

EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA: UN ENFOQUE PARA LA APROPIACIÓN DE APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS SOBRE FUNCIONES EN TERCER AÑO MEDIO

Alexis Pérez Roa, Nicole Vásquez Olave, Francisco Toledo Oñate Salvador Alarcón, Irma Lagos Herrera
Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles

Resumen: Se propone la aplicación del enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) en la enseñanza de funciones a estudiantes de tercer año medio de un liceo municipal de la comuna de Los Ángeles, como una alternativa que les facilite, el desarrollo de habilidades de matematización y de resolución de problemas contextualizados, lo que podría contribuir a aumentar la actitud positiva y la motivación, junto con disminuir la ansiedad hacia las Matemáticas.

EMR, funciones, matematización, realista, contexto

INTRODUCCIÓN

A pesar de los esfuerzos institucionales por mejorar el rendimiento en Matemática, Chile tiende a mantener sus bajos resultados, junto con la brecha social y de género. Si nos situamos en los procesos de matematización, el panorama es aún peor, pues la mayoría no ha logrado construir las herramientas necesarias para asumir los desafíos de la vida en la sociedad moderna (Resultados de Chile en Pisa, 2012). Pareciera entonces que la enseñanza escolar de las Matemáticas va en distinta dirección que lo que se evalúa en Pisa. En la mayoría de los casos, por no decir todos, en las escuelas primero se formaliza el conocimiento a enseñar y luego se lo aplica en la resolución de ejercicios que, en general, están contruidos exclusivamente para la aplicación directa del concepto aprendido, sin ningún tipo de transformación.

Una forma de superar la mecanización es el enfoque de la EMR, a modo de co-construir los procesos de matematización.

La educación matemática realista, principios teóricos

Este enfoque se basa en las ideas y postulados de Hans Freudenthal (1905-1990), matemático y educador alemán que desarrolló la mayor parte de su trabajo en Holanda. En la EMR, la matemática debe ser conectada con la realidad, permanecer cercana a los estudiantes y ser relevante para la sociedad, a fin de constituirse en un valor humano.

Ideas Centrales de la Educación Matemática Realista

Para Freudenthal, la matemática es una actividad humana, potencialmente al alcance de todas las personas; un proceso de organización y estructuración del mundo real denominado matematización.

Desde el punto de vista didáctico, la enseñanza debe ofrecer a los estudiantes la oportunidad de reinventar las ideas y herramientas matemáticas a partir de matematizar situaciones problemáticas contextualizadas, en interacción con sus pares y bajo la cuidadosa guía del docente. El foco de la educación matemática no se encuentra en la matemática como un

sistema cerrado, sino en la actividad de matematización, que necesita de la fenomenología didáctica, que es la búsqueda de fenómenos, situaciones, problemas, o manifestaciones de la vida real en las que un tema u objeto matemático aparece o se aplica naturalmente.

Principios de la EMR

Principio de Actividad: La matemática es una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola.

Principio de Realidad: Si la matemática surge como Matematización (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esa realidad. No solo lo real existente, sino también lo imaginable.

Principio de Reinención Guiada: La educación matemática debe dar a los alumnos la oportunidad mediada por el o la docente de reinventar la matemática (no la crean, ni descubren, sino que reinventan modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas con un proceso similar al que usaron los matemáticos al inventarlas).

Principio de Niveles: Las estrategias informales y nociones intuitivas puestas en juego por los y las estudiantes en la resolución de situaciones realistas deben progresar hacia niveles de mayor formalización y esquematización en un proceso denominado matematización progresiva, proceso que se presenta en dos dimensiones:

- **Matematización Horizontal:** Organizar y resolver una situación en contexto utilizando las herramientas matemáticas disponibles (sentido común, intuición, experiencia previa, observación, etc.), convertir un problema textual en uno matemático.
- **Matematización Vertical:** Reorganizaciones y operaciones dentro de la matemática misma (usando estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, rigorización, etc.). Los estudiantes transitan por distintos niveles de comprensión, relacionados con el uso de estrategias, modelos, lenguaje y esquemas de distinta jerarquía cognitiva. Los niveles propuestos por la EMR son: situacional, referencial, general y formal.

Principio de Interacción: Las interacciones verticales (docente-alumno) y horizontales (entre alumnos) posibilitan la reflexión para alcanzar niveles mayores de comprensión matemática.

Principio de Interconexión: Surge la necesidad de integrar distintos ejes de la matemática y promoviendo el uso de un amplio y variado rango de comprensiones y herramientas matemáticas.

Por cierto, el enfoque EMR requiere de una formación inicial docente y continua coherente con dicho enfoque, como se viene haciendo en Europa hace un tiempo (Alsina, Á., 2007, 2009), en que los equipos de formadores pongan en práctica la pirámide de situaciones de enseñanza de Alsina (2010) desde las situaciones cotidianas, matematización del entorno. Generar cambio de enfoque implica dificultades (Doorman, M. et al., 2007).

PROPUESTA METODOLÓGICA

La población de estudio son estudiantes de tercer año medio de un liceo municipal científico-humanista de la comuna de Los Ángeles. La intervención didáctica se aplicará en septiembre y octubre de 2016, para presentar las conclusiones en diciembre del mismo año. La propuesta metodológica consiste en crear escenarios de aprendizaje en donde el estudiante tiene la libertad de formar sus propias estrategias para responder a las preguntas planteadas, los alumnos analizan de forma colaborativa una situación (como la propuesta en el cuadro 1), utilizan su sentido común y conocimientos matemáticos previos para organizarla (proceso de matematización vertical), se sigue una interacción global donde el profesor guía el desarrollo de los estudiantes, limitándose solo a entregar preguntas clave, comentar aportes de otros alumnos, guiar la interacción alumno-alumno y motivar el uso de diversas áreas matemáticas (geométrica, numérica, algebraica, etc.); de acuerdo a los principios de la EMR (Bressan, 2016) y a las experiencias disponibles (Van den Heuvel-Pauinzen, M., 2009; Doorman, M. et al., 2007; Cetina, Villa-Ochoa, J.; Cabañas-Sánchez, G., 2015; Rey, G.; Boubée, C.; Sastre, P. y Cañibano, A., 2009; Gallego, M. y Pérez, S., 2013).

En las cercanías del colegio “Pablo Neruda” se encuentran dos lugares de impresión y fotocopiado: el “Cibercafé Tío Pancho” y “Fotocopias Margávila”. La descripción de precios se encuentra en los letreros:

CIBERCAFÉ “TIO PANCHO”
Computador (media hora) → \$200
Impresiones → \$10

¿Cuánto cuesta imprimir 5, 10, 15 y 20 páginas en cada lugar?, ¿Cuál alternativa te parece más económica?, ¿En qué circunstancias imprimir en el “Cibercafé Tío Pancho” es la alternativa más económica?, ¿Puedes graficar las alternativas de impresión, y obtener desde allí la alternativa más económica?, ¿Existe algún modelo matemático o función que permita representar los costos de imprimir una cantidad x de páginas, para cada una de las opciones?, ¿Cómo son los conjuntos Dominio y Recorrido de estas funciones?, ¿En qué se diferencian estas funciones gráficamente?

FOTOCOPIAS “MARGÁVILA”
Fotocopias e impresiones → \$15
Por ambos lados → \$14

Alberto canceló \$800 por un trabajo, ¿Cuántas hojas y dónde las imprimió?, ¿Existe alguna función que permita determinar el número de páginas impresa, sabiendo el dinero que se pagó, en cada una de las tres alternativas de impresión?

Cuadro 1. Situación realista orientada al aprendizaje del concepto de función, función lineal y afín.

Frente a la situación del Cuadro 1, en un primer momento, los estudiantes pueden asumir que la impresión en el “Cibercafé Tío Pancho” es la más económica, pues se paga menos por cada hoja, pero el análisis numérico propuesto en un comienzo les permite descubrir que no hay una “opción siempre más económica”, se hace necesario distinguir bajo qué condiciones cada una de las opciones es la más económica. Hasta este instante solo se ha trabajado con conceptos bien ligados a la situación: cantidad de hojas y dinero a pagar.

Pasando a un Nivel Referencial, graficar la cantidad de hojas en relación con el precio permite que el alumno reconozca el crecimiento proporcional de las variables involucradas, y así hacer corresponder una recta a cada función, analizando los puntos de intersección se pueden distinguir tres intervalos del dominio donde cada una de las opciones es la más barata. Se debe tener la precaución con los conjuntos Dominio y Recorrido. Aquí se nota el hecho de que en el Nivel General se desprende de la situación, y se trabaja con modelos para situaciones similares. Luego, situándose en el Nivel Formal, se les solicita a los estudiantes determinar el Dominio, Recorrido y la función inversa.

El trabajo en aula es colaborativo, tanto del grupo de trabajo, como del grupo curso, las interacciones entre los estudiantes de un grupo o aquellas que sean mediadas por el docente para hacer una discusión global son oportunidades para reflexionar acerca de las propias producciones de cada estudiante.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que los y las participantes en la experiencia de EMR logren desarrollar sus habilidades de matematización. Se trata de promover el avance de los estudiantes en la comprensión de las matemáticas (Van der Van den Heuvel-Pauinzen, M., 2009), específicamente de las funciones; junto con aumentar su motivación hacia la asignatura y disminuyan su ansiedad.

Referencias

- Alsina, Á.(2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119- 127). Santander: SEIEM.
- Alsina, Á.(2010). La «pirámide de la educación matemática» Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa* • núm. 189 • febrero 2010:12-16
- Dialnet-ElAprendizajeRealistaUnaContribucionDeLaInvestigac-3628654.pdf
- Bressan, A. et Ali. (2016). *Educación Matemática Realista, Bases teóricas*. Extraído de <http://gpdmatematica.org.ar/>
- Bressan, A. (2005). *Los principios de la educación matemática realista*. Extraído de <http://gpdmatematica.org.ar/>
- Cetina; M.; Villa-Ochoa, J. y Cabañas-Sánchez, G. (2015) Análisis de una situación de Modelación de lo cuadrático desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista
- Gallego, M. & Pérez, S. (2013). *Aportes realistas a la educación matemática*. Desde la Patagonia Vol. 10 N° 16 (pp. 12-19).
- Doorman, M.; Drijvers, P.;Dekker, T.; Van den Heuvel-Panhuizen,M.; De Lange, J.&Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM Mathematics Education* (2007), 395), 405-418. doi:10.1007/s11858-007-0043-2
- Rey, G.; Boubée, C.; Sastre, P. y Cañibano, A. (2009). *Ideas para enseñar*. Aportes didácticos para abordar el concepto de funciones. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática
- Van den Heuvel-Pauinzen, M. (2009). *El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje*. Correo del Maestro N° 160: Certidumbres e Incertidumbres (pp. 36-44).