para clasificar los comportamientos que se pueden evidenciar, cuando un individuo realiza tareas que impliquen la covariación. En consecuencia, un estudiante que presenta un comportamiento característico, debe sustentarlo de una acción específica, que demuestre la comprensión necesaria para ejercer tal comportamiento. En la siguiente tabla 1 se puede apreciar la descripción de cada una de las acciones mentales del razonamiento covariacional y de los comportamientos asociados respectivamente.

Tabla 1. *Acciones mentales del marco conceptual para la covariación*

Acción Mental	Descripción de la acción mental	Comportamientos
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de dos variables.
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.

AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida mientras se consideran incrementos uniformes del valor de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consciencia de los cambios instantáneos de la razón de cambio en la razón de cambio para todo el dominio de la función.

2.3 Niveles de razonamiento covariacional

Los niveles de razonamiento covariacional posibilitan la clasificación de los estudiantes en un nivel específico, con base en la imagen global que aparenta sustentar varias acciones mentales que estos manifiestan en el contexto de un problema o tarea. Por lo tanto, para clasificar un estudiante en un determinado nivel, este debe dar cuenta de las acciones mentales implicadas en dicho nivel y las acciones mentales de los otros niveles que lo anteceden. A continuación, se explicitan los niveles de desarrollo de razonamiento covariacional en la tabla 2.

Tabla 2. Marco conceptual para los niveles de la covariación

Niveles	Características
Nivel 1 Coordinación	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM1)
Nivel 2 Dirección	Imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. (AM1 y AM2).

Nivel 3 Coordinación Cuantitativa	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. (AM1, AM2 Y AM3).
Nivel 4 Razón Promedio	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. La razón de cambio promedio se puede descomponer para coordinar la cantidad de cambio de la variable resultante con los cambios en la variable de entrada. (AM1 hasta AM4).
Nivel 5 Razón Instantánea	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable de entrada. Este nivel incluye una consciencia de que la razón de cambio instantánea resulta de refinamientos más y más pequeños en la razón de cambio promedio

2. METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarca en un enfoque de investigación de tipo cualitativo de naturaleza descriptiva y exploratoria, ya que propone observar e identificar las actividades de covariación que tienen mayor incidencia en el desarrollo del pensamiento variacional y además, también se busca describir y analizar las acciones de los estudiantes del grado quinto de primaria cuando abordan actividades correlacionadas, haciendo uso del marco conceptual del razonamiento covariacional propuesto por Carlson et al. (2003).

En relación a lo anterior, teniendo en cuenta que esta indagación pretende aproximar a los estudiantes de básica primaria al estudio de la variación, a través de actividades de covariación; se hace necesario contemplar de manera crítica la forma como los escolares razonan y actúan en torno a actividades que permiten establecer relaciones entre cantidades de magnitudes. Es decir, observar las características del razonamiento covariacional en estudiantes de grado quinto.

En consecuencia, el enfoque cualitativo es el que responde de mejor manera a los propósitos de la investigación, pues tal como lo afirma Hernández, Fernández y Baptista (2006) “La investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas”. (p.21).

En cuanto a las fases de esta investigación se tienen cuatro fases. En una primera fase, se documentó la problemática desde una perspectiva didáctica, curricular y matemática. En una segunda fase, se está diseñando la propuesta didáctica que será aplicada a estudiantes de grado quinto de básica primaria de la institución educativa Núcleo Técnico Agropecuario del municipio de Corinto Cauca, que atiende a 1500 escolares cuyas familias pertenecen a los estratos 1, 2 y 3. En la tercera fase y cuarta fase, se espera aplicar la propuesta didáctica y posteriormente realizar el respectivo análisis de los datos recogidos.

Es necesario aclarar en esta parte, que actualmente esta investigación se encuentra en una fase dos, por lo que se espera que en octubre ya se haya avanzado a las siguientes fases.

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Dado que el estudio que se está desarrollando se encuentra en una primera y segunda fase, las conclusiones que se tienen hasta el momento son eminentemente teóricas, entre las que se destacan las siguientes:

- Cuando se realizó una revisión de los estudios que se han hecho en relación al desarrollo del pensamiento variacional en primaria, se evidenció que es muy limitado el estudio de la covariación, tanto que pareciera que se está subestimando a los estudiantes al pensar que no pueden razonar covariacionalmente y por lo tanto, la mayoría de situaciones están vinculadas a variaciones lineales, es decir donde no hay variaciones de magnitudes de modo simultáneo.
- Se puede afirmar que hay una relación de complementariedad entre lo que plantea el Ministerio de Educación Nacional a través de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias de la misma área, particularmente, lo que tiene que ver con el pensamiento variacional no discrepa con lo que expresa Carlson et al. (2003) acerca del razonamiento covariacional. Al contrario, además de que la variación implica covariación, coinciden al afirmar que el pensamiento variacional al igual que el razonamiento covariacional se van desarrollando lentamente.
- Otro punto en común es que los estándares y el marco conceptual para el estudio de la covariación et al. (2003), favorecen el análisis y explicación de situaciones en las cuales hay relaciones de dependencia entre cantidades que covarían.
- Aunque el concepto de función no pueda promoverse en el básica primaria puesto que se sugiere abordarlo en grado octavo y noveno, si se pueden estudiar desde la primaria situaciones de covariación en las cuales se encuentren elementos matemáticos asociados a ese concepto, primordialmente porque no se requiere un dominio de la sintaxis algebraica para abordarlos.

4. REFERENCIAS

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), pp. 121-156.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares: Matemáticas. Santa fe de Bogotá, D.C.: MAGISTERIO.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Imprenta Nacional de Colombia.

Posada, F. (ed, 2006). Serie didáctica de las matemáticas: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico (Vol. 2). Medellín: Artes y Letras Ltda.

Molina, M., (2009). Una propuesta de cambio curricular: Integración del pensamiento Algebraico en educación primaria. PNA, 3(3), 135-156.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación (Cuarta ed). México, D.F.: McGraw - Hill Interamericana.