

# LA REPRESENTACIÓN DE PATRONES EN EDUCACIÓN INFANTIL: UNA PRIMERA APROXIMACIÓN CON ALUMNOS DE 4 AÑOS

## Pattern representations in Early Childhood Education: a first approach with four-year-old children

Acosta, Y. y Alsina, Á.

Universitat de Girona

### Resumen

*El objetivo de este estudio es realizar una primera aproximación a la representación de patrones en las primeras edades, partiendo de la base de que una representación matemática es una señal externa que muestra y hace presente un concepto matemático. Se han analizado las representaciones de patrones de 23 alumnos de 4-5 años en contextos de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos. Los primeros resultados indican que: 1) globalmente, más de la mitad de los participantes representaron correctamente los patrones; 2) utilizan básicamente dos sistemas de representación, gráfica y simbólica, pero con un claro predominio del primer tipo (más del 70%). Se concluye que la exposición a una variedad de patrones en diferentes contextos, junto con el papel del docente como guía que anima a los alumnos a justificar, transferir y representar los patrones, son componentes cruciales en la acción de representar, generalizar e iniciar el pensamiento algebraico.*

**Palabras clave:** *Educación matemática infantil, pensamiento algebraico, patrones, representación matemática, tipos de representación.*

### Summary

*The objective of this study is to make a first approximation to the pattern representations in the first ages, starting from the base that a mathematical representation is an external signal that shows and makes present a mathematical concept. Through a design-based research, the pattern representations of 23 children of 4-5 years old have been analyzed in contexts of daily life, manipulatives and games. First results indicate that: 1) globally, more than half of the participants have correctly represented the patterns; 2) basically they use two systems of representations, graphic and symbolic, but with a clear predominance of the first type (more than 70%). It is concluded that exposure to a variety of patterns in different contexts, together with the role of the teacher as a guide that encourages students to justify, transfer and represent the patterns, are crucial components in the action of representing, generalizing and initiating algebraic thinking.*

**Keywords:** *Early childhood mathematics education, algebraic thinking, patterns, mathematical representation, types of representation.*

### INTRODUCCIÓN

Diversos estudios constatan que los patrones proporcionan una base que es esencial para el desarrollo del pensamiento algebraico y que contribuyen en el desarrollo general de la representación matemática y de la abstracción (*National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2003; Papic, 2007; Papic y Mulligan, 2005*). Desde este prisma, resulta evidente que los patrones van más allá de un mero contenido, ya que se configuran como un proceso, una capacidad y habilidad para buscar regularidades y estructuras matemáticas (Clements y Sarama, 2015).

A pesar de la importancia de este conocimiento matemático, por lo general son pocos los estudios que hasta el momento han analizado las producciones acerca de los patrones de los alumnos de Educación Infantil (Perry y Dockett, 2008). Los que se han centrado en estas edades principalmente han focalizado sus análisis en determinar qué tipos de patrones identifican los niños de las primeras edades, como es el caso de la trayectoria de aprendizaje sobre patrones de Clements y Sarama (2015) o bien el estudio más reciente de Rittle-Johnson, Zippert y Boice (2019), en los que se concluye que primero aprenden a trabajar con patrones simples del tipo AB y luego aprenden a identificar patrones con tres y cuatro unidades (patrones ABB y AABB).

En Acosta y Alsina (2018), además de verificar estos datos, se ha aportado también un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones en las primeras edades. Se asume que la palabra “itinerario” se refiere a una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres fases: 1) Enseñanza en contextos informales: la enseñanza del contenido matemático se inicia en situaciones reales o realistas de los niños, como por ejemplo su entorno inmediato, o bien materiales manipulativos y juegos, en los que el conocimiento de la situación y las estrategias se utilizan en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia; 2) Enseñanza en contextos intermedios: la enseñanza del contenido prosigue en contextos que hacen de puente entre los contextos reales o realistas de la fase previa y los contextos formales de la fase posterior, como, por ejemplo, algunos recursos literarios (cuentos y canciones) y tecnológicos (*Applets*, robots educativos programables, etc.), que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático; 3) Enseñanza en contextos formales: la enseñanza del contenido finaliza en contextos gráficos, como por ejemplo el lápiz y el papel, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales (Alsina, 2019).

Con base a ello, el propósito de este nuevo trabajo es realizar una primera aproximación sobre la representación de patrones, al tratarse de un conocimiento que permite asignar significados y comprender las estructuras matemáticas (Radford, 1998). En este sentido, se ha llevado a cabo un estudio con 23 alumnos de 4-5 años cuyo objetivo ha consistido en analizar si son capaces o no de representar patrones en contextos informales de enseñanza (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos) y, en caso afirmativo, determinar qué tipo de representaciones utilizan.

### **La representación como proceso matemático**

Martí y Pozo (2000) señalan que uno de los retos más significativos de nuestra cultura es la comprensión y uso de los diferentes sistemas externos de representación, puesto que de ello depende que las personas sepan leer y escribir o realizar operaciones aritméticas, por ejemplo. En este sentido, Martí (2003) establece que la construcción de los sistemas de representación se extiende, en las culturas occidentales, desde los 2-3 años hasta los 9-10 años aproximadamente, y distingue las notaciones como objetos gráficos y como objetos semióticos. Este autor señala que, desde el punto de vista gráfico, en primer lugar, es imprescindible diferenciar los sistemas figurativos (dibujos, imágenes) de los sistemas arbitrarios (especialmente escritura y numerales escritos). Pérez-Echeverría, Martí y Pozo (2010) señalan que la consideración de objetos semióticos supone explicitar parte de las relaciones entre una notación y otros componentes del sistema, es decir, la sintaxis de cada sistema representacional, y por ello implicaría una mayor complejidad funcional, por lo que debería ser posterior en el aprendizaje y el desarrollo.

La representación matemática, en su sentido amplio, se entiende como “todas aquellas herramientas, ya sean signos o gráficos, que muestran la presencia de conceptos y procedimientos matemáticos con las cuales se abordan y se plasman conocimientos matemáticos” (Rico, 2009, p. 3). Desde esta perspectiva, se considera un proceso que permite ordenar, registrar, comunicar ideas y que, además, ayuda a reconocer la naturaleza matemática común de situaciones distintas (NCTM,

2003). Por esta razón, Alsina (2016) señala que la representación de las ideas y procedimientos matemáticos es un proceso indispensable para poder aprender, de manera que si no hay representación no hay comprensión, y sin comprensión no puede haber aprendizaje de las matemáticas.

Para Freudenthal (1991), el desarrollo progresivo de la representación de las ideas y procedimientos matemáticos va de lo concreto a lo abstracto, de manera que puede tener formas diversas, por ejemplo, a través de objetos físicos, el lenguaje natural, dibujos y símbolos convencionales. En este sentido, se respeta y favorece su proceso de adquisición cuando se fomenta por ejemplo que las primeras representaciones sean concretas, a partir de objetos o dibujos y usando el lenguaje natural; posteriormente pictóricas, usando tablas o diagramas; y finalmente convencionales, usando símbolos abstractos. Aunque el desarrollo de la representación vaya de lo concreto a lo abstracto, en términos generales el proceso de enseñanza-aprendizaje no es unidireccional sino bidireccional, es decir, de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto otra vez a lo concreto, aunque la finalidad sea siempre la misma: aprender (y sobre todo comprender) el símbolo que representa un objeto, una situación o una idea matemática. Tal y como afirma Pecharromán (2013, p. 124),

La primera representación se crea desde el contexto en el que se descubre el objeto como medio de expresión de la funcionalidad que representa y sus propiedades. La creación de la representación está dirigida, fundamentalmente, por la función organizativa que se quiere expresar, y depende de la naturaleza del contexto en el que se descubre el objeto y del conocimiento que existe de ese contexto.

A través de las interacciones con las diferentes representaciones, con el maestro y con el resto de alumnos, éstos desarrollan sus propias imágenes mentales sobre las ideas matemáticas, que son las que permiten avanzar en el aprendizaje. Además, la adquisición progresiva de la representación de las ideas y procedimientos matemáticos aumenta la capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. En otras palabras, permite hacer modelos e interpretar la realidad (NCTM, 2003).

La gran mayoría de estudios que han abordado el análisis de las representaciones de las ideas matemáticas en las primeras edades se han centrado en la notación convencional de los números (para una revisión, consultar Alsina y Llach, 2012, y Llach y Alsina, 2012) o las formas geométricas (Berciano, Novo y Alsina, 2017). En estos estudios se ha puesto de manifiesto que las representaciones que usan los alumnos menores de 6 años pueden ser en forma de dibujos, diagramas, lenguaje oral o escrito, gestos, símbolos, o incluso con objetos físicos.

Desde este prisma, se asume la clasificación de Rico (2009), quien indica que dentro de los modos convencionales de representación es usual distinguir dos grandes familias de sistemas: representaciones simbólicas y representaciones gráficas. Entre las primeras se encuentran las representaciones de carácter alfanumérico, y entre las segundas las de tipo figurativo.

Con base a estas consideraciones, el objetivo de este trabajo es analizar si los alumnos de 4-5 años son capaces o no de representar patrones en contextos informales de enseñanza (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos) y, en caso afirmativo, determinar qué tipo de representaciones utilizan.

## **DISEÑO Y PROCEDIMIENTO**

Nuestro estudio se enmarca dentro de una investigación basada en el diseño (*Design-based research* [DBR]) donde se conecta la investigación teórica con la práctica de aula para así poder ofrecer un proceso de enseñanza-aprendizaje coherente y significativo (Cotton, Lockyer y Brickell, 2009; Design-Based Research Collective, 2003). En esta conexión el investigador se convierte en un actor participante de la dinámica de un contexto real, para así desde la reflexión y la acción contribuir a un enriquecimiento de la praxis docente.

En la Figura 1 se presenta un diagrama de flujo donde se muestran las fases que se han tenido en cuenta durante el proceso metodológico de nuestro estudio.

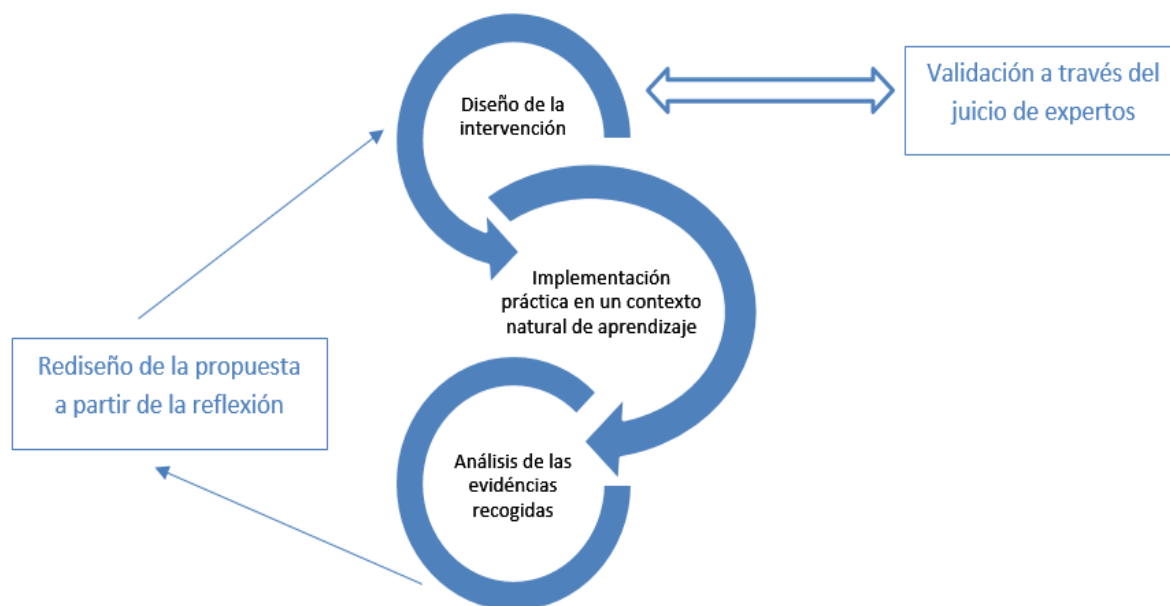


Figura 1. Diagrama de flujo sobre los aspectos metodológicos que orientan la investigación

El diseño de la intervención se ha llevado a cabo a partir de las orientaciones teóricas y didácticas que fundamentan nuestro estudio y de las valoraciones obtenidas a través del juicio de 8 expertos en relación a las actividades propuestas. La intervención se ha realizado en un aula de Educación Infantil de un centro público de Girona (España). El grupo consta de 23 alumnos, 11 niños y 12 niñas, siendo la edad media de 4 años y 8 meses. En general, los participantes presentan un nivel madurativo óptimo que se adecua a su edad evolutiva. Se ha seleccionado este grupo por las facilidades de acceso y por el tipo de metodología que se aplica en el aula, que se basa en el trabajo por proyectos (situaciones de vida cotidiana), el uso de materiales manipulativos y juegos, principalmente.

En la Tabla 1 se presentan las seis actividades en contextos informales de enseñanza que han sido validadas previamente por expertos, y cuya finalidad consiste en identificar, representar y leer patrones matemáticos presentes en los distintos contextos de enseñanza-aprendizaje informales: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos.

Tabla 1. Actividades en contextos informales de enseñanza

a) Situaciones de vida cotidiana	<p>A través de <i>Google Maps</i> se visualizan diferentes calles de nuestra ciudad y se solicita a los alumnos que identifiquen seriaciones de elementos. A partir de buenas preguntas, se les invita a fijarse en las fachadas de casas, edificios y comercios. Una vez identificadas las seriaciones, de manera conjunta, se representan los respectivos patrones utilizando cartulinas de colores.</p> <p>Se muestra una imagen de un enjardinado con una seriación de distintos arbustos que sigue un patrón (AB) y, a través del diálogo, se invita a los alumnos a describir cómo están colocados los arbustos, con la mirada puesta en analizar el patrón. Finalmente se les propone representar dicho patrón con plastilina.</p>	
b) Recursos manipulativos	<p>Se propone a los alumnos crear seriaciones con las piezas del <i>Pattern Blocks</i> (Geomosaico), siguiendo el patrón que se indica en unas tarjetas: (AB), (AAB) o (ABB).</p> <p>Se ponen a disposición de los alumnos cartulinas plastificadas con seriaciones diversas. Se les invita a extender el patrón para completar cada seriación con la ayuda de pinzas de ropa de colores.</p>	
c) Recursos lúdicos	<p>Se plantean dos juegos motrices para promover la anticipación de hechos a partir de la interiorización de la secuencia presente en dos canciones. Se valora sobre todo la capacidad de los alumnos para anticipar acciones e identificar el patrón presente en las normas del juego.</p>	

A través del registro audiovisual de las sesiones desarrolladas, del diario de campo y de las producciones elaboradas por los alumnos se analizan en diferido las evidencias obtenidas, con el propósito de determinar si los participantes en el estudio son capaces o no de representar patrones y, en caso afirmativo, determinar qué sistemas de representación usan, de acuerdo con los objetivos de nuestro estudio. Además, los datos obtenidos se van a utilizar posteriormente para rediseñar, si es necesario, estrategias didácticas y metodológicas que permitan una optimización y mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de los patrones en general y de la representación en particular.

## RESULTADOS

En las siguientes líneas se exponen, en primer lugar, los resultados globales acerca de las producciones realizadas por los participantes en el estudio y, en segundo lugar, los tipos de representaciones usadas.

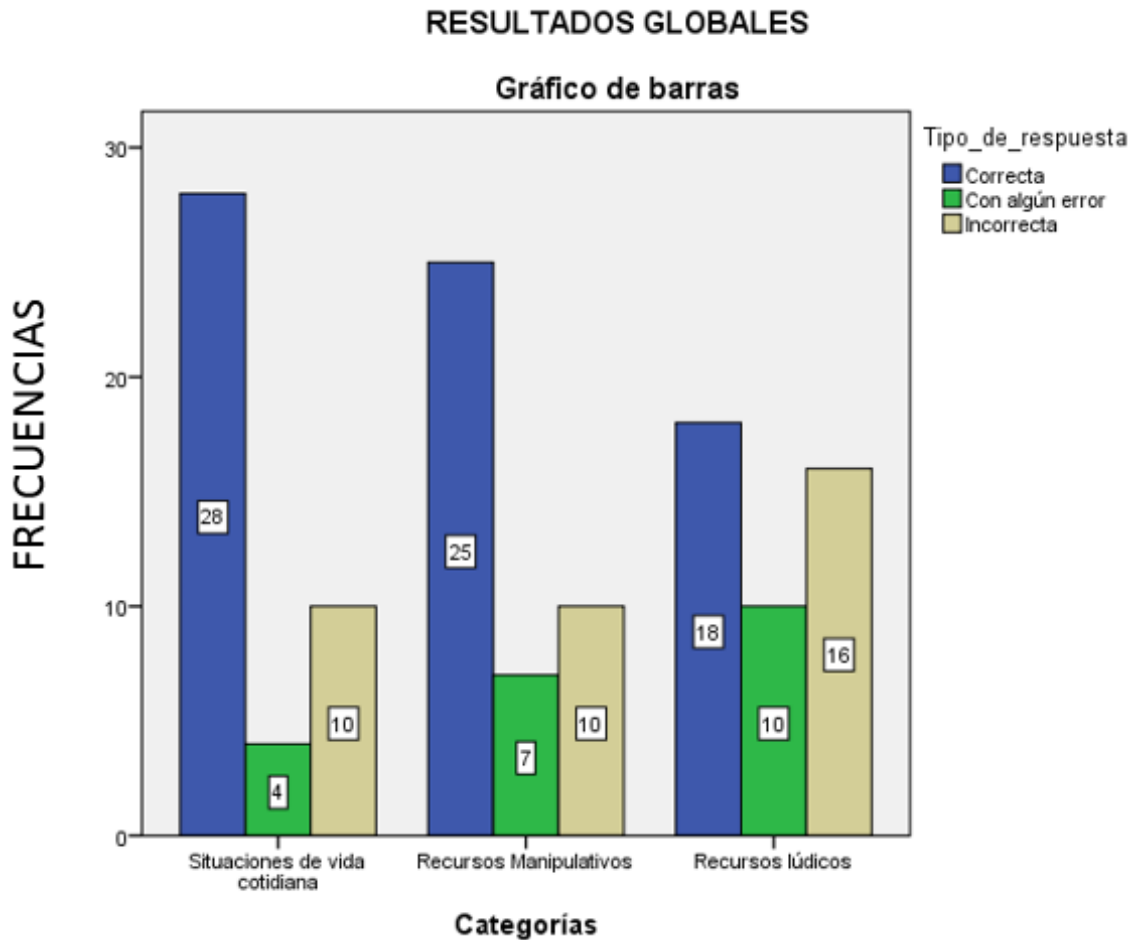


Figura 2. Resultados globales en los tres contextos de enseñanza informales.

En la Figura 2 se observa el número de producciones correctas, con algún error e incorrectas sobre una media de 42 producciones en cada contexto de enseñanza, correspondientes a las dos actividades que han realizado los participantes en cada contexto. En el contexto “situaciones de la vida cotidiana”, 28 producciones han sido correctas, lo que representa el 66,7% del total de representaciones realizadas por los alumnos en este contexto, frente al 9,5% con algún error y al 23,8% incorrectas. En relación con el contexto “recursos manipulativos”, el 51,2% de las producciones de los alumnos son correctas, el 12,2% presenta algún error y el 36,6% son incorrectas. Finalmente, se aprecia que en el contexto de “recursos lúdicos” el 40,9% de las evidencias obtenidas son correctas, un 22,7% presenta algún error y el 36,4% restante son representaciones incorrectas.

A partir de estos datos iniciales, a continuación, se ha analizado qué tipos de representaciones utilizan los alumnos de 4 años, siguiendo la clasificación de Rico (2009). Para realizar este segundo análisis, se han considerado exclusivamente las representaciones correctas.

Tabla 2. Tipos de representaciones usadas en las producciones correctas



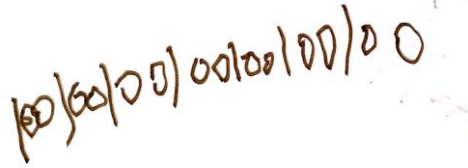
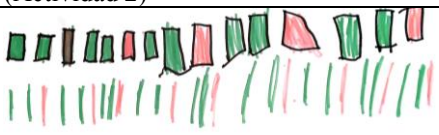

Contexto de enseñanza-aprendizaje	Representación gráfica (figurativas)	Representación simbólica (alfanuméricas)
Situación de vida cotidiana	20 (71,4%)	8 (28,6%)
Recursos manipulativos	18 (72%)	7 (28%)
Recursos lúdicos	13 (72,2%)	5 (27,8%)
<b>Total</b>	<b>51 (71,8%)</b>	<b>20 (28,2%)</b>

De acuerdo con la información que se muestra en la Tabla 2, se observa una presencia muy superior de representaciones gráficas que simbólicas, destacando un porcentaje relativo del 71,8% de tipos gráfico frente a un 28,2% de simbólicas.

A su vez, también se aprecia que el mayor porcentaje de representaciones simbólicas se realizan en el contexto “situación de vida cotidiana”.

Finalmente, en la Tabla 3 se muestran algunas evidencias sobre ambos tipos de representaciones en los distintos contextos de enseñanza informales: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos.

Tabla 3. Evidencias de algunos tipos de representaciones obtenidas en cada contexto

Contexto	Representaciones gráficas	Representaciones simbólicas
Situación de vida cotidiana	 <p>Representación con dibujos del patrón “amarillo-rojo” (AB) identificado en un toldo (Actividad 1).</p>	 <p>Alumno 1: “Yo pongo la letra de Ona (O) y la mía (A) para escribir la seriación”.</p> <p>Representación con letras (OA) de una seriación de arbustos que sigue un patrón (AB) (Actividad 2)</p>
Recursos manipulativos	 <p>Alumno 2: “Mi tarjeta pone una pieza azul y dos verdes”.</p> <p>Docente: Entonces, ¿qué significa tu representación?</p> <p>Alumno 2: “Un palo una pieza azul, dos bolitas las verdes”.</p> <p>Representación con dibujos (palos y bolas) del patrón (ABB) de una seriación realizada con piezas del material <i>Pattern Blocks</i> (Actividad 3)</p>	  <p>Alumno 3: “Yo tengo dos pinzas verdes y una rosa, dos verdes y una rosa...”</p> <p>Docente: ¿Cuántas veces has representado tu seriación?</p> <p>Alumno 3: Aquí con rectángulos, aquí con palos y aquí con las letras de mi nombre.</p> <p>Representación con dibujos y palos primero y, finalmente, con letras del patrón (AAB). (Actividad 4)</p>



Representación con dibujos (figuras geométricas) del patrón (AB) identificado en las acciones presentes en el juego: cantar-bailar.  
(Actividad 5)

Representación con números (123) y dibujos de la secuencia del juego, con un patrón (ABC): 1 (hacer una rueda), 2 (cantar) y 3 (correr).  
(Actividad 6)

## CONCLUSIONES

En esta primera aproximación sobre la representación de patrones en las primeras edades hemos constatado, en primer lugar, que los alumnos de 4-5 años empiezan a hacer representaciones matemáticas; y, en segundo lugar, que para representar patrones utilizan dos tipos de sistemas: representaciones gráficas y simbólicas, de acuerdo con la clasificación establecida por Rico (2009).

De forma más concreta, hemos puesto de manifiesto que el mayor porcentaje de producciones correctas se ha obtenido en el contexto de enseñanza a partir de situaciones de vida cotidiana, de lo que se desprende que cuanto más cercano, concreto y de conocimiento previo es el contexto de enseñanza, más específicas y sin errores han sido las representaciones producidas por los participantes. Sin embargo, el reducido número de la muestra no permite generalizar los resultados obtenidos; hecho que se configura como una de las principales limitaciones de nuestro estudio y a su vez traza una línea para futuras investigaciones.

Considerando que las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas cuando hacen uso de las representaciones (Radford, 1998), podemos afirmar que las actividades propuestas en contextos de vida cotidiana son las que han impulsado en mayor medida la comprensión, seguidas muy de cerca por las actividades con materiales manipulativos y, finalmente, los recursos lúdicos, puesto que en este caso los patrones no eran tan evidentes. Desde esta perspectiva, estamos de acuerdo con Bjorklund (1995) cuando afirma que los niños representan el mundo de manera condicionada a lo que perciben, a lo que recuerdan y a la manera como resuelven ciertos problemas.

De acuerdo con los datos iniciales obtenidos en esta investigación, consideramos que la representación de patrones en las primeras edades debería iniciarse de manera concreta (a partir de situaciones del entorno inmediato, materiales manipulativos y juegos) para poco a poco ir dando paso a la actividad mental, la abstracción y la generalización (Alsina, 2009). Estamos convencidos de que la exposición a una variedad de patrones en diferentes contextos y modalidades, conjuntamente con el papel del docente como guía que anima a los alumnos a justificar, transferir y representar dichos patrones, son componentes cruciales y determinantes en la acción de representar, generalizar e iniciar el camino del pensamiento algebraico. Tal y como afirma Rico (2009, p. 7), “las representaciones desempeñan un papel destacado para los procesos de construcción de conceptos y, por ello, son importantes en la enseñanza, aprendizaje y comunicación del conocimiento matemático”.

Para seguir avanzando en esta dirección, en futuros estudios será necesario analizar las producciones de los alumnos acerca de la representación de patrones en contextos intermedios y formales de enseñanza, de acuerdo con el itinerario para la enseñanza de los patrones propuesto por Acosta y Alsina (2018). Con ello se podrá esclarecer, por un lado, cómo influyen en general los distintos contextos de enseñanza que se usan en Educación Infantil en la representación matemática y, por otro, determinar si los contextos de enseñanza más formales, es decir, las actividades que



presentan un carácter más abstracto, condicionan el grado de éxito de la representación de patrones y la tipología de representación que se utiliza.

## Referencias

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización algebraica a partir de 3 años: El caso de los patrones. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 111-120). Gijón: SEIEM.
- Alsina, Á. (2009). Matemáticas en la educación infantil. En N. Planas y Á. Alsina (Eds.), *Educación matemática y buenas prácticas: infantil, primaria, secundaria y educación superior* (pp. 31-92). Barcelona: Graó.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon*, 92, 7-29.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Graó.
- Alsina, Á. y Llach, S. (2012). La enseñanza de los sistemas externos de representación matemáticos y lingüísticos en la Educación Infantil. *Revista de Investigación Educativa*, 30(1), 131-144.
- Berciano, A., Novo, M<sup>a</sup>. L. y Alsina, Á. (2017). Dictados matemáticos: una herramienta para trabajar la competencia oral y escrita en el aula de matemáticas de Educación Infantil. *UNIÓN*, 49, 200-216.
- Bjorklund, D. F. (1995). *Children's thinking: Developmental function and individual differences* (2nd ed.). Belmont, EE. UU.: Thomson Brooks/Cole Publishing Co.
- Clements, H. D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Reino Unido: Learning Tools LLC.
- Cotton, W., Lockyer, L. y Brickell, G. J. (2009). A journey through a Design-Based Research project. En G. Siemens y C. Fulford (Eds.), *Proceedings of ED-MEDIA 2009 - World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications* (pp. 1364-1371). Chesapeake, EE. UU.: Association for the Advancement of Computing in Education.
- Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Llach, S. y Alsina, Á. (2012). ¿Cómo enseñar la notación lingüística y matemática? Un triple enfoque: epistémico, interdisciplinar y sociocultural. *Revista Española de Pedagogía*, 252, 321-335.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente*. Madrid: Visor.
- Martí, E. y Pozo, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y Aprendizaje*, 23(90), 11-30.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Traducción del original del año 2000.
- Papic, M. M. (2007). Promoting repeating patterns with young children: More than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8-13.
- Papic, M. M. y Mulligan, J. T. (2005). Pre-schoolers' mathematical patterning. En P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce y A. Roche (Eds), *Building connections: Research, theory and practice: Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1* (pp. 609-616). Melbourne, Australia: MERGA.
- Pecharromás, C. (2013). Naturaleza de los objetos matemáticos: representación y significado. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(3), 121-134.

- Pérez-Echeverría, M. P., Martí, E. y Pozo, J. I. (2010). Los sistemas externos de representación como herramientas de la mente. *Cultura y Educación*, 22(2), 133-147.
- Perry, B. y Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education. Second edition* (pp. 75–108). Nueva York, EE. UU.: Routledge.
- Radford, L. (1998). On signs and representations. A cultural account. *Scientia Pedagogica Experimentalis*, 35(1), 277-302.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática, *PNA*, 4(1), 1-14.
- Rittle-Johnson, B, Zippert, E. L. y Boice, K. L. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46(1st Quarter), 166-178.