

# LA REFLEXIÓN DEL PROFESOR SOBRE LA MATEMÁTICA ESCOLAR. HACIA UNA CARACTERIZACIÓN EN LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

Mayra A. S. Báez Melendres, Rosa María Farfán Márquez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

[mbaez@cinvestav.mx](mailto:mbaez@cinvestav.mx), [rfarfan@cinvestav.mx](mailto:rfarfan@cinvestav.mx)

## Resumen

*El siguiente avance de investigación expone el tema de la reflexión docente. La necesidad de propuestas que orienten este proceso es una cuestión que aún hoy se refleja en diversos trabajos de la comunidad, especialmente si el objeto de reflexión es la matemática misma. Bajo esta problemática, se plantea una postura teórico-metodológica que resalta la necesidad de considerar al saber matemático escolar como variable de reflexión docente. Para ello, se ha tomado a la Socioepistemología que tiene como eje de sus investigaciones la problematización del saber matemático. Así, el objetivo que nos proponemos es caracterizar la reflexión del profesor de matemáticas sobre el saber matemático escolar, específicamente, nos referiremos a la proporcionalidad.*

**Palabras Clave:** Reflexión docente, Matemática escolar, Socioepistemología, Proporcionalidad.

## Introducción

Estudiar el pensamiento del profesor de matemáticas ha significado abordar sus creencias y concepciones, sus conocimientos sobre la materia y prácticas como la reflexión, ya que son consideradas fundamentales para la mejora de la práctica docente. Sin embargo, existe una fuerte suposición sobre el proceso reflexivo y su significado, dejando esta práctica a la experiencia e intuición. Este debate pone sobre la mesa una cuestión, la posibilidad y necesidad de aprender a reflexionar como un proceso continuo más que acabado, y como parte de una profesionalización permanente.

En la literatura se observa que las investigaciones sobre la reflexión del profesor de matemáticas se han centrado en describir y caracterizar las reflexiones de los profesores de matemáticas sobre las acciones que realizan para la enseñanza, antes, durante y después de una intervención de aula (Parada, 2009); sobre lo que significa ser un profesional reflexivo (Zeichner, 1982); sobre el desarrollo profesional docente (Tzur, 2001); y, la influencia e impacto del proceso reflexivo sobre la práctica (Kwon y Orrill, 2008; Binti, 2010). Sobre la base de la dirección que han tomado los trabajos anteriores, reconocemos que la investigación sobre la

reflexión del profesor ha estado relacionada principalmente con aspectos didácticos y pedagógicos, que no pierden relevancia pero que nos marca un tema a consideración: la reflexión sobre la matemática escolar.

Para Jaworski (2014), la matemática en sí misma no ha sido objeto de reflexión para la disciplina. La autora reconoce la importancia de los estudios que se han realizado sobre la reflexión pero plantea una interrogante fundamental para la Matemática Educativa en el tema del desarrollo del pensamiento del profesor: la matemática como objeto de reflexión del profesor. De esta manera, queremos poner interés en la reflexión sobre la matemática como producto de la confrontación de significados, conocimientos, creencias y valoración de la enseñanza respectiva, con el fin de identificar las características de esa forma de reflexión y su desarrollo.

Considerado de naturaleza mental, la reflexión es reconocida como fundamental de la práctica docente desde los trabajos de John Dewey como una actividad intencional, crítica, metódica, un examen profundo de aquello de lo que se tiene duda o preocupación (Dewey, 1989). Esto indica que deben existir condiciones particulares para orientar la reflexión. Sin embargo, reflexionar sobre la matemática parece no tener mucho sentido cuando este conocimiento ha alcanzado una legitimidad universal en su estructura y conceptualización, así que tales condiciones de duda generalmente no son sorteadas para la matemática, menos si nos ubicamos en un ambiente educativo, donde estructuras como el currículo, los libros y las reformas hacen valer tal universalidad y hegemonía. Esto acentúa una cultura del desarrollo del pensamiento matemático limitada.

Destacando nuestro interés por la formación de docentes de matemáticas, ubicamos esta problemática en dicha población, por tanto, nos preguntamos por cómo se desarrollan las reflexiones cuando el objeto de reflexión es la matemática escolar, en este caso, la proporcionalidad; qué significa reflexionar sobre este saber bajo la postura teórica que cultivamos; cómo provocar estas reflexiones en los profesores de matemáticas, con el fin de hacer una ruptura en la forma de concebir y abordar la matemática.

Configuramos así el siguiente objetivo general: caracterizar la reflexión del profesor de matemáticas sobre la proporcionalidad escolar. Es decir, nos interesa identificar cómo el profesor de matemáticas reflexiona sobre la proporcionalidad (que enseña, que sabe) ante un escenario de confrontación de significados, conocimientos, argumentos, asociados a ese saber. Entre las preguntas que queremos abordar se encuentran: 1) ¿Qué reflexiones sobre la proporcionalidad se configuran en un escenario de confrontación? 2) ¿Qué elementos, dimensiones y niveles se revelan en las reflexiones de este tipo? 3) ¿Qué papel juega el saber

matemático escolar, la proporcionalidad, en la generación de reflexiones y la profundidad de las mismas?

La hipótesis principal del estudio que hasta ahora hemos conformado es que la reflexión sobre el saber matemático escolar genera condiciones para *resignificar* el saber, contribuyendo al cambio de relación al saber, y alcanza a modificar las creencias y concepciones asociadas a las matemáticas, modificar las actitudes del profesor hacia el continuo aprendizaje e intentar mejorar su práctica de enseñanza. Tales condiciones tienen que ver con instrumentos, argumentos, significados y conocimientos. En otras palabras, decimos que la reflexión sobre el saber matemático escolar construye andamios que profesionalizan al docente.

A continuación se expondrán algunos elementos que consideramos fundamentales para la comprensión y continuación de este texto, que dibujan la base de las nuevas configuraciones de la reflexión (pensamiento crítico matemático).

### **Antecedentes**

La reflexión es una herramienta para mejorar la práctica docente (Dewey, 1989; Schön, 1998; Binti, 2010; Tzur, 2001; Sánchez, 2010). Ya sea por el estudio de las creencias y concepciones, el análisis de la práctica a través de diversos instrumentos como los videos, el análisis de lecturas, la interacción entre pares, el análisis de experiencias de clase, etc., la reflexión tiene como propósito mejorar o modificar la enseñanza. El proceso indica que cuando alguien reflexiona, se produce una tensión o alteración en los significados, las actitudes, los sentimientos, las acciones pasadas, las creencias, de tal manera que se construyen condiciones (razones, instrumentos, conocimientos) para la toma de decisión, la nueva acción (Binti, 2010; Chapman, 2008; Sánchez, 2010). Dicho de otro modo, se construye una *razón de hacer*.

En cuando a su conceptualización, identificamos tres características comunes a las posturas sobre la reflexión: es un proceso cognitivo, genera la toma de conciencia, tiene como propósito la acción (Dewey, 1989; Tzur, 2001; Perrenoud, 2004; Zeichner; 1993; Kilpatrick, 1985; Sañudo, 2006; Sánchez, 2010). Cada una de ellas constituye un elemento que la define, y que acentúa su naturaleza cognitiva.

Al respecto de tales características, queremos enfocarnos en una reflexión de tipo sociocultural, como mencionan Edward y Thomas (2010): “la reflexión también es de naturaleza social”, resaltando los aspectos culturales, históricos y sociales que intervienen en el desarrollo del pensamiento reflexivo, sin omitir su dimensión cognitiva.

En esta tónica, Radford (2006) menciona que el pensamiento es más que una actividad mental, donde los *artefactos* culturales son parte integral de éste, así el

pensamiento guarda una estrecha relación con los *objetos* (cursivas propias). El desarrollo del pensamiento entonces no es ajeno o distante de los aspectos culturales sino que existe una influencia biunívoca que alimenta un modo de desarrollo. Lo anterior alude a una construcción de significados culturales que norman en cierta manera el desarrollo del pensamiento, y por tanto, determinan el tipo de relación con los objetos.

La toma de conciencia es una característica de tal importancia que “no se puede cambiar la práctica sin antes conocerla, no imaginarla ni suponerla” (Campechano, 2006, p. 71), ya sea que la conciencia se provoque o surja inesperadamente de la situación a la que se enfrenta el individuo. Según Perrenoud (2004), la toma de conciencia se provoca por disponer al individuo ante situaciones que le exigen modificar sus esquemas. Lo anterior alude a una acción de conocer y reconocer los conocimientos e inferir las acciones para el cambio.

Por otro lado, para Freire (1982), la toma de conciencia abre paso a la *concientización*, es decir, a un proceso de acción cultural a través del cual las mujeres y los hombres despiertan a la realidad de su situación sociocultural, avanzan más allá de las limitaciones y alienaciones a las que están sometidos, y se afirman a sí mismos como sujetos conscientes y co-creadores de su futuro histórico. Entonces, la concientización implica un *apoderarse de la realidad* (Freire, 1982), es decir, una ruptura de fronteras para ser partícipes de la creación de nuevo conocimiento. Así, el acto de tomar conciencia adquiere mayor sentido y significado cuando se inserta en un proceso de acción cultural.

La tercera característica de la reflexión es que tiene como propósito la acción (Dewey, 1989; Schön, 1998). Dado un proceso de toma de conciencia, y una actitud de cambio, supone natural el paso a la acción. Sin embargo, es preciso resaltar que esta implicación no es inmediata. Perrenoud (2004) hace hincapié en que la toma de conciencia podría quedarse solo en el hecho de ser conscientes sobre algo sin necesariamente modificarlo, pero también resalta las posibilidades de acción cuando el individuo dispone de una actitud favorable. Lograr esto a través de la toma de conciencia es un paso significativo en el proceso de transformación del individuo. De esto, construimos el supuesto de que la inmersión en una acción cultural potencia el surgimiento de condiciones para la acción.

En el caso de las matemáticas, Mingüer (2006) afirma que todos tenemos una *cultura matemática* pero limitada pues ésta es considerada coloquialmente “como el bagaje de conocimientos matemáticos que un individuo posee” (p. 1). En su ampliación de la noción de cultura matemática refiere a ella como “el acervo de prácticas sociales vinculadas con la actividad matemática: el saber erudito, los conocimientos matemáticos escolares, las ideas, creencias, y prácticas de uso de las

matemáticas, que acompañan la vida de todo individuo” (p. 61). En esto, resalta la influencia cultural en la construcción de conocimientos, y en la forma específica de ver el mundo y de relacionarse con él.

Es por lo anterior, que consideramos a la reflexión como un proceso social, que no excluye lo individual, sino que produce formas particulares de desarrollo del pensamiento y de la acción en un contexto. Así, el estudio de las reflexiones relacionadas con un saber matemático tendrá que considerar los asuntos sociales, históricos y culturales no solo de la persona sino del saber mismo y los aspectos vinculados a él, que permitan entender la relación del individuo con éstos y el desarrollo de su pensamiento.

### **Aspectos Teóricos**

Partimos de considerar al profesor como un profesional cuyo paradigma actual de la enseñanza de la matemática lo ha obstaculizado en el desarrollo de prácticas docentes situadas que consideren aspectos funcionales, transversales y culturales del saber matemático escolar. Éstos no son del todo ajenos al profesor, pero el paradigma bajo el cual se abordan opaca otros aspectos del saber matemático y limita las posibilidades de la práctica docente.

La postura que adquirimos para realizar este estudio es de naturaleza social, no sólo por la participación y organización de los individuos, sino por el carácter social de la matemática, que se conjugan en la actividad humana cuando los individuos construyen conocimiento matemático. Nos referimos a la Socioepistemología (Cantoral, 2013). Esta postura plantea que el actual *discurso matemático escolar* (dME), producto de una transposición didáctica, produce restricciones en la formación y profesionalización del profesor, por ejemplo, al imponer un solo tipo de argumentos, significados y procedimientos asociados a los conocimientos matemáticos (Soto, 2010), que se posicionan como elementos normativos de la práctica docente.

Es a través de la *descentración* del objeto matemático que se busca romper con la hegemonía que produce el dME, con el fin de hacer del objeto una entidad funcional con valor de uso (Cantoral, 2013, p. 46). Esto implica encontrar y reconocer las prácticas y otras propiedades asociadas a él, opacadas por el dME. Para hacer frente a dicho fenómeno, esta postura se plantea la *problematización del saber matemático*, que articula las cuatro dimensiones con el objetivo de generar condiciones para el aprendizaje dentro y fuera del aula, permitiendo así un nuevo tratamiento y difusión del saber, esto es, una manera diferente de relacionarse con el saber matemático (Reyes, 2014).

### **Reflexión docente y Socioepistemología**

Esta postura sienta una base para orientar las reflexiones hacia la matemática escolar, tomando como punto de partida la problematización de la misma. En este sentido, la noción de *confrontación* toma un papel fundamental al producir una toma de conciencia del *saber matemático escolar* en el profesor, esto es, lo que sabe, lo que enseña y cómo lo enseña, en otras palabras, nos referimos al saber matemático escolar como aquel que vive o se forma en la escuela. Esto quiere decir que además del profesor, los libros de texto, las evaluaciones, el currículo constituyen otros discursos del saber matemático escolar.

El escenario de confrontación es provocado por una puesta en escena donde el objeto matemático en cuestión no es el centro de las reflexiones, y se fundamenta por una previa problematización del saber. La confrontación consiste entonces en poner en evidencia otros significados y formas asociadas a un saber matemático, y resaltar las limitaciones bajo las cuales vive el saber matemático escolar, que influye sobremanera en el desarrollo del pensamiento matemático y el pensamiento crítico, por ejemplo. Por lo que el análisis de las reflexiones en esta perspectiva teórica hacia el saber matemático escolar permitirá comprender cómo se orientan y desarrollan las reflexiones, cómo los profesores modifican/evolucionan sus interacciones con el conocimiento y el papel que juegan otros significados del saber matemático escolar en la generación de tales reflexiones.

### **Aspectos metodológicos**

La investigación busca estudiar cómo se configuran las reflexiones de los profesores cuando se confronta significados, argumentos o procedimientos hacia la proporcionalidad. Por tanto, situamos la investigación de corte cualitativo cuyo método a utilizar será el estudio de casos. Para Merriam (1998), el caso de estudio concentra la atención en la manera en que un grupo particular de personas confronta problemas específicos, tomando una perspectiva holística de la situación. De esta manera la consideración del contexto es de importancia fundamental, ya que particulariza el *cómo* del caso de estudio. Así, pondremos el foco en estudiar la manera en que los profesores aborden la situación de confrontación.

Esto induce a que nos interese también conocer con cierta agudeza otros aspectos que influyen en el pensamiento del profesor, como las creencias y concepciones hacia la enseñanza de la matemática en general y la proporcionalidad en particular, la manera de verse como profesional docente, sus motivaciones, el modo de interacción con su contexto y la manera en que él mismo aprende matemáticas.

Dado lo anterior, se requiere conocer con profundidad a la población de estudio, profesores de matemáticas de nivel secundaria. Un primer acercamiento a los

resultados de estudio consistirá en trabajar con profesores que de antemano han participado en un proyecto de profesionalizante configurado bajo la postura teórica socioepistemológica. Para esto, realizamos una entrevista clínica semiestructurada que pretende obtener información de tres categorías: sus experiencias más significativas del proyecto pasado, aspectos contextuales y formativos, y sobre la proporcionalidad que saben y enseñan.

En la categoría de la proporcionalidad, hemos diseñado cinco actividades que buscan la confrontación con la proporcionalidad. Al respecto de esta noción matemática, se han realizado estudios de corte socioepistemológico (Reyes, 2011) que nos brindan una base epistemológica para el diseño de las actividades. Considerando las cuatro dimensiones de la teoría, el estudio ha arrojado lo siguiente respecto a la proporcionalidad:

- Dimensión social: importa el carácter práctico, histórico, funcional, situacional.
- Dimensión epistemológica: la esencia de la proporcionalidad radica en la relación entre magnitudes que se mantiene constante.
- Dimensión didáctica: la enseñanza privilegia y reconoce solo algunos modelos de pensamiento.
- Dimensión cognitiva: se reconocen distintos modelos de pensamiento proporcional.

En este sentido, la naturaleza epistemológica de la proporcionalidad radica en un significado relacional y no procedimental como se difunde en situación escolar. Este avance, considera también los seis modelos de desarrollo del pensamiento proporcional presentados por Reyes (ídem): Modelos Cualitativo, Modelo Aditivo Simple, Modelo Aditivo Compuesto, Modelo Multiplicativo, Modelos Inter y Modelo Intra. Éstos no se presentan en el pensamiento del individuo de manera organizada, pero cada uno conforma una parte del pensamiento proporcional desde nuestra postura teórica.

Respecto al Modelo Cualitativo, éste alude sobre todo a expresiones que se usan para referirnos a una situación de proporcionalidad “a más, más; a menos, menos”, y se considera que es suficiente y es válida para cualquier tipo de situación proporcional. Más aún, este tipo de expresiones se asocian a gráficas de tipo lineal sin analizar su carácter proporcional. Al respecto presentamos la siguiente Actividad:

Relaciona cada gráfica con una frase, siempre que sea posible.

a) A más, más.  
b) A menos, menos.

The image contains four coordinate planes, each with a grid. The top-left plane shows a straight line with a positive slope, passing through the origin (0,0) and the point (2,2). The top-middle plane shows a straight line with a negative slope, passing through the y-axis at (0,3) and the x-axis at (1,0). The top-right plane shows a curve that starts at approximately (-4, 0.5) and curves downwards and to the right, passing through (0,0) and (1,-1). The bottom-right plane shows a straight line with a positive slope, passing through the origin (0,0) and the point (1,2).

Gráfico 1.

En la puesta piloto que hemos hecho de esta actividad con profesores, ha resultado controversial el hecho de poder asociar la frase “a menos, menos”, por ejemplo, con una gráfica que es no lineal. Esta respuesta es la primera que se da antes de realizar un análisis detenido del problema, lo cual nos indica que la primera asociación gráfica a la frase es de tipo lineal. Más significativo aún, ha sido el hecho de poder asociar la frase “a más, más” a gráficas lineales que no son proporcionales.

Este primer acercamiento nos indica que la primera respuesta (reacción, gesto, comentario) de los profesores es de vital importancia para identificar los significados de la proporcionalidad a través de tales asociaciones y comprender cómo son sus reflexiones respecto a esta noción matemática.

La actividad busca posteriormente, profundizar en otros aspectos como las características de las gráficas que representan una situación de proporcionalidad, el significado de los puntos, el significado de *lo constante*, el sentido de la asociación (en una gráfica podrían asociarse de manera simultánea ambas frases, sin embargo la respuesta adecuada responde al problema, no al comportamiento gráfico), métodos de comprobación de la proporcionalidad. Estos planteamientos conducen a confrontaciones sobre la proporcionalidad escolar, pues se abordan conocimientos que son parte de ese saber pero que están opacados por las diferentes formas del discurso.

## Comentarios finales

Hasta este momento hemos expuesto nuestro problema, la postura que tomaremos para estudiar la reflexión y la base teórica que lo sustentará. Los avances metodológicos representan nuestro estado actual de la investigación: el diseño y validación de los instrumentos a la luz de los resultados que sobre proporcionalidad se han obtenido en el marco de la socioepistemología en este primer acercamiento.

Desde nuestro punto de vista, estudiar la reflexión desde la perspectiva planteada permitirá a los profesores entrar en un proceso apropiación del saber y de reflexión crítica constante, con el fin de crear condiciones (argumentos, instrumentos, estrategias, etc.) que les permita modificar sus acciones sobre la enseñanza de la proporcionalidad y profundizar en su aprendizaje de las matemáticas.

Desde el punto de vista de la profesionalización docente, y dada la hipótesis de estudio, consideramos que problematizar el saber matemático escolar arrojará resultados de naturaleza distinta para estudiar el desarrollo del pensamiento matemático del profesor.

## Referencias

- Binti, S. (2010). An exploration of mathematics teachers' reflection on their teaching practices. *Asian Social Science*, 6(5), 147-152.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social de conocimiento*. España: Gedisa.
- Campechano, J. (2006). Elementos para interpretar los significados de las acciones en las prácticas educativas. En R. C. Perales (coord.), *La significación de la práctica educativa*. (pp. 19-53). México: Paidós.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona: Paidós.
- Freire, P. (1982). *La educación como práctica de la libertad*. México: Siglo XXI.
- Jaworski, B. (2014). Reflective practitioner in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia in Mathematics Education*, (pp. 529-532). DOI 10.1007/978-94-007-4978-8
- Kilpatrick, J. (1985). Reflection and recursion. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 1-26.
- Kwon, N.Y. & Orrill, Ch. H. (2008). A comparison study of a teacher's reflection. In O. Figueras, J.L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 352). Morelia, México: PME.

- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. Jossey-Bass Publishers.
- Mingüer, (2006). *Entorno Sociocultural y cultura matemática en profesores de nivel superior de educación. Estudio de caso: el Instituto Tecnológico de Oaxaca: Una aproximación socioepistemológica* (Tesis de doctorado). Centro de investigación y ciencia aplicada y tecnología avanzada del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.
- Parada, S. (2009). *Reflexión sobre la práctica profesional: actividad matemática promovida por el profesor en su salón de clases* (Tesis de maestría inédita). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona: Graó.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa, número especial*, 103-129.
- Reyes-Gasperini, D. & Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 360-382. doi: 10.1590/1980-4415v28n48a14
- Reyes-Gasperini, D. (2011). Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas (Tesis de maestría). Centro de Investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional, D.F, México.
- Sánchez, M. (2010). *How to stimulate rich interactions and reflections in online mathematics teacher education?* PhD Dissertation. Department of Science, Systems and Models, IMFUFA. Roskilde University. ISSN: 0106-6242
- Sañudo, L. E. (2006). El proceso de significación de la práctica como sistema complejo. En R. C. Perales (coord.), *La significación de la práctica educativa*, (19-53). México: Paidós.
- Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica* (Tesis de maestría). Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, D.F., México.
- Schön, D. (1998). *La Formación de Profesionales Reflexivos*. España: Paidós.
- Tzur, R. (2001). Becoming a mathematics teacher-educator: Conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259-283.
- Zeichner, K. (1993). El maestro como profesional reflexivo, *Revista de Pedagogía*, 220, 44-49. Barcelona: Fontalba.