

APLICACION DE LAS TEORIAS DE BRUNER, GAGNE Y AUSUBEL
EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Freddy González
Depto. de Matemáticas
I.U.P.E.MAR.

RESUMEN

En este trabajo se muestra, en forma breve, cuál es la respuesta que los teóricos Bruner, Gagné y Ausubel proporcionan a las interrogantes ¿qué es aprendizaje? y ¿qué es instrucción?. También se exponen las características de un proceso instruccional desarrollado conforme a las prescripciones que se derivan de los planteamientos teóricos formulados por cada uno de los autores; es decir, se indican las etapas que debe cubrir un docente interesado en desarrollar una secuencia de instrucción siguiendo los postulados expuestos por Bruner, Gagné o Ausubel.

Finalmente, cada una de esas prescripciones instruccionales es modelada a través de la presentación de un ejemplo concreto de secuencia instruccional, diseñada para enseñar un tema específico de matemática. Así, el concepto de grupo, como estructura algebraica, fue seleccionado para ejemplificar la teoría de Bruner y la de Ausubel; mientras que para modelar la teoría de Gagné se empleó el tema de construcción de ángulos.

El Aprendizaje Según Bruner, Gagné y Ausubel

¿Qué es el aprendizaje? esta es una pregunta que genera interminables controversias entre los psicólogos. Frente a este proceso hay quienes sólo se limitan a tratar de

explicar qué ocurre dentro del sujeto que aprende, en tanto que otros, en lugar de ello, señalan qué requerimientos deben darse para que el aprendizaje se produzca.

En primer lugar, será considerada la posición de Bruner. Según este autor, el proceso general de aprendizaje ocurre del modo siguiente: los aprendices, mediante diversas manipulaciones (juegos, seriaciones, ordenaciones, etc.) de materiales instruccionales especialmente diseñados, perciben regularidades que se corresponden con ciertas regularidades intuitivas que ya ellos han comprendido; el aprendizaje se produce cuando los sujetos que aprenden encuentran una especie de apareamiento entre lo que ellos están haciendo en el mundo exterior y algunos modelos o patrones que ya han aprehendido intelectualmente; de este modo, el aprendizaje involucra una reorganización interna de ideas previamente conocidas, con el fin de establecer un mejor ajuste entre estas ideas y las regularidades presentes en una situación nueva a la cual el aprendiz ha tenido que acomodarse. Este proceso se desarrolla progresivamente a través de tres niveles de representación: enativo, icónico y simbólico. En el nivel enativo el aprendiz manipula materiales directamente (es aquí cuando el sujeto juega con piezas convenientemente preparadas, las junta, separa, agrupa, reúne, etc.). Luego, al progresar al nivel icónico, el aprendiz trata con imágenes mentales de los objetos pero no los manipula directamente. Por último, al alcanzar el nivel simbólico, el aprendiz trabaja estrictamente con símbolos y no con imágenes mentales de los objetos. El tránsito a través de estos tres modos de representación de la realidad revela el proceso de crecimiento intelectual que se da en el individuo que aprende. En efecto, en el primer nivel existe una conexión casi directa e inmediata entre las respuestas del individuo y los estímulos que las provocan. Un indicio de desarrollo cognitivo es el crecimiento de la habilidad para separar las respuestas de los estímulos inmediatos y específicos que las producen.

Luego, el sujeto resulta capaz de internalizar eventos externos, que ocurren en su ambiente exterior, en una estructura mental que se adecúa a ese ambiente y lo ayuda a generalizar a partir de ejemplos o instancias específicas.

Por último, el aprendiz alcanza un estado en el cual no manipula las cosas, ni directamente ni a través de imágenes mentales de ellas, sino que usa símbolos o palabras para representarlas; el uso de palabras y símbolos le permite ir más allá de la

intuición y de la adaptación empírica y usar modos de pensamiento lógico y analítico; al llegar a este grado de desarrollo ya el sujeto puede manipular varias variables simultáneamente y puede prestar atención a múltiples y aún conflictivas demandas al mismo tiempo.

En resumen, se puede decir que de acuerdo con Bruner, el aprendizaje consiste en una reorganización interna de ideas previamente conocidas. Este planteamiento es semejante al proceso de asimilación-acomodación expuesto por Piaget (en Bell, 1978). Bruner denomina su enfoque con el título de Aprendizaje por Descubrimiento.

La concepción de Bruner en relación con el aprendizaje ha encontrado fuerte oposición entre los teóricos norteamericanos. Dos de los más notables psicólogos del aprendizaje que se oponen a Bruner son Robert Gagné y David Ausubel. Cada uno de ellos ha asumido una posición completamente opuesta a la de Bruner. Ellos defienden un enfoque que podría ser denominado Aprendizaje Guiado el cual puede considerarse como la antítesis del descubrimiento. Aunque ellos no coinciden plenamente en todos los aspectos, Gagné y Ausubel representan posiciones teóricas que hacen surgir serias interrogantes en relación con la fertilidad, como principal vehículo de instrucción, de alentar a los estudiantes para que por sí mismos descubran las respuestas a los problemas que les son planteados.

Para Gagné (1979), el aprendizaje es un cambio en las disposiciones o capacidades humanas que persiste durante cierto tiempo y que no puede ser atribuido solo al proceso de crecimiento. El aprendizaje se exhibe como un cambio en la conducta observable que ocurre bajo ciertas condiciones; se infiere que ha habido aprendizaje cuando existe una diferencia en el desempeño de un sujeto antes y después de haber sido colocado en una situación de aprendizaje. Según este autor, el aprendizaje supone tres elementos básicos: un aprendiz, una situación estimulante y las respuestas dadas por el aprendiz.

De acuerdo con Gagné (1979), las personas no aprenden en sentido general sino siempre en el sentido de un cambio de conducta que puede ser descrito en términos de un tipo observable de ejecución humana. Se dice que ha ocurrido algún aprendizaje cuando hay discrepancias positivas entre las conductas que fueron posibles para un individuo antes de que fuera colocado en una situación de aprendizaje y las que fueron

exhibidas por dicho individuo después de tal tratamiento. También se habla de aprendizaje cuando se incrementa la capacidad para realizar algún tipo de ejecución o cuando son alteradas disposiciones tales como actitudes, intereses o valores; el sentido que se da al término disposición es el de una tendencia a comportarse en una cierta forma ante determinados estímulos o situaciones. Como puede deducirse, para Gagné el aprendizaje es una nueva capacidad adquirida por el sujeto, basada en los comportamientos que él ya posea; estos comportamientos previos, necesarios para la adquisición de una nueva capacidad, que preexisten en el momento de adquirir nuevos aprendizajes, son denominados Condiciones Internas del Aprendiziz. Las Condiciones Externas vienen dadas por la organización y secuenciación de los eventos estimuladores del aprendizaje, los cuales varían según el individuo, el material a ser enseñado y los objetivos de la instrucción.

Tomando en cuenta que las capacidades que el individuo previamente ha adquirido constituyen la base de las nuevas capacidades, un nuevo aprendizaje no será posible si el individuo no posee las capacidades intelectuales pertinentes que sirven de soporte a esa nueva habilidad. De este modo cualquier aprendizaje que deba ser adquirido puede ser descompuesto o analizado en una progresión de aprendizajes subordinados tales que, el aprendizaje de un tipo superior supone el aprendizaje y dominio de uno de tipo inferior. Este análisis conduce a la construcción de lo que se denomina Jerarquía de Aprendizaje.

Ausubel (1980) también se opone al aprendizaje por descubrimiento propuesto por Bruner; define el aprendizaje como la adquisición y retención significativa de los contenidos o información relacionada con las asignaturas escolares. El término "significativo" se usa en dos vertientes. Primero, refiriéndose al proceso mismo de aprendizaje en el cual el contenido a ser aprendido es incorporado por el aprendiz, de una manera sustantiva, a su conjunto de conocimientos, relacionándolo con los conocimientos previamente existentes en su estructura mental. Segundo, refiriéndose a las cualidades del contenido que se debe aprender. Dicho contenido será potencialmente significativo en la medida en que sea relacionable con los conocimientos previos del aprendiz. La conjunción de la potencialidad significativa del material con su incorporación significativa a la estructura mental del aprendiz constituye el Aprendizaje Significativo.

Ausubel (1980) establece diferencias entre los diversos tipos de aprendizaje con la manifiesta intención de demostrar la superioridad de los métodos expositivos como procedimiento de enseñanza.

Los tipos de aprendizaje que Ausubel contrasta son: aprendizaje por recepción y aprendizaje por descubrimiento; aprendizaje significativo y aprendizaje memorístico. El aprendizaje por recepción se da cuando los contenidos y la estructura del material a ser aprendido son establecidos por el docente (o por quien está encargado de la instrucción); en este tipo de aprendizaje lo que debe ser aprendido es presentado al aprendiz en una forma más o menos acabada; este tipo de aprendizaje no requiere descubrimiento alguno por parte del aprendiz, sólo le es requerido que internalice el material o le incorpore a su estructura mental de modo que esté disponible para la reproducción u otro uso en fechas futuras; en cambio, en el aprendizaje por descubrimiento, el contenido principal de lo que debe ser aprendido no es dado sino que debe ser descubierto por el aprendiz antes que él pueda internalizarlo (Ausubel, 1980).

Debe evitarse la confusión de que aprendizaje por recepción es invariablemente igual a aprendizaje memorístico y que aprendizaje por descubrimiento es igual a aprendizaje significativo; tanto uno como otro puede ser memorístico o significativo, dependiendo de las condiciones bajo las cuales ocurra.

Ausubel se opone al aprendizaje por descubrimiento y a las técnicas de enseñanza que se basan en la resolución de problemas, señalando que éstas, al igual que una enseñanza expositiva pobre, pueden conducir a un aprendizaje memorístico. En cambio, una buena enseñanza expositiva, en la cual un profesor estructura y explica un tema relacionándolo significativamente con temas previamente aprendidos, puede dar lugar a un efectivo y eficiente aprendizaje.

Para que el aprendizaje, según Ausubel (1980), sea significativo deben darse las dos condiciones siguientes. Primera, el aprendiz debe poseer condiciones y actitudes tales que lo predispongan para enfrentar la tarea de aprendizaje con la manifiesta intención de aprender significativamente. Dichas condiciones son: intención de comprender el material de aprendizaje, aplicar el nuevo aprendizaje y relacionarlo con aprendizajes previos; traducción de la nueva información a una terminología consistente

te con su vocabulario propio; intento de evaluar cuán bien se ha comprendido la información. Sin embargo, la predisposición para aprender significativamente no siempre se presenta. De hecho, existen causas que hacen que muchos aprendices no estén predispuestos a realizar un aprendizaje significativo. Entre dichas causas pueden ser mencionadas las siguientes:

- a. fallas y frustraciones crónicas en las clases;
- b. profesores que sólo esperan que las definiciones sean repetidas al pie de la letra o que los pasos para resolver los problemas de tarea sean llevados a cabo en una secuencia estricta e inalterable o que las reglas sean aplicadas sin establecer su justificación.

La segunda condición que se debe dar para que el aprendizaje sea significativo es que el material a ser aprendido sea potencialmente significativo para el aprendiz; es decir, que sea relacionable con el conocimiento previamente adquirido. Lo que ha sido aprendido significativamente antes, constituye un "anclaje" en el cual puede "engancharse" el nuevo material. La potencial significatividad de un material depende, entre otros, de los factores siguientes:

- a. naturaleza del material a ser aprendido;
- b. la manera en la cual el docente estructura la presentación de los temas;
- c. la estructura cognitiva del aprendiz, es decir, la manera en la cual el aprendiz ha organizado sus conocimientos previos. Por otro lado, debe tenerse presente que así como hay factores que favorecen el aprendizaje significativo, existen algunos que lo entorpecen. Entre estos últimos tenemos:

1. la carencia por parte del aprendiz del nivel de desarrollo mental apropiado;
2. insuficiente motivación para aprender significativamente;
3. creencia, por parte del docente, de que sus listas de definiciones, reglas para resolver problemas y pasos para probar teoremas tienen la misma significatividad para él que para sus alumnos.

La figura 1 muestra cómo conciben el aprendizaje Bruner, Gagné y Ausubel.

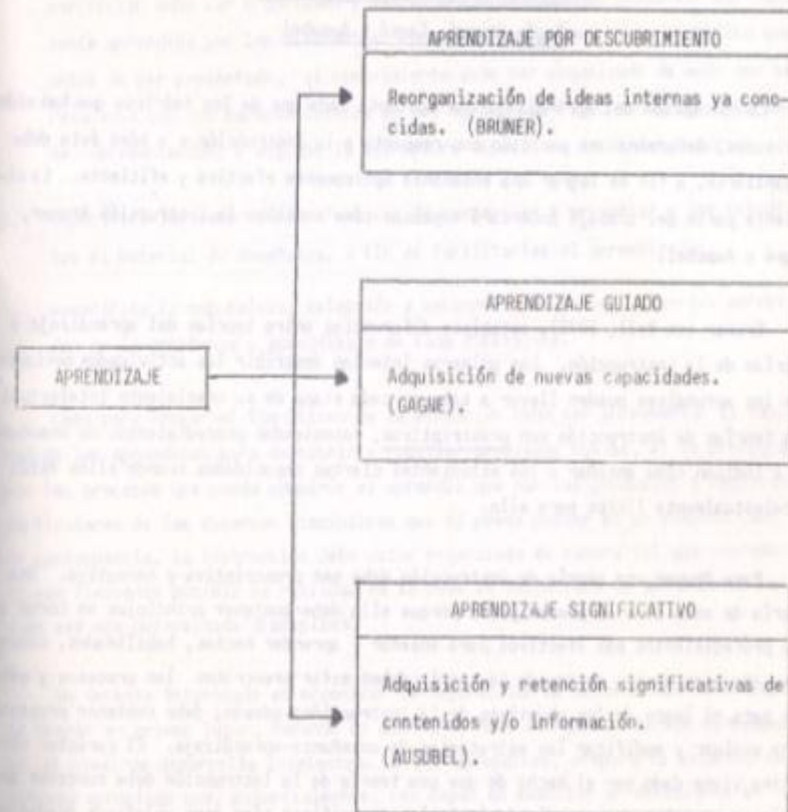


Figura 1: El Aprendizaje Según Bruner, Gagné y Ausubel

La Organización de la Instrucción

Según Bruner, Gagné y Ausubel

La concepción del aprendizaje que sustenta cada uno de los teóricos que han sido revisados, determina una posición con respecto a la instrucción y a cómo ésta debe organizarse, a fin de lograr una enseñanza óptimamente efectiva y eficiente. La siguiente parte del trabajo intentará explicar cómo conciben la instrucción Bruner, Gagné y Ausubel.

Bruner (en Bell, 1978), establece diferencias entre teorías del aprendizaje y teorías de la instrucción. Las primeras intentan describir las actividades mentales que los aprendices pueden llevar a cabo en cada etapa de su crecimiento intelectual; las teorías de instrucción son prescriptivas, recomiendan procedimientos de enseñanza e indican cómo enseñar a los estudiantes ciertas capacidades cuando ellos están intelectualmente listos para ello.

Para Bruner una teoría de instrucción debe ser prescriptiva y normativa. Una teoría de este tipo es prescriptiva porque ella debe contener principios en torno a los procedimientos más efectivos para enseñar y aprender hechos, habilidades, conceptos, etc.; es decir, dentro de la teoría deben estar prescritos los procesos y métodos para el logro de los objetivos de la instrucción; además, debe contener procesos para evaluar y modificar las estrategias de enseñanza-aprendizaje. El carácter normativo viene dado por el hecho de que una teoría de la instrucción debe contener objetivos generales de aprendizaje (metas) y especificar cómo esos objetivos pueden ser logrados.

El carácter prescriptivo de una teoría de instrucción es operacionalizado por Bruner en los términos siguientes. Se dice que una teoría de la instrucción es prescriptiva cuando:

1. especifica las experiencias que predisponen o motivan para aprender a los diferentes tipos de estudiantes. Especifica cómo factores tales como el ambiente, el estatus social, la infancia temprana, la autoimagen, etc. influyen en la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje;

2. especifica la manera en la cual el conocimiento general y cada disciplina en particular debe ser organizada y estructurada de modo que pueda ser más rápidamente aprendida por los diferentes tipos de estudiantes. Esto significa que, antes de ser presentado, el conocimiento debe ser organizado de modo que se relacione con las características de los aprendices (i.e. se adecúe a su modo de representación) y englobe la estructura específica de la asignatura;
3. especifica las maneras más efectivas de secuenciar y presentar a los estudiantes el material de enseñanza, a fin de facilitarles el aprendizaje;
4. especifica la naturaleza, selección y secuenciación de los refuerzos apropiados en la enseñanza y aprendizaje de cada disciplina.

Como para Bruner el fin último de la educación debe ser incrementar la habilidad de los aprendices para descubrir y resolver problemas nuevos, él se preocupará por los procesos que pueda adquirir el aprendiz que por los productos o resultados particulares de las diversas disciplinas que él pueda poseer en un momento dado. En consecuencia, la instrucción debe estar organizada de manera tal que reproduzca lo más fielmente posible la realidad en la cual se encontrará el aprendiz en relación con una determinada disciplina.

Un docente interesado en organizar la instrucción de acuerdo con la concepción de Bruner en primer lugar, tomando en cuenta el Modo de Representación correspondiente al nivel de desarrollo intelectual de los aprendices, prepararía material de enseñanza apropiado que, potencialmente, sea capaz de suscitar un desbalance en la estructura mental del sujeto que aprende. Luego, haría que los aprendices manipularan de muy diversas maneras (ordenándolos, descomponiéndolos, seriándolos, identificándolos) el material de enseñanza que les ha sido proporcionado. Durante la manipulación de material o a instancias del facilitador del proceso, los aprendices deberán darse cuenta o percibir la presencia de una incongruencia o alguna contradicción con lo que ellos han aprendido previamente. Esto es equivalente a la presentación de una situación desequilibrante, tal como lo propone Piaget, ya que el aprendiz, al ser enfrentado con una situación que no es directamente asimilable, pierde su equilibrio mental y debe modificar su estructura cognitiva a fin de restablecerlo de nuevo. Esta búsqueda de equilibrio obliga al aprendiz a extrapolar, relacionar, la nue-

va situación con sus conocimientos anteriores; formular, contrastar y verificar hipótesis; establecer las asociaciones necesarias; buscar los conceptos que hacen falta; y, finalmente, derivar las reglas para resolver el problema que crea el desequilibrio. El restablecimiento del equilibrio consiste en una reorganización interna de ideas previamente conocidas a fin de establecer un mejor ajuste entre aquellas ideas y la nueva situación a la cual el aprendiz ha tenido que acomodarse.

En resumen, para Bruner la instrucción debe organizarse de un modo tal que conduzca al alumno a descubrir por sí mismo lo que es relevante para resolver un problema, e incluso qué informaciones debe buscar o de qué habilidades debe proveerse. Este proceso puede ser facilitado mediante la provisión de múltiples ejemplos que ayuden al aprendiz a abstraer conceptos, reglas o principios.

Una experiencia de enseñanza aprendizaje desarrollada según las orientaciones que pueden deducirse de la concepción de la instrucción sostenida por Bruner seguiría la siguiente secuencia:

En relación con el docente.

1. elaborar material instruccional potencialmente problematizador;
2. proporcionar el material a los aprendices;
3. incitar a los aprendices a que perciban el problema.

En relación con los aprendices.

1. buscar solución al problema desarrollando una jerarquía de aprendizajes en sentido decreciente;
2. aportar la solución al problema;
3. aplicar conocimientos adquiridos a situaciones nuevas.

Ejemplificación de la teoría de Bruner

En función de lo señalado anteriormente, puede inferirse que, de acuerdo con Bruner, uno de los principales objetivos de la Educación Matemática es incrementar la habilidad de los aprendices para descubrir regularidades y similitudes entre ob

jetos matemáticos formalmente diferentes pero estructuralmente semejantes; así que para ejemplificar las ideas de Bruner se organizará una secuencia instruccional para el logro del siguiente objetivo

Descubrir los axiomas que dotan de estructura de grupo a un conjunto dotado de una ley de composición interna definida entre sus elementos.

EJEMPLO DE APLICACION DE LA TEORIA DE BRUNER

Planteamiento del problema

A lo largo de los estudios que ustedes han realizado hasta ahora se han familiarizado con conjuntos matemáticos de diversos índole: conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales, etc.); vectores (en el plano y en el espacio); matrices, etc. Cada uno de estos conjuntos ha sido dotado de una operación que permite relacionar dos o más elementos del conjunto. Algunas operaciones poseen ciertas propiedades que dotan al conjunto que les sirve de soporte de una configuración especial. Estas configuraciones se conocen con el nombre de estructuras y algunas de estas reaparecen insistentemente en los más diversos campos de la matemática. La noción de estructura juega un papel fundamental en la matemática; a través de ellas muchos conceptos de nuestra disciplina que aparentan ser inconexos resultan ser sólo casos particulares de un concepto más amplio e inclusivo. Una de las estructuras matemáticas que se presenta más frecuentemente en nuestros estudios matemáticos secundarios y en los primeros niveles de la educación superior es la estructura de grupo. ¿Puede tú decir cuáles son las propiedades que debe satisfacer una operación para dotar a su conjunto soporte de la estructura de grupo?

Te invitamos a que descubras por tí mismo esas propiedades. Para ello te proporcionaremos una serie de conjuntos de diversas naturalezas, algunos de los cuales son grupos pero otros no lo son. Con cada conjunto se ha asociado una regla para operar sus elementos. La idea es que encuentres las propiedades básicas que deben satisfacer las operaciones para dotar a su respectivo conjunto soporte de la estructura de grupo.

Ejemplos y no ejemplos del concepto a ser aprendido

A continuación encontrarás una serie de conjuntos dotados de sen das operaciones internas; algunas de estas parejas constituyen grupos, otras no lo son. Estudia las propiedades que cumplen las operaciones definidas en las parejas que son grupos y, constratañ dolas con las que cumplen las operaciones en las parejas que no son grupos, deduce cuáles propiedades debe cumplir una operación para que pueda dotar, a su correspondiente conjunto soporte, de la estructura de grupo.

Ejemplo de grupo

- $S = \{1, -1\}$ * = multiplicación entera
- $R = \{1, -i, i, -1\}$ T = multiplicación de números complejos
- $J = R^{2 \times 2}$ = matrices cuadradas de orden dos
+ adición de matrices

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

4. $R^2 = R \times R$ con $(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$

5. $S = \{1, 0\}$

*	0	1
0	0	0
1	0	1

No ejemplos de grupo

1. $N =$ números naturales * = adición de números naturales

2. $G = \{-1, 1, 0\}$

*	-1	1	0
-1	-1	0	0
1	-1	2	0
0	0	0	0

En cada caso combina, de acuerdo con la operación que se define, dos o más elementos. Algunas situaciones que se pueden dar son las siguientes:

- cuando se operan dos o más elementos, el elemento resultante puede pertenecer o no al conjunto soporte.
- un mismo elemento puede obtenerse operando otros elementos en varios órdenes distintos.
- los mismos elementos operados en órdenes diversos pueden dar resultados diferentes o resultados iguales.
- puede haber elementos que no afectan a ninguno de los otros.
- con cada elemento puede haber, o no, otro elemento que al ser operado con el primero produce como resultado un elemento que no afecta a ninguno de los demás.

¿Cuáles de las situaciones anteriores se dan en un grupo?

¿Qué nombre podría darse a cada propiedad?

¿Cómo podría representarse simbólicamente cada propiedad?

Si \mathbb{Z} es dada por $a \mathbb{Z} b = a + b - i$ donde a, b son números complejos, (\mathbb{Z}, \mathbb{Z}) será un grupo?

El proceso de instrucción, para Gagné, comienza con la siguiente interrogante: ¿qué es lo que se desea que el aprendiz sea capaz de hacer?; es decir, cuáles son las nuevas capacidades que el aprendiz debe adquirir. Estas capacidades deben ser establecidas específicamente y conductivamente y constituyen habilidades para ejecutar ciertas funciones bajo ciertas condiciones específicas. Cada capacidad que se aspira alcanzar es concebida como una conducta terminal y colocada en el vértice de lo que, eventualmente, será una pirámide. Una vez hecho lo anterior, se realiza un análisis de tareas de la capacidad a ser aprendida; este análisis debe responder a la cuestión siguiente: ¿qué debe conocer el aprendiz para poder lograr la nueva capacidad?. La respuesta determina los requisitos que la tarea requiere. Continuando con el análisis, se construye una Jerarquía de Aprendizaje; ésta constituye una descripción de las capacidades que el individuo necesita poseer o dominar para poder ser capaz de alcanzar los objetivos (capacidades) que están en el tope (vértice) superior de la Jerarquía de Aprendizaje.

Una vez completada la jerarquía de aprendizaje, se administran tests de diagnóstico para verificar en cuál nivel de la jerarquía se encuentra el aprendiz y cuáles aptitudes ya posee; a partir de ese nivel y recordándole las capacidades que ya posee, se le van enseñando las nuevas capacidades ubicadas en los niveles superiores de la jerarquía. Obsérvese que lo que está representado en la jerarquía no son informaciones que el sujeto debe tener o recibir sino habilidades intelectuales; luego, en la jerarquía están representadas las condiciones internas del aprendiz; como éstas no pueden ser manipuladas sino inferidas, debe recurrirse a controles externos; la instrucción va a consistir, entonces, en el planeamiento y control de esos eventos externos. La tarea del docente es planear, diseñar, seleccionar y supervisar estos eventos externos con el fin de activar el proceso de aprendizaje; luego, puede decirse que la instrucción es el arreglo de las condiciones de aprendizaje apropiadas, externas al aprendiz; estas condiciones incluyen la comunicación, verbal o por escrito, del docente con los alumnos para informarlos de los objetivos que ellos deben lograr, recordarle lo que ellos ya conocen, dirigir su atención y acciones y guiar su pensamiento y proveerles retroinformación sobre la calidad de su ejecución.

Las funciones que Gagné asigna a las condiciones externas del aprendizaje

son las siguientes: ganar y controlar la atención de los aprendices; informar al aprendiz lo que se espera de él; estimular la evocación de capacidades relevantes, requisitos previos; presentar los estímulos inherentes a la nueva capacidad; ofrecer o proporcionar una guía para el aprendizaje; hacer que el sujeto demuestre lo que aprendió (práctica adecuada); proporcionar retroalimentación; evaluar la ejecución; facilitar la retención y la transferencia del aprendizaje. Obsérvese el contraste entre este proceso totalmente guiado y controlado por el docente y la búsqueda libre de solución a los problemas que propone Bruner.

Un docente que desee desarrollar una secuencia de instrucción siguiendo los postulados que sostiene Gagné, debe cubrir las siguientes etapas: determinar la nueva capacidad que debe ser lograda; formular objetivos instruccionales; efectuar análisis de tareas a la capacidad involucrada en el objetivo; construir la jerarquía de aprendizaje correspondiente; evaluar requisitos; determinar discrepancias; desarrollar estrategias de nivelación; desarrollar la jerarquía de aprendizaje en sentido ascendente; exigir ejecución de la nueva conducta; confrontar ejecución con comportamiento esperado según conducta especificada en el objetivo; dar retroalimentación al aprendiz en relación con la calidad de su ejecución.

Ejemplificación de la Teoría de Gagné*

1. Nueva capacidad que debe ser lograda

OBJETIVO TERMINAL

Al concluir las experiencias de aprendizaje previstas en esta unidad de estudio, los alumnos serán capaces de construir ángulos cuyas medidas sean en cada caso, la suma o diferencia de medidas de pares de ángulos.

* Ejemplo aportado por la prof. Yaritza de González, Escuela Básica "Vicente Arvalo", Maracay.

2. Análisis de tareas a la capacidad involucrada en el objetivo

PRE-REQUISITOS

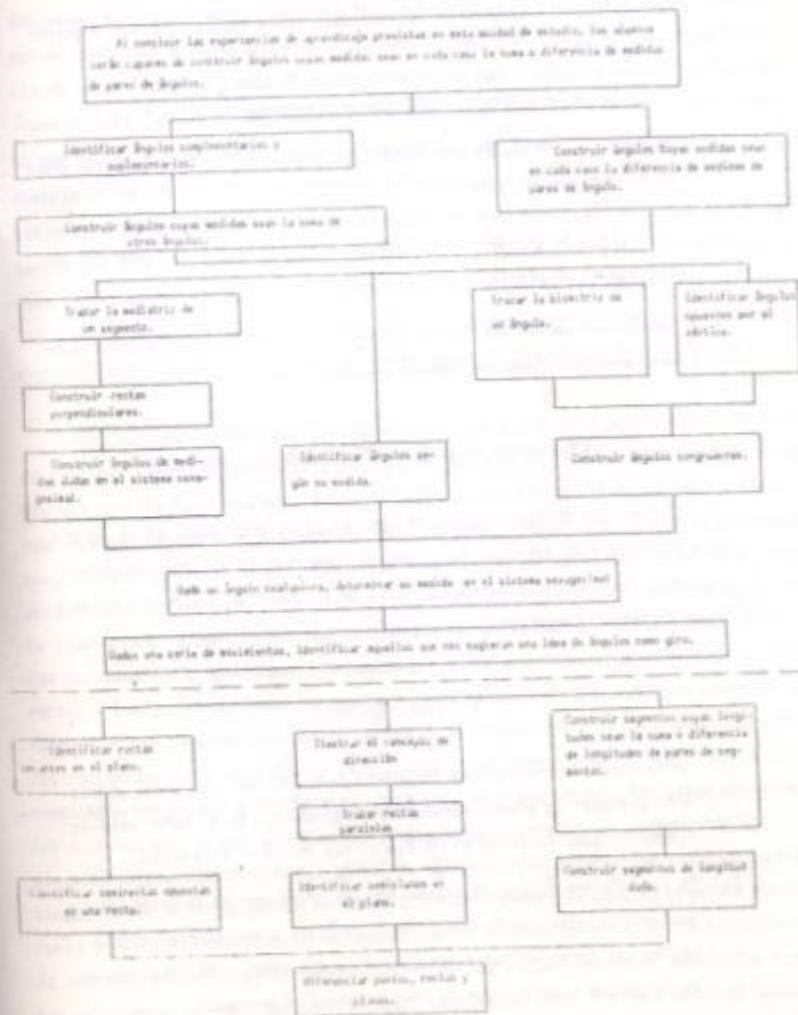
Para iniciarte en el estudio de este módulo debes haber logrado ante riormente los siguientes objetivos:

1. Diferenciar punto, recta y plano.
2. Identificar semirectas opuestas.
3. Identificar semiplanos en el plano.
4. Construir segmentos de longitud dada.
5. Identificar rectas secantes en el plano.
6. Trazar rectas paralelas.
7. Ilustrar el concepto de dirección.
8. Construir segmentos cuyas longitudes sean en cada caso la suma o diferencia de longitudes de pares de segmentos.

3. Construir Jerarquía de Aprendizaje

Ver figura N° 2

ANÁLISIS DE OBJETIVOS



4. Actividades de pre-evaluación

Para iniciar el estudio de esta unidad, debes cumplir con las siguientes actividades:

1. Solicita a tu profesor la prueba de pre-requisitos.
2. Responde la prueba de pre-requisitos siguiendo las instrucciones que en ella se especifican.
3. Solicita a tu profesor, información acerca de los resultados que obtuviste en la prueba de pre-requisitos.
4. Cumple con las tareas que te asigne el profesor para mejorar en aquellos aspectos donde obtuvistes fallas.

5. Actividades de evaluación de Conductas iniciales

Si crees que dominas algunos de los objetivos propuestos en la Jerarquía solicita a tu profesor la prueba de conductas iniciales; respóndela siguiendo las instrucciones que en ella se especifican y pídele a tu profesor la retroinformación de la misma.

6. Prescripciones

1. Si respondes correctamente la prueba de conductas iniciales, pídele a tu profesor la prueba sumativa y respóndela. Si al hacer esto no tienes ninguna falla no es necesario que estudies éste módulo.
2. En caso de que falles en algunas de las preguntas de la prueba de conductas iniciales, no te preocupes y dedícate a estudiar el módulo y podrás así aprender todos los objetivos del mismo. Al final responde la prueba sumativa que te proporcionará el profesor.

Ausubel coincide, en parte, tanto con Gagné como con Bruner. Al igual que Gagné, defiende la necesidad de una secuencia expositiva cuidadosamente guiada y, del mismo modo que Bruner, considera que la secuencia de instrucción debe comenzar por el punto más elevado de la Jerarquía de Aprendizaje. Sin embargo, se diferencia de ambos cuando no parte de la recordación de habilidades previamente adquiridas (como lo hace Gagné); ni deja libre a los aprendices para que busquen el conocimiento que les hace falta para resolver un problema (como Bruner). Para Ausubel, la secuencia de la instrucción debe comenzar con un organizador avanzado; es decir, un conjunto organizado de enunciados en un nivel de abstracción más alto que el del contenido que debe ser aprendido subsiguientemente; a través de estos organizadores previos se establece una especie de puente entre el contenido que debe ser aprendido y los conocimientos que ya posee el aprendiz. Los organizadores previos son enseñados expositivamente a los aprendices como primer paso de una unidad de instrucción.

Para Ausubel (1980) toda disciplina posee una estructura jerárquica de ideas en la cual las ideas más generales o inclusivas están en el tope de la estructura y cumplen una función "subsuntora"; es decir, dado su carácter genérico, abarcan a otras subideas más específicas o subordinables. Estos subsuntores son fundamentales puesto que, si no existiesen, el nuevo material tendría que ser aprendido en el vacío, mecánicamente o de memoria. Entre los nuevos contenidos y los conceptos subsuntores debe haber cierto grado de discriminabilidad a fin de evitar que éstos diluyan o absorban por completo a aquéllos y los nuevos contenidos se conviertan en conceptos diferentes a los que el aprendiz ya poseía. La discriminabilidad existente entre los subsuntores y las subideas que abarca genera un principio que rige la presentación de los contenidos a ser aprendidos; este principio se conoce como Principio de la Diferenciación Progresiva y consiste en presentar, en primer lugar, las ideas más generales e inclusivas de una disciplina y luego, progresivamente, ir presentando las ideas más específicas subordinables a aquellas. El principio anterior se complementa dialécticamente con el Principio de Reconciliación Integradora el cual se presenta cuando la nueva información adquirida es integrada con la información previamente existente en la estructura cognitiva; la reconciliación se logra cuando se hacen explícitas ciertas relaciones, se resaltan similitudes y semejanzas, etc. De este modo, el nuevo conocimiento, al englobar varias ideas o conceptos previamente adquiridos, puede trans-

formarse en un subsunor de nuevo tipo.

En función de los dos principios aludidos anteriormente, Ausubel propone el uso de los organizadores avanzados, éstos pueden consistir en un enunciado, una discusión o alguna otra actividad preliminar que introduce el nuevo material a un nivel de generalidad, inclusividad y abstracción mayor. Su principal función es la de establecer un enlace entre lo que el aprendiz ya conoce y lo que necesita conocer antes de aprender otros contenidos. Por su grado de generalidad e inclusividad, el organizador avanzado constituye un subsunor para el nuevo material a ser aprendido y, en consecuencia, prepara a los estudiantes para aprender significativamente al proporcionar a la estructura cognitiva del aprendiz un elemento con el cual pueda relacionar el nuevo contenido.

La secuencia que debe seguir la instrucción, de acuerdo con lo postulado por Ausubel, es la siguiente:

- presentación de los organizadores avanzados;
- presentación de la información nueva que debe ser aprendida;
- consolidación del conocimiento
- aplicación de los significados adquiridos.

Ejemplificación de la Teoría de Ausubel

Como ha sido expuesto, el objetivo básico de la educación, para Ausubel, es la adquisición y retención significativas por parte de los aprendices, de contenidos y/o información correspondiente a las diferentes asignaturas escolares. Para ejemplificar esta teoría, se desarrollará un tema de álgebra con un objetivo semejante al que se utilizó con la teoría de Bruner; en este caso el objetivo es el siguiente:

Reconocer si un conjunto dotado de una ley de composición interna es o no un grupo.

Organizador Previo

A lo largo de los estudios que ustedes han realizado hasta ahora se han familiarizado con conjuntos matemáticos de diversos índoles. Cada uno de ellos ha sido dotado de una operación que permite relacionar dos o más elementos del conjunto. Algunas operaciones poseen ciertas propiedades que dotan al conjunto que les sirve de soporte de una configuración especial. Estas configuraciones se conocen con el nombre de estructura y las hay de muy variados tipos; algunas de estas estructuras reaparecen insistentemente en los más diversos campos de la Matemática. Esta noción juega un papel unificador fundamental; a través de ella muchos conceptos que, aparentemente, no tienen conexión alguna entre sí, han resultado ser sólo casos particulares de otros conceptos más amplios e inclusivos.

Información Nueva que se debe Aprender

Cuando se estudian los números enteros dotados de la operación de Adición, se observa que:

- si se suman dos números enteros el resultado es otro número entero.
- si se suman tres números enteros siempre se obtendrá el mismo resultado independientemente del orden en que sean sumados dichos elementos.
- cuando se suma 0 a cualquier número entero éste no se altera.
- con cada número entero se puede asociar otro número entero que, sumado con el anterior, de como resultado 0.

Estas cualidades no son exclusivas del conjunto de los números enteros y de su adición, por el contrario, pueden encontrarse en otros conjuntos muy diversos. La configuración que la adición (+) propor-

ción al conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}) se conoce con el nombre de Estructura de Grupo. ¿Qué es un grupo? Un grupo consta de un conjunto $G \neq \emptyset$ dotado de una operación binaria, X , que satisface las propiedades siguientes:

1. $a \times b \in G, \forall a, b \in G$
2. $(a \times b) \times c = a \times (b \times c), \forall a, b, c \in G$
3. $\exists ! e \in G / a \times e = e \times a = a, \forall a \in G$
4. $\forall a \in G, \exists b \in G / a \times b = b \times a = e$

Se puede comprobar que $(\mathbb{Z}, +)$ es un grupo ya que $+$ satisface las propiedades anteriormente enumeradas. Otros ejemplos de grupo son los siguientes:

Ejemplo 1 $(\{i, -i, 1, -1\}, \cdot)$

Ejemplo 2 $(\{0, 1\}, *)$ con

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Ejemplo 3 $(\mathbb{R}^{2 \times 2}, \cdot)$

Ejemplo 4 $(\{1, -1\}, *)$ con

*	1	-1
1	1	-1
-1	-1	1

Ejemplo 5 $(\mathbb{Z}, *)$ donde $a * b = a + b + 3, \forall a, b \in \mathbb{Z}$

Para comprobar que un par $(G, *)$ es un grupo, debe mostrarse que la operación $*$ satisface todas las propiedades 1., 2., 3. y 4.

Un detalle que debe ser observado es el siguiente: en el grupo $(\mathbb{Z}, +)$ se cumple que $a + b = b + a, \forall a, b \in \mathbb{Z}$ pero en el grupo de las matrices invertibles de orden dos con la operación de multiplicación de matrices no se cumple esa propiedad. Luego, existen algunos grupos que poseen una propiedad adicional según la cual el orden en el

que se efectúa la operación no afecta al resultado. Esta propiedad recibe el nombre de propiedad conmutativa y los grupos que la poseen son denominados grupos abelianos, nombre éste dado en homenaje al matemático noruego Niels H. Abel (1802 - 1829).

Vemos así que entre los grupos pueden ser distinguidos algunos que poseen propiedades particulares. Los grupos abelianos son un ejemplo. Hay otros. Si se observa nuevamente al grupo $(\mathbb{Z}, +)$ puede notarse que cualquiera de sus elementos puede ser obtenido a partir de 1. Los grupos que poseen un elemento que sirve para generar todos los demás elementos del conjunto soporte se llaman grupos cíclicos.

Hay otra variante de los grupos que se expresa en función de la cardinalidad del conjunto soporte, si éste tiene un número finito de elementos (como es el caso del grupo mencionado en el Ejemplo 1) recibe el nombre de grupo finito, en caso contrario, se llaman grupos infinitos.

La importancia de la estructura de grupo puede ser resaltada observando los siguientes ejemplos:

- a. $(\mathbb{R}, +)$ \mathbb{R} = números reales $+$ = adición usual en \mathbb{R}
- b. $(G, *)$ $G = \{1, 2, 3, \dots, p-1\}$
 $*$ = resto de la división por p del producto de los dos factores
- c. (G, \circ) G = rotaciones de centro el origen de coordenadas
 \circ = composición de funciones

Como se ve, estos conjuntos pertenecen a diferentes campos de la Matemática. El primero puede ubicarse en la rama del Análisis, el segundo en la teoría de números y el último en la geometría analítica;

sin embargo, todos ellos poseen la misma estructura de grupo, todo lo que sea conocido sobre ésta puede aplicarse en campos tan aparentemente disfales como los que han sido mencionados.

Luego, la teoría de los enteros módulo p se acerca a la de los desplazamientos en el plano y a la de las matrices cuadradas de orden dos. Así que, multiplicar, módulo p , tres números enteros entre 1 y $(p-1)$, es equivalente a componer tres rotaciones de centro el origen de coordenadas ó multiplicar tres matrices de orden dos.

Una vez que se han mencionado las propiedades de un grupo, des tacado su importancia, diferenciado diversos tipos y mostrado su ca rácter unificador dentro de la Matemática, se proponen a continuación varios ejercicios que tienen por finalidad consolidar la noción de grupo y mostrar la diversidad de ramas de la matemática que pueden vincularse a través de ella.

Ejercicios de Consolidación

Verificar que cada una de las siguientes parejas es un grupo.

1. R^+ = números reales positivos $a * b = 2ab, \forall a, b \in R^+$

2. C = números complejos $a \times b = a + b - i, \forall a, b \in C$

3. $R^I = \{f/ f: [0, 1] \longrightarrow R\} (F+g)(x) = f(x) + g(x)$

4. R^n = n-uplas de números reales

$$(x_1, \dots, x_n) + (y_1, \dots, y_n) = (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$$

5. Formar el conjunto de todas las simetrías y rotaciones del trión gulo equilátero que lo transforma congruentemente y considerar como operación binaria la composición de funciones.

BIBLIOGRAFIA

Ausubel, David. Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México. Editorial Trillas 1980.

Bell, Frederick Teaching and learning Mathematics (In Secondary Schools). Iowa, USA: Wm. C. Brown Co., 1978.

Gagné, Robert. Las condiciones del aprendizaje 3a. edición, México: Editorial Interamericana, 1979.