

Escenarios de exploración de conexiones matemáticas

Javier García-García

(Universidad Autónoma de Guerrero. México)

1. Introducción

Las conexiones matemáticas son un tema vigente en la agenda de la investigación en el área de la Educación Matemática. Su importancia radica, entre otras cosas, porque favorecen la integración del conocimiento y la interdisciplinariedad, son útiles para resolver problemas de aplicación y problemas no matemáticos, además de que son fundamentales para lograr la comprensión matemática. En ese sentido, hacer conexiones matemáticas es importante porque favorece que las Matemáticas sean vistas como un campo integrado y no como una colección de partes separadas, que es como la ven los estudiantes (Evitts, 2004; Jaijan & Loipha, 2012) y como es frecuentemente presentada cuando es objeto de enseñanza-aprendizaje. Por tanto, es imprescindible que los profesores faciliten la construcción de conocimientos conectados en el salón de matemáticas (NCTM, 2014).

Hacer conexiones matemáticas permitiría identificar y establecer relaciones entre los problemas, en cuanto a lenguaje matemático y registro de representación semiótica se refiere, y reconocer los contextos (conceptual y global) de los problemas, de manera que permita una influencia mutua dando lugar a respuestas coherentes asociadas a los problemas (Garbín, 2005). Koestler, Felton, Bieda y Otten (2013) indican que, si los estudiantes pueden hacer esto, estarán en mejores condiciones para desarrollar una comprensión más rica y profunda del problema, así como entender a las Matemáticas como un conjunto de conocimientos integrados. Para ello, se requiere que las prácticas docentes conciban al conocimiento matemático relevante, relacional y transferible.

Hoy día, las conexiones matemáticas son una demanda actual de los currículums de diversos países (Estados Unidos de Norteamérica, Sudáfrica, México, Australia, Turquía, España, entre otros) y han sido estudiadas desde diversas perspectivas (Haciomeroglu, Aspinwall & Presmeg, 2010; Mhlolo, Venkat & Schäfer, 2012; Jaijan & Loipha, 2012; Moon, Brenner, Jacob & Okamoto, 2013; Eli, Mohr-Schroeder & Lee, 2011). Las pocas investigaciones existentes sobre conexiones matemáticas están centradas en su mayoría en los profesores en formación o en servicio, por ejemplo, Mhlolo et al. (2012) y Jaijan & Loipha (2012) exploran la naturaleza y la calidad de las conexiones matemáticas que promueven los profesores en álgebra. Sin embargo, la revisión de la literatura educativa indica que existen pocas investigaciones que atienden esta línea; pero como señala Boaler (2002), el acto de observar relaciones y establecer conexiones matemáticas es un aspecto clave del trabajo matemático en sí mismo. Por tanto, consideramos que las conexiones matemáticas se han constituido en una línea de investigación por sí misma que debe ser tomada en cuenta tanto por docentes como por investigadores. Por ello, este escrito plantea como objetivo establecer escenarios de exploración de conexiones matemáticas como línea de investigación.



2. ¿Qué son las conexiones matemáticas?

La literatura indica que la comprensión matemática está determinada por la capacidad del estudiante para hacer conexiones matemáticas (Hiebert & Carpenter, 1992). Por tanto, para examinar la comprensión matemática que un estudiante pueda lograr, explorar las conexiones matemáticas que realice, además de la calidad de éstas es un buen indicador (Boaler, 2002; Berry & Nyman, 2003). De esta manera, consideramos que la habilidad de hacer conexiones matemáticas sirve como puente y son fundamentales para lograr la comprensión matemática en los estudiantes. Para Hiebert et al. (1997) hay dos procesos cognitivos que son claves en los esfuerzos de los estudiantes para lograr cierta comprensión: la reflexión y la comunicación. Los resultados de investigaciones propias como García (2018) y García-García y Dolores-Flores (2018) reportan que esos mismos procesos son esenciales cuando se establecen conexiones matemáticas.

En la literatura educativa no existe consenso respecto de lo que significa conexión matemática. Sin embargo, hay esfuerzos que apuntan a su caracterización. Asimismo, hay acuerdos en que hacer conexiones matemáticas entre distintos dominios matemáticos y, entre éstas con diversas disciplinas y con situaciones de la vida real es una meta frecuentemente establecida para la educación matemática (Evitts, 2004). Esto es así, porque como Boaler (2002) señala, establecer conexiones matemáticas no es algo que los estudiantes necesiten saber, sino que es algo que necesitan hacer. Por ejemplo, para De Gamboa y Figueiras (2014) las conexiones matemáticas son como “redes de enlaces que coordinan definiciones, propiedades, técnicas y procedimientos para construir interconceptos. Dichos enlaces son vínculos lógicos y coherentes entre representaciones” (p. 340).

En cambio, Singletary (2012) las concibe como característica fundamental de las matemáticas, es decir, como parte de una disciplina conectada por naturaleza; como producto de la comprensión y; como parte del proceso de hacer matemáticas. Por su parte, Eli et al. (2011) señalan que una conexión matemática puede ser vista como un enlace en el que se utiliza el conocimiento previo o nuevo para establecer o fortalecer la comprensión de la relación(s) entre dos o más ideas matemáticas, conceptos o representaciones dentro de una red mental. Sin embargo, basados en la literatura que explora conexiones matemáticas, así como en investigaciones propias (García, 2018; García-García & Dolores-Flores, 2018), asumimos que las conexiones matemáticas implican un proceso cognitivo a través del cual una persona establece una relación verdadera entre dos o más ideas, conceptos, definiciones o teoremas entre sí, con otras disciplinas o con situaciones de la vida real (García-García & Dolores-Flores, 2018). Estas se exteriorizan y son identificadas a través de argumentos orales o gestuales que desarrollan los estudiantes cuando resuelven tareas específicas.

La literatura reconoce la existencia de conexiones intramatemáticas que se manifiestan cuando se vinculan los conceptos matemáticos entre sí y conexiones extramatemáticas que se presentan cuando se relacionan conceptos matemáticos con los conceptos de otras disciplinas o con situaciones de la vida real (Dolores & García-García, 2017; ver Figura 1).

2.1 Tipologías de conexiones matemáticas

Con base en resultados propios –guiados por el análisis temático– se han construido a partir de los datos (consultar a García (2018) y, García-García y Dolores-Flores (2018)) las categorías de conexiones matemáticas representadas en la Figura 1. Enseguida se describen brevemente.

- **Procedimental:** Se manifiesta cuando se hace uso de reglas, algoritmos o fórmulas que se establecen de manera predeterminada, dentro de un registro semiótico, para llegar a un resultado.

- **Representaciones diferentes:** Es identificada cuando los estudiantes expresan un mismo concepto matemático utilizando representaciones diferentes como algebraico-gráfico, verbal-algebraico, algebraico-gráfico, etc. llamadas representaciones alternas o bien, transformando una representación a otra dentro de un mismo registro, por ejemplo: algebraico-algebraico, gráfico-gráfico, etc. llamadas representaciones equivalentes.
- **Característica:** Emerge cuando los estudiantes identifican para los conceptos matemáticos algunas características o propiedades. Es importante en el momento de identificar diferencias y semejanzas entre ellos, entre simbologías matemáticas, entre sus representaciones o para identificar cierto orden en que puedan efectuarse algunos cálculos.
- **Reversibilidad:** Esta tipología de conexiones matemáticas emerge cuando los estudiantes son capaces de apreciar relaciones bidireccionales entre conceptos matemáticos, es decir, pueden partir de un concepto A para llegar a B e invertir el proceso partiendo de B para regresar a A.
- **Significado:** Se manifiesta cuando los estudiantes le atribuyen un sentido a un concepto matemático en tanto lo que para ellos es (que lo hace diferente de otro) y lo que representa; puede incluir la definición que ellos han construido para estos conceptos. Es diferente de la conexión matemática característica porque no se describen propiedades ni cualidades. En su lugar, los estudiantes expresan lo que para ellos es el concepto matemático en sí que puede incluir su contexto de uso, así como su definición.
- **Parte-todo:** Se exterioriza siempre que los estudiantes establezcan relaciones lógicas entre los conceptos matemáticos, ya sea de generalización (entre casos generales y particulares) o de inclusión (cuando un concepto matemático está contenido en otro).
- **Modelado:** Se presenta cuando el estudiante, partiendo de un problema en contexto o de la vida real, construye un modelo matemático para darle solución.

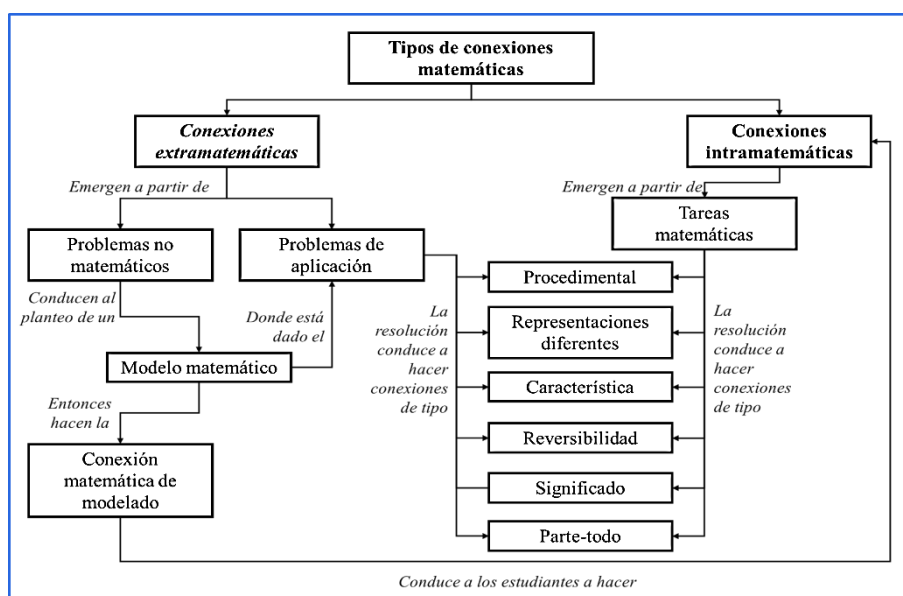


Figura 1. Tipologías de conexiones matemáticas (Tomado de García, 2018, p. 166).

La investigación en educación matemática puede validar estas tipologías, pero, también, podría incluir otras categorías aun no identificadas.



3. ¿Hacia dónde orientar la investigación sobre conexiones matemáticas?

Con base en resultados propios y en la revisión de la literatura especializada, los escenarios de exploración de conexiones matemáticas son:

- Las conexiones matemáticas que tanto estudiantes como profesores manifiestan al resolver tareas que corresponden a distintos dominios matemáticos.
- Las conexiones matemáticas presentes en libros de texto escolares de matemáticas y, aquellas que se promueven en los planes y programas de estudio.
- Las conexiones matemáticas que los docentes promueven en su práctica docente cuando gestionan la enseñanza de distintos conceptos matemáticos.
- Desarrollar intervenciones docentes que ayuden a desarrollar en los estudiantes la habilidad de usar conexiones matemáticas en distintos dominios matemáticos y extramatemáticos.
- Las creencias que tanto estudiantes como profesores le atribuyen al uso e importancia de las conexiones matemáticas y su percepción sobre el papel que juegan en la enseñanza-aprendizaje.
- Construir y validar un marco de referencia para estudiar la comprensión matemática a partir de las conexiones matemáticas.

4. Reflexiones finales

Las conexiones matemáticas son fundamentales para lograr la comprensión matemática y, por ende, el aprendizaje en la clase de Matemáticas. Sin embargo, posibilitarlas exige un compromiso del profesor para cambiar su práctica en el aula, además de promover el trabajo colectivo e interdisciplinario en los estudiantes. Exige de ellos hacer explícitas las conexiones matemáticas en el aula para promover su uso, esto demanda conocimientos didácticos para reorganizar los contenidos matemáticos propuesto en los planes y programas de estudio trabajando y construyendo la relación entre ellos. Asimismo, necesitan conocimientos de otras disciplinas para reconocer el uso de las Matemáticas en ese contexto.

Si los estudiantes hacen conexiones matemáticas en el proceso de aprendizaje, además de mejorar su comprensión matemática estarán en mejores posibilidades para resolver tareas matemáticas de manera consistente, así como modelar fenómenos de la vida real vinculando conceptos matemáticos con los de otras disciplinas. Una vía para lograrlo es desarrollar propuestas de intervención docente que partan de resultados de investigaciones asociadas a distintos dominios matemáticos. Por tanto, contribuir en la línea de investigación cuyos escenarios se han trazado previamente, promete resultados importantes para incorporarlos al aula que se traduzca en una mejora en la gestión de la enseñanza-aprendizaje.

Bibliografía

- Berry, J. & Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 479–495.
- Boaler, J. (2002). Exploring the nature of mathematical activity: using theory, research and 'working hypotheses' to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 3–21.
- De Gamboa, G. y Figueiras, L. (2014). Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 337–344). Salamanca: SEIEM.

- Dolores, C. & García-García, J. (2017). Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: un Estudio de Casos en el Nivel Superior. *Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 158–180.
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J. & Lee, C. W. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 23, 297–319.
- Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula*. Unpublished dissertation, Pennsylvania State University College of Education.EE.UU.
- Garbín, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 169–193.
- García, J. (2018). *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero, México. Disponible en https://www.researchgate.net/profile/Javier_Garcia-Garcia4
- García-García, J. & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252. DOI: 10.1080/0020739X.2017.1355994
- Haciomeroglu, E., Aspinwall, L. & Presmeg, N. (2010). Contrasting cases of calculus students' understanding of derivative graphs. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 152–176.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research of mathematics teaching and learning* (pp. 65–79). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A. & Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Jaijan, W. & Loipha, S. (2012). Making Mathematical Connections with Transformations Using Open Approach. *HRD Journal*, 3(1), 91–100.
- Koestler, C., Felton, M. D., Bieda, K. N. & Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM Process Standards and the CCSSM Practices*. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mhlolo, M. K., Venkat, H. & Schäfer, M. (2012). The nature and quality of the mathematical connections teachers make. *Pythagoras*, 33(1). Recuperado de <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v33i1.22>
- Moon, K., Brenner, M. E., Jacob, B. & Okamoto, Y. (2013). Prospective secondary mathematics teachers' understanding and cognitive difficulties in making connections among representations. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(3), 201–227.
- NCTM. (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics: United State of America.
- Singletary, L. M. (2012). *Mathematical connections made in practice: an examination of teachers' beliefs and practices*. Unpublished dissertation. The University of Georgia. United States of America.

Javier García-García. Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro). Chilpancingo, Guerrero, México. Doctor en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por la UAGro. Ha sido ponente en múltiples congresos nacionales e internacionales y ha publicado diversos artículos en revistas especializadas en el campo de la Educación Matemática. Sus principales líneas de investigación se centran en las conexiones matemáticas en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y en el currículum; creencias y concepciones de profesores y estudiantes sobre las matemáticas, su enseñanza-aprendizaje y la evaluación y; la educación matemática en la diversidad cultural. E-mail: jagarcia@uagro.mx

