ASIMILACIÓN OBLITERADORA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

Samuel Souza Meira*
prof.samuelmeira@gmail.com
Gianete Dutra Meira*
gianete@gmail.com
Ana Lucia Manrique**
analuciamanrique@gmail.com
*Universidade do Estado da Bahia, Brasil.
**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), Brasil

Recibido: 07/12/2016 **Aceptado:** 8/02/2017

Resumen

Este artículo tiene que ver con el recuerdo (retenção) y el olvido en el proceso de aprendizaje del Calculo. Aquí se reporta un estudio desarrollado sobre aprendizaje significativo y asimilación oblietradora, en el contexto de la enseñanza de Cálculo I, en un Curso de Licenciatura en Matemática de una universidad pública brasilera. En dicho estudio se analiza el proceso de asimilación obliteradora a partir de los resultados obtenidos por estudiantes en el proceso de evaluación del aprendizaje en lo que se refiere al contenido de derivada. Fueron utilizadas pruebas (testes) a lo largo del período del estudo y se analizaron los resultados de dos estudiantes. Aunque se evidenciaron procesos de compensación, a lo largo del curso de Licenciatura, los resultados en este estudio señalan que los conceptos previos son elementos esenciales para la organización de la enseñanza y el aprendizaje significativo.
Palabras Clave: Asimilación Obliteradora. Aprendizaje significativa. Derivada.

OBLITERATIVE SUBSUMPTION IN DIFFERENTIAL CALCULUS LEARNING PROCESS

Abstract

This article deals with retention and forgetting in calculus learning process. The present study was carried out on meaningful learning and obliterative subsumption based on a university subject named Calculus I in a Mathematics major course in a Brazilian public university. It analyzes the obliterative subsumption process from the students' results which were obtained through the assessment learning process about derivative principles. Two pupils were randomly chosen to be studied throughout the study period. Although are apparent the compensation processes, throughout the course, the results indicate that the previous concepts are essential for teaching planning and meaningful learning.
Keywords: Obliterative subsumption; Meaningful learning; Derivative.

ASSIMILAÇÃO OBLITERADORA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DIFERENCIAL

Resumo

Este artigo trata da retenção e do esquecimento no processo de aprendizagem do Cálculo. Apresenta um estudo desenvolvido sobre aprendizagem significativa e assimilação obliteradora, no contexto do ensino de Cálculo I, em um Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira. E analisa o processo de assimilação obliteradora a partir dos resultados obtidos por estudantes no processo de avaliação da aprendizagem, no que se refere o conteúdo de derivada. Foram utilizados testes ao longo do período do estudo e analisados os resultados de dois estudantes. Embora se evidenciem processos de compensação, ao longo do curso de Licenciatura, os resultados nesse estudo apontam que os conceitos prévios são elementos essenciais para a organização do ensino e a aprendizagem significativa.

***Palavras chaves*:** Assimilação obliteradora; Aprendizagem significativa; Derivada.

Introdução

Esta pesquisa aborda a retenção e o esquecimento no processo de aprendizagem do Cálculo Diferencial. Tem como objetivo analisar a assimilação obliteradora no processo de aprendizagem de Cálculo Diferencial de discentes do Curso de Licenciatura em Matemática, no Campus IX da Universidade do Estado da Bahia - UNEB. Foi utilizado como referencial teórico a Teoria de Assimilação de Ausubel para analisar e interpretar os resultados apresentados pelos aprendizes, no sentido de compreender como se relacionam as novas ideias potencialmente significativas com o material de ensino e as ideias relevantes ancoradas, existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, e como essas ideias interagem e os resultados dessas interações.

Este trabalho foi desenvolvido a partir de um recorte do estudo realizado por Meira (2015), utilizando como fonte de informações os resultados de três questões dos testes aplicados, no processo de ensino e aprendizagem do Componente Curricular de Cálculo, de estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, referente ao conteúdo de Derivada.

Estabelecemos como questão norteadora para este presente estudo: Quais elementos interferem no processo de assimilação, especificamente na retenção e no esquecimento, que ocorre no processo de aprendizagem significativa de conteúdos do Cálculo Diferencial?

A relevância deste estudo consiste na possibilidade de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino ao ampliar o conhecimento sobre a aprendizagem de Cálculo e, mais especificamente, sobre conteúdos de derivadas, bem como em elucidar o processo de assimilação obliteradora, que interfere no processo de aprendizagem.

Realizamos uma revisão de possíveis referenciais relativos a temática deste estudo, utilizando o SISB – Sistema de Bibliotecas, o Banco de Teses e Dissertações da CAPES e o sítios de busca de produções acadêmicas, sobre pesquisas envolvendo o ensino de Cálculo, com enfoque em derivadas, com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, mas, não encontramos nenhum estudo que trata especificamente da relação do ensino de derivadas e Assimilação Obliteradora.

Localizamos, apenas, alguns estudos relativos ao ensino de derivadas que utilizam como referencial teórico a concepção de aprendizagem significativa, na perspectiva da Psicologia Cognitiva de David Paul Ausubel (1918-2008). Evidenciando-se, nestes estudos, o interesse em ampliar a compreensão do processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo matemático de derivadas, não contemplando, no entanto, a investigação sobre a retenção e esquecimento no processo de aprendizagem.

Pagani e Alevatto (2014) realizaram um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil, que foram abordados o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, em que, dentre os vinte e oito trabalhos que tiveram acesso, localizaram nove pesquisas no enfoque específico de derivadas. Mas, entre estas investigações indicadas, ao examinarmos cada uma delas, identificamos que os estudos de Rilho (2005) e de Sangoi (2010) utilizam como referencial a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel diretamente. Como também observamos que os outros estudos, tais como de André (2008), de Barbosa (2009), de Pinto (2008) e de Pinto (2010), fundamentaram-se em Teorias Cognitivas, concepções de aprendizagem matemática, desenvolvida por David Tall e Shlomo Vinner, na perspectiva da compreensão do pensamento matemático, em que se evidenciam a influência da Teoria de Ausubel e seus colaboradores, sem, contudo, enfocarem o processo de assimilação obliteradora.

Constatamos, ainda, mais alguns estudos que pesquisaram o ensino de derivadas na perspectiva de aprendizagem significativa.

Almeida e Viseu (2002), pesquisadores da Universidade de Minho, Portugal, investigaram as dificuldades de estagiários de Matemática em interpretar e relacionar os gráficos de uma função e suas derivadas. Confirmam neste estudo a importância de se abordar, sempre que possível, no processo de ensino, os conceitos matemáticos através das suas diferentes representações, por meio de abordagem numérica, analítica e gráfica do conceito de derivada, visando relacionar as diferentes formas de representação, de modo a evidenciar o seu significado e a tornar a aprendizagem significativa. Destacaram também que, para a aprendizagem do conceito de derivada, a visualização parece desempenhar um papel importante, em particular, na compreensão de relações e de significados implícitos.

Ricaldoni (2014), com base em David Tall, em sua pesquisa relata que os resultados apontam que as atividades cognitivas envolvidas na construção e interpretação de gráficos com o uso de *softwares* contribuíram para a formação e lapidação de imagens conceituais de derivadas de funções reais, no sentido do desenvolvimento do pensamento matemático avançado, promovendo uma aprendizagem significativa.

Ferrão e Manrique (2014) investigaram a utilização de mapas conceituais como elemento sinalizador de uma aprendizagem significativa de conceitos de derivada e constataram a predominância da representação gráfica e simbólica no ensino de derivadas, bem como, que a aprendizagem dos estudantes é bastante restrita à aplicação de regras e procedimentos.

Junqueira e Manrique (2015) investigaram experiências de estudantes na construção do conhecimento sobre o tema derivada por meio de mapas conceituais. Constataram que os estudantes iniciam a construção do conhecimento de derivadas pelas técnicas de derivação, embora apontem que não foi essa a única abordagem a que os estudantes foram expostos durante o processo de formação. Também foram apontados aspectos que remetem à superficialidade do conhecimento construído em aulas de Cálculo 1.

Embora esses estudos tenham em comum o processo de ensino e aprendizagem de derivada, o enfoque do processo de assimilação obliteradora não foi contemplado em nenhum deles.

Referencial Teórico

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) e Ausubel (2003), a aprendizagem significativa é um processo em que uma nova informação se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do aprendiz. Essa nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específico chamado de 'subsunçor', existente na estrutura cognitiva do aprendiz, sendo o 'subsunçor' um conceito, uma ideia, uma proposição que já existe na estrutura cognitiva, que serve de 'ancoradouro' para novas informações, de forma que tenham significado para o aprendiz.

Quando novas informações 'ancoram-se' em conhecimentos relevantes (subsunçores), que já existem na estrutura cognitiva, ocorre uma aprendizagem significativa. Dessa forma, conceitos, novas ideias, proposições são aprendidas significativamente na medida em que outras ideias, conceitos, proposições relevantes e inclusivas, estejam claras e disponíveis na estrutura cognitiva do aprendiz, as quais funcionam como ponto de ancoragem para as anteriores. Assim, há *"um processo de interação onde os conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material, servindo de ancoradouro, incorporando-o e assimilando-o e ao mesmo tempo modificando-se em função dessa ancoragem"* (Moreira, 1999, p.11).

Segundo Ausubel (2003), o processo de assimilação, que ocorre na aquisição e retenção de significados, também implica no mecanismo de esquecimento, visto que os conceitos mais extensos, estabelecidos e diferenciados, ancoram-se em novas ideias e informações que favorecem sua retenção. Contudo, o significado de novas ideias, durante determinado tempo, tende a ser assimilado ou reduzido pelos significados mais estáveis e de ideias já estabelecidas. O estágio obliterador da assimilação, então, começa após a aprendizagem, e novas ideias ocorrem de forma natural e progressivamente, tornando-se dissociáveis da estrutura cognitiva de modo a não ser mais possível repetir. Por isso, se diz que houve um esquecimento. Dessa forma, a ocorrência da assimilação obliteradora, como continuação natural da assimilação, não significa que os subsunçores voltem à sua forma original.

Na teoria da assimilação, os novos significados adquiridos por meio da interação do novo conhecimento **x** (conceitos ou proposições) com os conhecimentos previamente aprendidos **X**, resultam em um produto interacional representado por **X'x'**, no qual não só a nova informação **x** adquire significado próprio **x**', mas também o subsunçor **X** adquire significados adicionais **X'**. Durante a fase de retenção, esse produto é dissociável em **X'** + **x'**, porém, à medida que o processo de assimilação continua e entra na fase obliteradora, o produto interacional **X'x'** reduz-se a **X'**, ocorrendo, então, o esquecimento, como esquematizado na Figura 1 **(**Moreira, 1999).

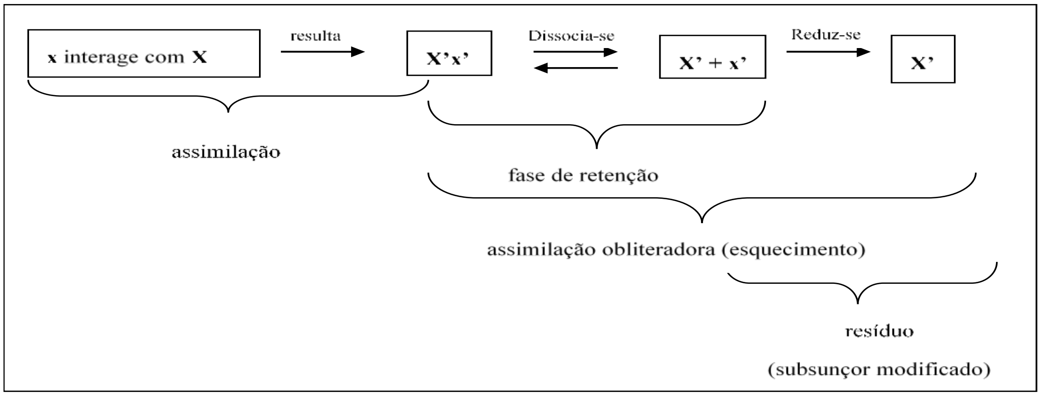


Figura 1 - Processo de assimilação
Fonte: Moreira (1999, p.28)

Na aprendizagem significativa, as informações são armazenadas na estrutura cognitiva do aprendiz por um período de tempo e essas informações assimiladas e organizadas interagem com o conteúdo relativamente já estabelecido. Os novos significados são armazenados e organizados em relação à ideia básica relevante e são dissociáveis. Quando a força de dissociabilidade atinge certo ponto crítico, no limiar da disponibilidade, as ideias básicas relevantes sofrem uma redução gradual ou são esquecidas (Ausubel, Novak & Hanesian, 1980).

Portanto, o processo de assimilação consiste na capacidade de fixar as ideias adquiridas de forma significativa. Esse processo, também, implica num mecanismo de esquecimento das ideias as quais estão associadas. Dessa forma, a retenção dos novos significados adquiridos é aumentada pela relação estabelecida com as ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Nesse processo de interação, as ideias estão sujeitas as alterações na organização cognitiva. Logo, é mais fácil a fixação de conceitos e proposições em que os significados das novas ideias sejam mais consistentes, e estejam disponíveis para serem assimiladas, ou reduzidas, no decorrer do tempo, às ideias básicas instituídas. Após a aprendizagem, sucede o estágio bloqueador da assimilação, em que as novas ideias tornam-se gradualmente menos dissociáveis das ideias básicas instituídas, até que não estejam mais disponíveis e sejam esquecidas. Quando a força de dissociação de **x'** atinge um nível crítico de limite de disponibilidade, ou seja, de forma que não pode ser lembrado, ocorre a dissociação nula. Assim, **X'x'** é finalmente reduzido a **X'**, como ideia modificada (Ausubel, Novak & Hanesian, 1980).

Durante o período de tempo em que ocorre a aprendizagem significativa, o novo material **x** não será lembrado da forma em que foi exposto. No processo de subordinação, na assimilação de **x** pela modificação de **x** para **x'**, há uma obliteração das ideias subordinadas.

A força de dissociabilidade dos significados em questão pode variar de graus, ao longo do processo de assimilação. Observa-se maior grau de força de dissociabilidade, quando há maior disponibilidade das novas ideias potencialmente significativa, em relação às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Em contraposição, ocorrerá menor grau de dissociabilidade no decorrer do tempo, na medida em que ocorra redução da tensão cognitiva, em função do decréscimo da disponibilidade das novas ideias ancoradas (Ausubel, 2003). Quanto mais claros forem os conceitos, maior é à força de dissociabilidade, e, consequentemente, menor esquecimento.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.107) referem que:

> Para explicar como os significados assimilados recentemente tornam-se disponíveis durante o período de fixação, devemos admitir que, por um período variável de tempo, são dissociáveis de suas ideias básicas e, portanto, são reproduzíveis enquanto entidades individualmente identificáveis.

Assim, ao processo de assimilação de novos significados de forma sequencial, de novos materiais potencialmente significativos, obtêm-se a partir de diferenciação progressiva de conceitos e/ou proposições. Na continuidade desse processo de assimilação em que os significados de conceitos e proposições podem não ser dissociáveis (recuperáveis) das ideias ancoradas, ocorre uma assimilação obliterante ou um esquecimento significativo (Ausubel, Novak & Hanesian,1980).

Procedimentos Metodológicos

Nesta investigação, com o propósito de analisar elementos que interferem no processo de assimilação, especificamente na retenção e no esquecimento, na aprendizagem significativa do conteúdo de Derivada, foram utilizados de forma pontual os dados levantados, anteriormente por Meira (2015), e confrontados com os dados de uma nova avaliação de aprendizagem, em 2016, junto aos participantes da pesquisa, selecionados para este estudo.

Na pesquisa realizada por Meira (2015) foram aplicados testes de avaliação da aprendizagem, do tipo múltipla escolha, numa turma de estudantes do Componente Curricular de Cálculo do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB. Os testes, com o propósito de analisar a assimilação obliteradora no processo de aprendizagem, foram: teste de derivadas-1 (TD1), teste de derivadas-2 (TD2), teste de aplicação das derivadas (TAD) e teste complementar (TC). O teste complementar utilizado foi elaborado com questões dos testes anteriores, como parâmetro para análise do processo de assimilação obliteradora dos estudantes. Posteriormente, para este estudo, foi realizada uma nova avaliação, utilizando-se as questões do teste complementar (TC), na forma de três questões dissertativas (abertas), visando uma reavaliação dos resultados.

As três questões selecionadas da pesquisa de Meira (2015), para este estudo, são apresentadas nos Quadros 1, 2 e 3. Foi escolhida uma questão de cada um dos testes aplicados do conteúdo de derivada, que correspondeu a Questão 7 do TD1, a Questão 4 do TD2 e a Questão 1 do TAD, por serem específicas do conteúdo que se quer investigar.

Para análise, neste estudo, consideramos os resultados das questões dos TD1, TD2 e TAD, que foram aplicadas de forma sequencial aos aprendizes durante o processo de ensino no segundo semestre acadêmico do ano 2013, e do teste complementar (TC), aplicado ao final do referido semestre, contendo as mesmas questões dos testes anteriores, em que a primeira questão correspondeu a uma questão do TD1, a segunda questão a uma do TD2 e a terceira questão a uma do TAD.

A seguir, apresentamos uma análise prévia das questões indicadas nos Quadros 1, 2 e 3. Os conteúdos destas questões foram abordados em classe, seguindo os princípios da reconciliação integradora e da diferenciação progressiva na organização da matéria e na sequencia didática do ensino, em que foi enfatizada a aprendizagem de forma subordinada e superordenada nesse processo (Moreira *et al*., 1987).

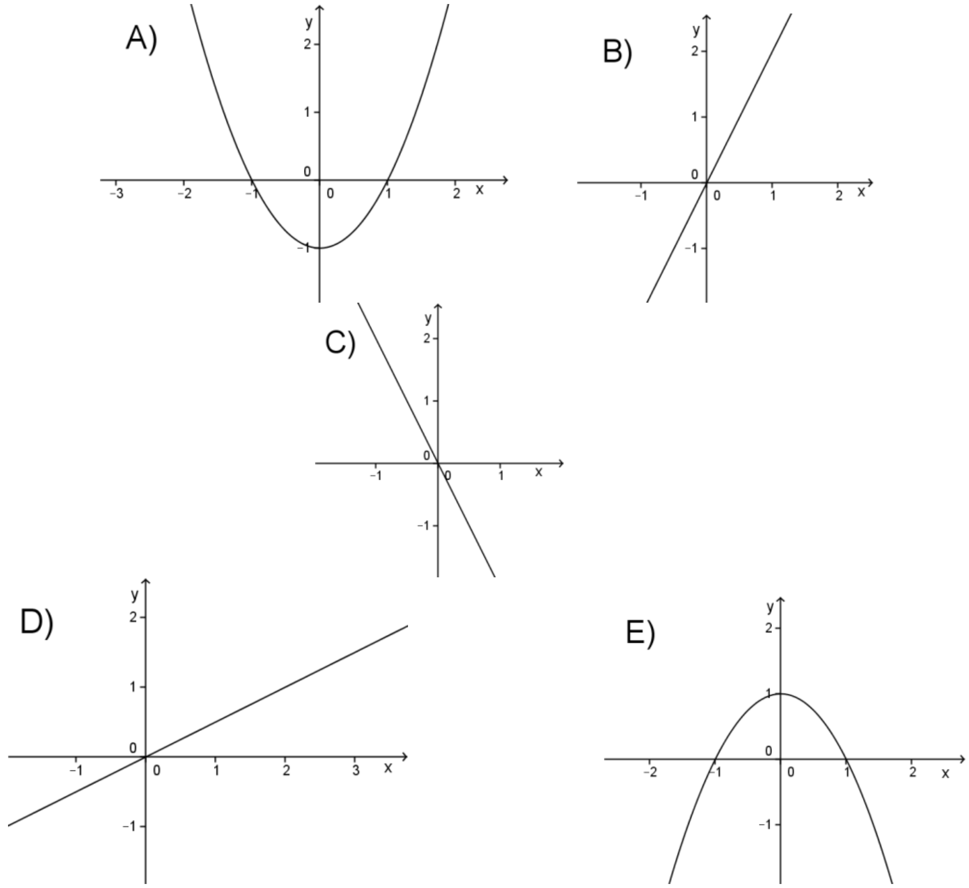
No Quadro 1, temos uma questão do TD1, em que foi proposta uma função definida por $f(x) = x^2 - 1$. Trata-se de uma função quadrática em que sua representação gráfica no sistema de eixos coordenados é uma parábola com a concavidade voltada para cima. Com o coeficiente em x nulo, logo se conclui que a função $f(x) = x^2 - 1$ tem duas raízes reais distintas e simétricas, ou seja -1 e 1. As raízes ou zeros da função ($f(-1) = 0$ e $f(1) = 0$) são pontos em que o gráfico da referida função intercepta o eixo das abscissas, ou seja, representado pelos pontos (-1, 0) e (1, 0).

A referida questão poderia ser resolvida utilizando a regra de derivada de uma potência e da função constante, ou seja, a derivada de uma potência $f_1(x) = x^n$ é dada por $f_1'(x) =$

nx^{n-1}. Para $n = 2$ temos $f_1(x) = x^2$ e a sua respectiva derivada $f_1'(x) = 2x$. Como a derivada de uma função constante é nula, então para $f_2(x) = -1$ temos $f_2'(x) = 0$. Como propriedade da derivada de uma soma de funções é a soma das derivadas das funções, temos que, se $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$, a derivada da função é dada por $f'(x) = f_1'(x) + f_2'(x)$, ou seja, $f'(x) = 2x$.

Quadro 1 - Questão do TD1

7) Seja $f(x) = x^2 - 1$. Qual gráfico representa a função derivada dada por $f'(x)$?



A ( ) B) ( ) C) ( ) D) ( ) E) ( )

Fonte: Meira (2015, p.97).

O referido problema solicita a representação gráfica da derivada da função $f(x) = x^2 - 1$, dada por $f'(x) = 2x$. Sendo a função derivada, uma função linear com coeficientes $a = 2$ e $b = 0$, a representação gráfica da referida função derivada é uma reta cujo coeficiente angular é igual a 2 e o coeficiente linear é igual a zero, ou seja, a reta passa pela origem (0, 0) e no ponto (1, 2), donde se conclui que somente a opção (B) satisfaz.

Na questão do TD-2 apresentada no Quadro 2, foram dadas as funções com suas representações algébricas (lei de formação) e suas respectivas representações gráficas, sendo solicitada a associação de cada função a respectiva representação gráfica da função derivada.

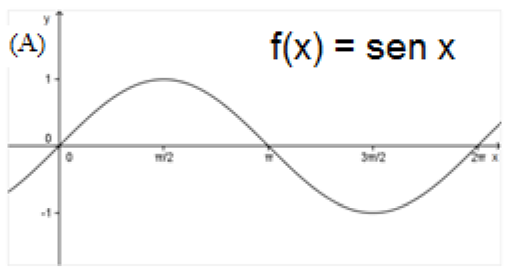
Para resolver esta questão é necessário derivar cada função dada (utilizando as regras de derivação correspondentes) e fazer a associação de sua respectiva derivada. A função (A) $f(x) = sen(x)$ tem como derivada a função $f'(x) = \cos(x)$ representada pelo gráfico III. A função (B) $f(x) = e^x$ tem como derivada a função $f'(x) = e^x$ representada pelo gráfico I. A função (C) $f(x) = e^{-x}$ tem como derivada a função $f'(x) = -e^{-x}$ representada pelo gráfico II. E a função (D) $f(x) = \ln(x)$ tem como derivada a função $f'(x) = \frac{1}{x}$ representada pelo gráfico IV.

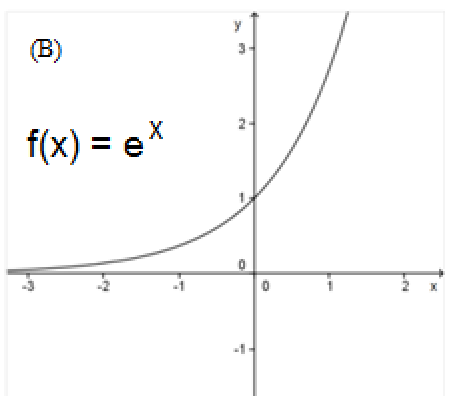
Daí percebe-se a necessidade de conhecer as derivadas das funções elementares, bem como a representação gráfica de suas respectivas derivadas para a resolução do problema.

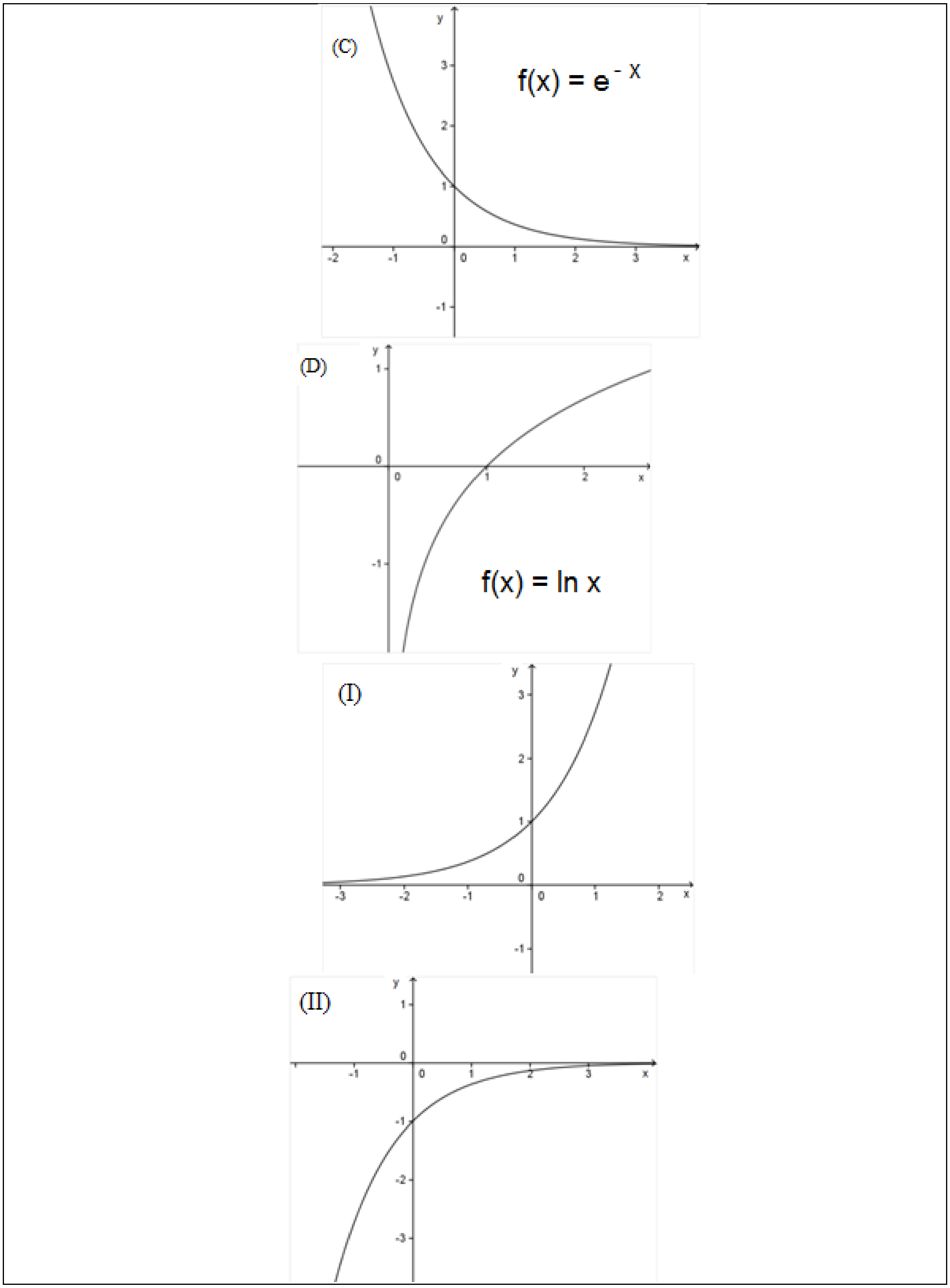
No Quadro 3 apresenta-se a questão escolhida do TAD, sendo dada a representação gráfica da função definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$. Para resolver a questão é preciso saber determinar: os pontos críticos (pc); o ponto de inflexão (PI); o ponto de máximo; os valores de x para que a segunda derivada seja positiva e os intervalos em que a função dada seja crescente.

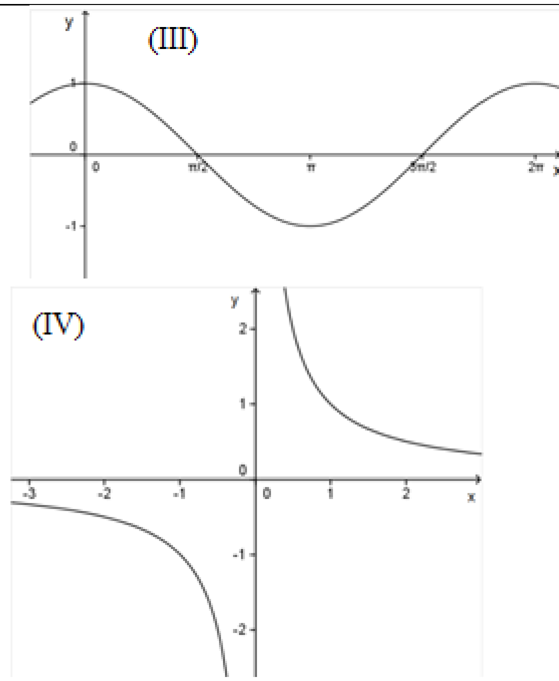
Quadro 2 - Questão do TD2

4) Associe o gráfico de cada função dada em (A) – (D) com o gráfico de sua derivada dado em (I) – (IV).






(C)
f(x) = e - x
(D)
f(x) = ln x
(I)
(II)

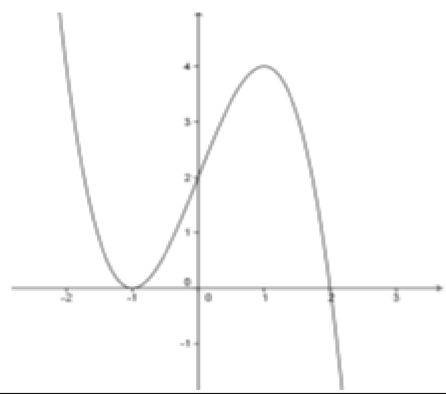


Fonte: Meira (2015, p.103).

Quadro 3 - Questão TAD

1) Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$. Marcar verdadeira (V) ou falsa (F):

   A) x = -1 e x = 2 são pontos críticos ( )
   B) x=0 é ponto de inflexão ( )
   x = 1 é ponto de máximo ( )
   Para x > 0, temos f''(x) > 0 ( )
   E) Para -1 < x < 1 a função f(x) é crescente ( )



Fonte: Meira (2015, p.108).

Para obtenção dos pontos críticos (pc), precisamos derivar a função $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ e igualar a zero, ou seja, resolver a equação $f'(x) = 0$.

Derivando $f(x) = -x^3 + 3x + 2$, obtemos $f'(x) = -3x^2 + 3$.

Fatorando a função derivada $f'(x) = -3(x^2 - 1)$ e igualando a zero ($f'(x) = 0$), temos $-3(x^2 - 1) = 0$, equivalente a $x^2 - 1 = 0$. E obtemos as soluções: $x = -1$ e $x = 1$, que são os pontos críticos. Logo a alternativa (A) é falsa, somente $x = -1$ é pc, pois $x = 2$ não é pc.

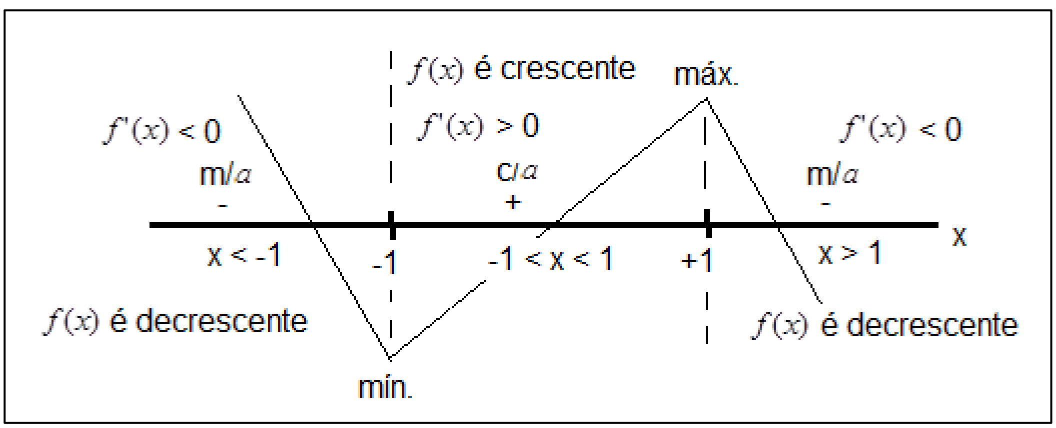
Para obter o ponto de inflexão (PI) precisamos determinar a segunda derivada da função $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ e fazer $f''(x) = 0$.

A primeira derivada é $f'(x) = -3x^2 + 3$ e, derivando novamente, obtemos a segunda derivada, ou seja, $f''(x) = -6x$. E igualando a zero, temos $-6x = 0$, cuja solução é $x = 0$. Ao analisar o sinal da segunda derivada nas proximidades desse ponto, verificamos a diferença de sinais o que podemos concluir que $x = 0$ é PI. A alternativa (B) é verdadeira.

Para obter os pontos de máximos e mínimos, precisa-se fazer o estudo do sinal da função derivada $f'(x)$, cujas raízes já foram determinadas quando $f'(x) = 0$, ou seja, $x = -1$ e $x = 1$.

Podemos realizar um estudo do sinal da função $f'(x) = -3x^2 + 3$, como $a = -3 < 0$, conforme o Quadro 4.

Quadro 4 – Estudo do sinal da primeira derivada



Fonte: Autores

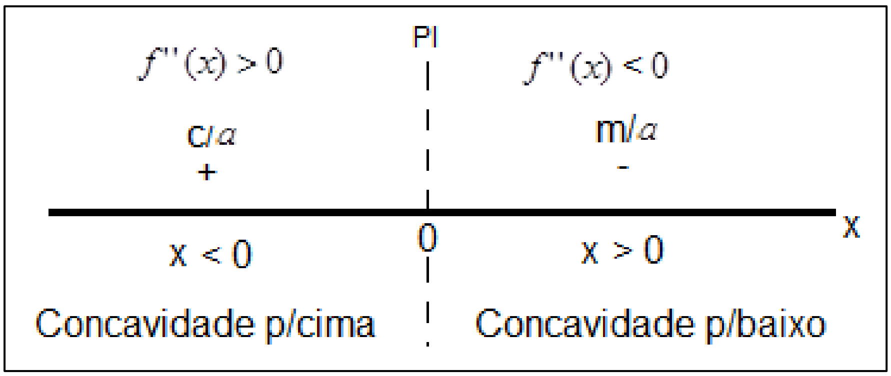
Do estudo do sinal da função derivada, os valores entre as raízes ($x = -1$ e $x = 1$) têm sinal contrário de a (c/a) e os valores externos às raízes têm o mesmo sinal de a (m/a). Logo, para $x < -1$ ou $x > 1$ a função $f(x)$ é decrescente e para $-1 < x < 1$ a função $f(x)$ é crescente neste intervalo.

Quando uma função contínua é decrescente e passa a ser crescente, obtemos um ponto de mínimo, e quando a função é crescente e passa a ser decrescente, obtemos um ponto de máximo. Logo, $x=1$ é ponto de máximo, a alternativa (C) é verdadeira.

Já verificamos que, a segunda derivada da função f é $f''(x) = -6x$.

Podemos estudar o sinal da segunda derivada e obter valores de x em que $f''(x)>0$, conforme o Quadro 5.

Quadro 5 – Estudo do sinal da segunda derivada



Fonte: Autores

Considerando $f''(x)=-6x$, com $a=-6<0$, temos: para $x<0$ temos $f''(x)>0$ e para $x>0$ temos $f''(x)<0$. Logo, a alternativa (D) é falsa.

Ao verificar o estudo do sinal da função derivada $f'(x)$ (representado no Quadro 4) para $x<-1$ e $x>1$ a função $f(x)$ é decrescente, e para $-1<x<1$ a função $f(x)$ é crescente. Logo, a alternativa (E) é verdadeira.

Podemos, também, analisar as alternativas utilizando a representação gráfica da função f.

Na alternativa (A) é fácil verificar no gráfico da função que $x=-1$ é um ponto de mínimo, logo é pc. Mas, para $x=2$, verifica-se que o ponto do gráfico da função f não é pc, pois não é ponto de máximo, nem ponto de mínimo. Logo, a alternativa é falsa.

A alternativa (B) é verdadeira, pois no ponto $x=0$ o gráfico da função muda a cavidade de côncava para cima, para côncava para baixo.

Na alternativa (C) verifica-se ao analisar o gráfico que em $x = 1$ ocorre um valor máximo local, pois a função em $x = 1$ passa de crescente para decrescente. Logo, a alternativa é verdadeira.

Para verificar que a alternativa (D) seja verdadeira graficamente, precisa-se saber que, se a concavidade do gráfico da função é para baixo, então a segunda derivada é negativa.

E a alternativa (E) é verdadeira, pois para $-1 < x < 1$ implica $f(-1) < f(x) < f(1)$, logo o gráfico da função neste intervalo é crescente.

No ano de 2016 foi realizada uma nova avaliação da aprendizagem dos conteúdos de derivadas com questões abertas, utilizando as mesmas questões do TC, com a finalidade de comparar os resultados a obtidos para análise, conforme apresentada no Quadro 6.

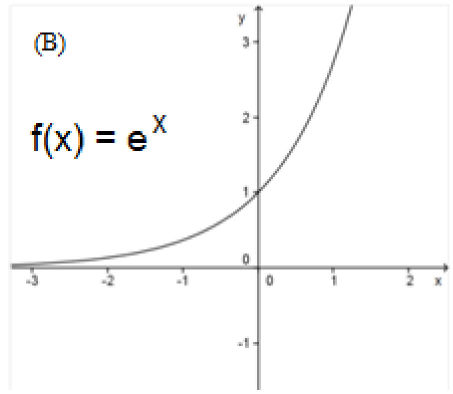
Quadro 6 – Avaliação

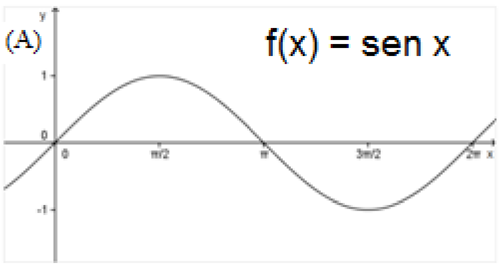
Questão 1

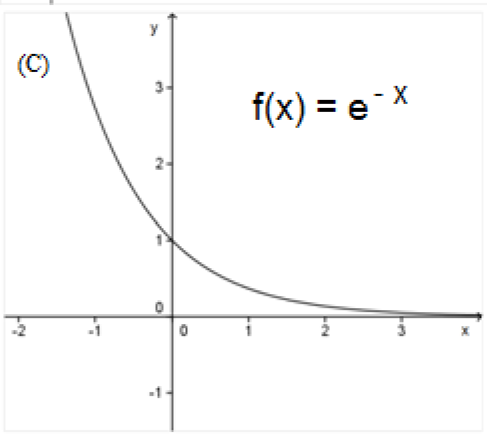
Seja $f(x) = x^2 - 1$. Derivar a função $f(x)$ e representar o gráfico da função derivada $f'(x)$

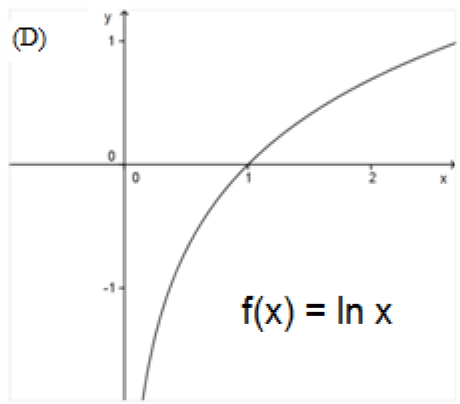
Questão 2

Determinar a derivada das funções e esboçar o gráfico de suas respectivas derivadas:





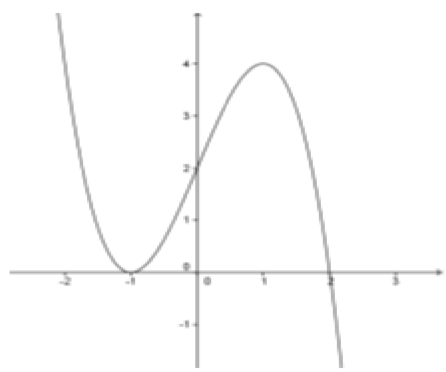




Questão 3

Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$. Verificar se:

A) x = -1 e x = 2 são pontos críticos
B) x=0 é ponto de inflexão
C) x = 1 é ponto de máximo
D) Para x > 0, temos f’’(x) > 0
E) Para -1 < x < 1 a função f(x) é crescente.



Fonte: Autores

Neste estudo, com o objetivo de analisar o processo de assimilação obliteradora, foram utilizados os resultados obtidos pelos estudantes, que passaremos a chamar de Linhares e

Gonçalves[1], respectivamente, que obtiveram maior índice de erros e maior índice de acertos, nos processos avaliativos do estudo de Meira (2015), cujos dados foram coletados em 2013. Os quais foram selecionados para participar de uma nova avaliação.

Estes estudantes foram selecionados para participar de uma nova avaliação em 2016, havendo um intervalo de tempo de aproximadamente dois anos e meio, em relação aos dados coletados anteriormente. Neste período os estudantes cursaram outros componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática, tais como Cálculo II, Cálculo III, que utilizam os conceitos de derivada, que pressupõem a aprendizagem de conceitos que sirvam de subsunçores para aprendizagem dos conteúdos de Cálculo.

Assim, nesse processo investigativo, aos estudantes Linhares e Gonçalves em 2016, a título de avaliação, foram propostas a resolução de três questões dos conteúdos abordados nos testes de derivada, conforme apresentado no Quadro 6, sendo coletados dados para uma análise dos elementos que interferem no processo de assimilação, especificamente na retenção e no esquecimento.

Resultados

Descrevemos a seguir os resultados de cada um dos dois estudantes, em cada uma das Questões propostas, respectivamente, nas etapas de avaliação consideradas para fins deste estudo.

Nos Quadros 7, 8 e 9 são apresentados os resultados comparativos do estudante Linhares, que obteve maiores índices de erros neste processo.

No Quadro 7, com relação à primeira Questão na Avaliação, ou seja, a mesma Questão aplicada em momentos distintos, temos os resultados da Questão no TD1, no TC e na Avaliação. Nota-se que o estudante acertou a Questão no TD1, errou a Questão no TC, e na Avaliação não representou graficamente a derivada da função. Vale salientar que o referido estudante representou indevidamente a notação $[f(x)' = 2x]$ da função derivada, mas apresentou resultado correto da função derivada.

[1] Nomes fictícios

Quadro 7 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TD1, do TC, e da Questão 1 na Avaliação do estudante Linhares

Questões	Em Branco	Errado	Certo	Observação
TD1	-	-	Derivada e Gráfico	-
TC	-	Derivada e Gráfico	-	-
Avaliação	Gráfico	-	Derivada	Representou a notação da derivada indevidamente [$f(x)'$]

Fonte: Autores

Isto é, das respostas do estudante Linhares na Questão 1 da Avaliação, em que foi dada a função $f(x) = x^2 - 1$ para derivar, e representar o gráfico de sua respectiva derivada $f'(x)$, o estudante aplicou corretamente a regra de derivada, mas não representou corretamente a notação da derivada, indicando $f(x)'$ em vez de $f'(x)$, não representando graficamente a função derivada. A função derivada $f'(x) = 2x$ é uma função linear com coeficiente angular $(a = 2)$ e linear $(b = 0)$, representado por uma reta que passa pela origem (0, 0) do sistema de eixos coordenados, cujo coeficiente angular é maior do que zero ($a > 0$), o que define uma função crescente.

Os registros dos resultados apresentados por Linhares, no intervalo de tempo entre 2013 a 2016, no Quadro 7, sugerem que houve um possível esquecimento, com relação a forma de representação gráfica da função derivada e de sua respectiva notação, parecendo evidenciar que houve possivelmente uma diminuição da força de dissociabilidade em relação a representação. Mas, ao mesmo tempo, no resultado da Avaliação, evidencia-se que ocorreu uma retenção parcial do conceito da função derivada, ou seja, certa estabilidade da conceituação de derivada pode ser observada pela operacionalização e o resultado apresentado, que pode ter sido fortalecida nas demais disciplinas cursadas ao longo do curso.

Portanto, as respostas do estudante Linhares, indicam que houve um possível esquecimento no processo de assimilação dos conteúdos referentes à representação gráfica da função derivada.

No Quadro 8, apresentamos os resultados da Questão do TD2, comparando com os resultados da Questão do TC, e a correspondente Questão 2 na Avaliação do estudante Linhares.

Com relação ao TD2 o estudante, em suas respostas, acertou as representações gráficas das funções derivada de $f(x) = sen(x)$ e $f(x) = e^x$, e errou as representações gráficas das funções derivada de $f(x) = e^{-x}$ e $f(x) = \ln x$, sendo que na Questão 2 do TC e na questão 2 da Avaliação o estudante deixou em branco as respostas sobre representações gráficas da derivada das funções propostas. Na Avaliação o estudante apresentou de maneira correta o resultado da derivada das funções $f(x) = e^x$ e $f(x) = e^{-x}$, errou a derivada das funções $f(x) = sen(x)$ e $f(x) = \ln x$, e representou a notação da derivada indevidamente.

Quadro 8 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TD2, do TC, e da Questão 2 na Avaliação do estudante Linhares.

Questão	Item	Em Branco	Errado	Certo	Observação
TD2	A	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = sen(x)$	-
	B	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^x$	-
	C	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^{-x}$	-	-
	D	-	Gráfico da derivada de $f(x) = \ln x$	-	-
TC	A	Gráfico da derivada de $f(x) = sen(x)$	-	-	-
	B	Gráfico da derivada de $f(x) = e^x$	-	-	-
	C	Gráfico da derivada de $f(x) = e^{-x}$	-	-	-
	D	Gráfico da derivada de $f(x) = \ln x$	-	-	-

Continúa

Quadro 8 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TD2, do TC, e da Questão 2 na Avaliação do estudante Linhares. (continuación)

Avaliação	A	Gráfico da derivada de $f(x)=sen(x)$	Derivada de $f(x)=sen(x)$	-	Representou a notação da derivada indevidamente [$f(x)'$]
	B	Gráfico da derivada de $f(x)=e^x$	-	Derivada de $f(x)=e^x$	Representou a notação da derivada indevidamente [$f(x)'$]
	C	Gráfico da derivada de $f(x)=e^{-x}$	-	Derivada de $f(x)=e^{-x}$	Representou a notação da derivada indevidamente [$f(x)'$]
	D	Gráfico da derivada de $f(x)=\ln x$	Derivada de $f(x)=\ln x$	-	Representou a notação da derivada indevidamente [$f(x)'$]

Fonte: Autores

Na Questão 2 da Avaliação, foram dadas as funções: $f(x)=sen(x)$, $f(x)=e^x$, $f(x)=e^{-x}$ e $f(x)=\ln(x)$ em que foi solicitado o esboço dos gráficos de suas respectivas derivadas. O estudante ao responder a referida Questão não aplicou corretamente a notação de derivada e obtendo os seguintes resultados: para $f(x)=sen(x)$ obtendo $f(x)'=-\cos(x)$, errando o sinal da derivada, para $f(x)=e^x$, representou o resultado correto ($f(x)'=e^x$), embora tenha utilizado a notação errada, para $f(x)=e^{-x}$, como resposta $f(x)'=-e^x$ errada, e para $f(x)=\ln(x)$, errando o resultado, escrevendo a expressão $f(x)'=\frac{\ln}{x}$, sem significado algébrico. O estudante erra a notação da derivada, bem como o resultado da derivada. Percebe-se, aqui, a falta de assimilação de conceitos, e de regras de derivada. Destacando-se que, também, não fez nenhuma representação gráfica (esboço) das funções derivada solicitada. Isto indica uma provável assimilação obliteradora dos conceitos e das representações gráficas das funções solicitadas, considerando que no TD2 o estudante apresentou os referidos gráficos.

Ao analisarmos as respostas de Linhares referente ao conteúdo da Questão 2 da Avaliação, ainda, é importante observar que, inicialmente o estudante acertou o item B do TD2, e no TC não acertou a derivada da função $f(x)=e^x$, mas, na Avaliação em 2016, voltou a acertar. Percebe-se, também, que em todos os itens da questão do TC configuram respostas em branco, porém na Avaliação acertou a derivada da função $f(x)=e^{-x}$, que não tinha acertado em nenhum dos testes anteriores.

Diante destas respostas, inferimos que no intervalo de tempo da aplicação do TD2 e TC evidencia-se um provável esquecimento dos conteúdos referentes à regra de derivada da função seno, e da função exponencial, e de suas respectivas representações gráficas, devido a menor força de dissociabilidade. Mas, o fato de acertar a Questão 2 da Avaliação em 2016, referente a derivada da função exponencial, pode estar associado as experiências de aprendizagem em outros componentes curriculares cursados nos semestres subsequentes ao TC. Como, também, a própria trivialidade da derivada da função exponencial, que é igual a própria função. No Quadro 9 apresentamos os resultados da Questão do TAD, da mesma Questão do TC e da Questão 3 na Avaliação do estudante Linhares.

Quadro 9 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TAD, do TC e da Questão 3 na Avaliação do estudante Linhares

Questões	Item	Errado	Certo	Observação
TAD	A	-	Ponto Crítico (pc)	-
	B	-	Ponto de Inflexão (PI)	-
	C		Ponto de máximo	
	D		Para x>0, $f''(x)>0$ (F)	-
	E		Para $-1<x<1$, $f(x)$ é crescente	-
TC	A	Ponto Crítico (pc)	-	-
	B	Ponto de Inflexão (PI)	-	-
	C	-	Ponto de máximo	-
	D	-	Para x>0, $f''(x)>0$ (F)	-
	E	-	Para $-1<x<1$, $f(x)$ é crescente	-
Avaliação	A	-	Ponto Crítico (pc)	-
	B	Ponto de Inflexão (PI)	-	Incompleto
	C	Ponto de máximo	-	Não fez a verificação
	D	-	Para x>0, $f''(x)>0$ (F)	Não fez a verificação
	E	-	Para $-1<x<1$, $f(x)$ é crescente	Não fez a verificação

Fonte: Autores

Nota-se que, para esta Questão do TAD, o estudante acertou todos os itens solicitados (ponto crítico, ponto de inflexão, ponto de máximo, intervalos de x para a $f''(x) > 0$ e intervalos em que a função seja crescente). Essa questão no TC, o estudante Linhares acertou os itens referentes ao ponto de máximo, intervalos de x para a $f''(x) > 0$ e intervalos em que a função seja crescente, errando o ponto crítico e o ponto de inflexão. Na Avaliação, o estudante apresentou corretamente os itens referentes à determinação do ponto crítico, o intervalo de x para $f''(x) > 0$ e o intervalo em que a função seja crescente, mas não fez as verificações solicitadas.

Isso pode indicar que o referido estudante não evidencia domínio conceitual para resolução das Questões propostas, uma vez que não conseguiu descrever as operações efetuadas para encontrar os resultados. Manifestou, inicialmente, a aquisição de informações do processo de operações (TAD), mas no decorrer do tempo, possivelmente houve esquecimento das operações de determinação de Ponto de Inflexão e de Ponto de Máximo, o que sugere que houve uma menor força de dissociabilidade do conteúdo referente a aplicação dos conceitos de Derivada e suas aplicações.

Na terceira Questão da Avaliação em que foi dada a representação algébrica e gráfica da função $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ foi solicitado as seguintes verificações:

a) Verificar se $x = -1$ e $x = 2$ é ponto crítico (pc). O estudante respondeu corretamente, derivando a função dada e determinando as raízes da equação derivada, encontrando os valores ($x = -1$) e ($x = 1$) que são os respectivos pc e concluindo a verificação indicando que a afirmação é falsa;
b) Verificar se $x = 0$ é ponto de inflexão (PI). O estudante respondeu de forma correta, determinando a segunda derivada da função solicitada, mas não determinou o valor de x quando $f''(x) = 0$ e concluiu que a afirmativa é verdadeira, faltando, porém, a sequência na representação algébrica para determinar o valor de $x = 0$ como PI;
c) Verificar se $x = 1$ é ponto de máximo. O estudante fez a afirmação de que é falso, mas não apresentou nenhum argumento algébrico ou geométrico para tal afirmação;
d) Verificar para $x > 0$, $f''(x) > 0$. O estudante apenas determinou a segunda derivada da função indicada, não realizando o estudo do sinal da função $f''(x)$ para verificar os valores de x quando $f''(x) > 0$ e afirmando de forma correta, sem as devidas análises do estudo do sinal de $f''(x)$;
e) Verificar se no intervalo $-1 < x < 1$ a função é crescente. O estudante indicou de forma correta, mas sem apresentar a verificação através do estudo do sinal da função $f'(x)$. Provavelmente, chegou a essa conclusão utilizando a representação

gráfica dada, sem nenhuma justificativa. Determinou os valores da função para $x=-1$, $x=0$, $x=1$ e $x=2$ encontrando os resultados $f(-1)=0$, $f(0)=2$, $f(1)=4$ e $f(2)=0$.

Do exposto, percebe-se que o estudante Linhares ainda não desenvolveu os conceitos subsunçores necessários para resolução desse problema, no que concerne ao estudo do sinal das funções de primeiro e segundo graus.

A partir dos resultados apresentados por Linhares, constata-se que esse estudante não manifestou, na realização dos testes, uma aprendizagem significativa dos conceitos de derivada e suas aplicações, bem como as representações gráficas das funções derivadas. Evidencia a recepção de informações no procedimento de operações, mas falta o desenvolvimento dos conceitos prévios necessários para a aplicação de derivada em outros contextos. Situação que possivelmente pode estar associada a uma provável falta de subsunçores, para que se processe a ancoragem dos conteúdos específicos de derivada.

Nos Quadros 10, 11 e 12 são apresentados os resultados comparativos do estudante Gonçalves, que obteve maiores índices de acertos nos testes. A seguir, apresentamos as análises dos resultados.

No Quadro 10, temos os resultados das Questões selecionadas do TD1, do TC e da Questão 1 na Avaliação.

Quadro 10 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TD1, do TC, e da Questão 1 na Avaliação do estudante Gonçalves

Questões	Em Branco	Errado	Certo	Observação
TD1	-	-	Derivada e Gráfico	-
TC	-	-	Derivada e Gráfico	-
Avaliação	-	-	Derivada e Gráfico	-

Fonte: Autores

Os resultados, desse referido estudante, revelam acertos em todas estas Questões, tanto nos testes realizados em 2013, como na Avaliação em 2016.

Da análise das respostas de Gonçalves na primeira Questão da Avaliação, em que foi dada a função $f(x)=x^2-1$ para derivar e representar o gráfico de sua respectiva derivada $f'(x)$, temos que o estudante aplicou corretamente os conceitos e a regra de derivada para resolver esta questão, derivando a função dada $f(x)=x^2-1$ aplicando a regra da potência e obtendo a derivada $f'(x) = 2x$ e, em seguida, representando graficamente a função derivada no sistema de eixos coordenados.

Observa-se nas respostas, evidências de que ocorreu assimilação dos conteúdos de derivada, tanto na representação algébrica, como na representação gráfica das funções, ou seja, lida com os desafios propostos, utilizando os novos conceitos assimilados. Esses resultados apontam que houve uma aprendizagem significativa, referente à derivada de uma função e sua respectiva representação gráfica.

No Quadro 11, apresentamos os resultados da Questão do TD2, comparativamente com os resultados da Questão no TC e os respectivos resultados da Questão 2 na Avaliação.

Em referência aos resultados comparativos apresentados no Quadro 11, percebe-se que o estudante Gonçalves acertou todos os itens da Questão do TD2 e da Questão do TC, referente à derivada das funções apresentadas e os respectivos gráficos das funções derivada.

Quadro 11 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TD2, do TC, e da Questão 2 na Avaliação do estudante Gonçalves

Questões	Item	Em Branco	Errado	Certo
TD2	A	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = sen(x)$
	B	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^x$
	C	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^{-x}$
	D	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = \ln x$
TC	A	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = sen(x)$
	B	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^x$
	C	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = e^{-x}$
	D	-	-	Gráfico da derivada de $f(x) = \ln x$
Avaliação	A	-	-	Derivada e gráfico da derivada da função $f(x) = sen(x)$
	B	Gráfico da derivada da função $f(x) = e^x$	-	Derivada da função $f(x) = e^x$
	C	-	-	Derivada e gráfico da

				derivada da função $f(x)=e^{-x}$
	D	-	Gráfico da derivada de $f(x)=\ln x$	Derivada de $f(x)=\ln x$

Fonte: Autores

Na Questão 2 da Avaliação, foram dadas as funções: (A) $f(x)=sen(x)$, (B) $f(x)=e^{x}$, (C) $f(x)=e^{-x}$ e (D) $f(x)=\ln(x)$, em que foi solicitado o esboço dos gráficos de suas respectivas derivadas. O estudante determinou corretamente as derivadas das funções solicitadas, aplicando suas respectivas regras de derivação. Representou corretamente o esboço das funções derivadas em (A) $[f'(x)=\cos(x)]$ e (C) $[f'(x)=-e^{-x}]$, porém não representou o esboço da função derivada em (B) $[f'(x)=e^{x}]$ e não representou corretamente o esboço da função derivada em (D) $[f'(x)=\frac{1}{x}]$. Gonçalves representou a função derivada em (D) como mostra a Figura 2, indicando para valores de $x>0$ no quarto quadrante no referido esboço da função, de forma inadequada, enquanto que para $x<0$ o estudante representou corretamente no 3º quadrante.

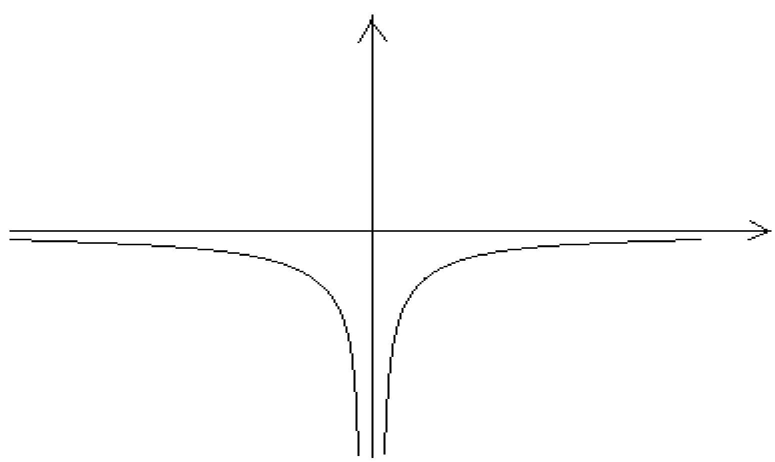


Figura 2 – Esboço da função $f'(x)=\frac{1}{x}$ elaborado pelo estudante Gonçalves

Fonte: Avaliação realizada pelo estudante Gonçalves.

Diante dos resultados do estudante Gonçalves, em que não apresentou a representação gráfica da função derivada em (B) $[f'(x)=e^{x}]$, bem como a derivada em (D) $[f'(x)=\frac{1}{x}]$, em que deveria esboçar o ramo da hipérbole no primeiro quadrante para $x > 0$, esboçou no quarto quadrante; indagamos quais seriam os fatores que o levaram a deixar em branco o item (B) e apresentar erro no item (D). Como a derivada e a sua respectiva representação gráfica da função exponencial é a mesma, será que o estudante, considerou desnecessário o esboço da derivada da função exponencial, ou houve esquecimento de como fazer o esboço? No caso do item (D), houve falta de atenção na representação do esboço da curva, ou houve esquecimento de como esboçar a função derivada? Ao considerar o conjunto de respostas nos testes e na Avaliação evidencia-se que houve assimilação dos conteúdos em pauta, mas há possibilidade de assimilação obliteradora de alguns aspectos específicos no processo de aprendizagem.

No Quadro 12 apresentamos os resultados comparativos da questão do TAD, da mesma Questão do TC e da Questão na Avaliação do referido estudante.

Quadro 12 - Quadro comparativo dos resultados das Questões selecionadas do TAD, do TC e da Questão 3 na Avaliação do estudante Gonçalves

Questões	Item	Errado	Certo	Observação
TAD	A	-	Ponto Crítico (pc)	-
	B	-	Ponto de Inflexão (PI)	-
	C		Ponto de máximo	
	D		Para x>0, $f''(x) > 0$ (F)	-
	E		Para $-1 < x < 1$, $f(x)$ é crescente	-
TC	A	Ponto Crítico (pc)	-	-
	B	Ponto de Inflexão (PI)	-	-
	C	-	Ponto de máximo	-
	D	-	Para x>0, $f''(x) > 0$ (F)	-
	E	-	Para $-1 < x < 1$, $f(x)$ é crescente	-
Avaliação	A	-	Ponto Crítico (pc)	-
	B	-	Ponto de Inflexão (PI)	-
	C	-	Ponto de máximo	Não fez a verificação
	D	-	Para x>0, $f''(x) > 0$ (F)	Não fez a verificação
	E	-	Para $-1 < x < 1$, $f(x)$ é crescente	Não fez a verificação

Fonte: Autores

Na Questão do TAD, o estudante Gonçalves acertou todos os itens solicitados (ponto crítico, ponto de inflexão, ponto de máximo, intervalos de x para a $f''(x) > 0$ e intervalos em que a função seja crescente). Nessa mesma Questão no TC, o estudante apresentou erros nos itens: ponto crítico e ponto de inflexão; e na avaliação apresentou resposta certa para todos os itens, sendo que nos itens, ponto de máximo, intervalos de x para a $f''(x) > 0$ e intervalos em que a função seja crescente, o estudante não apresentou a verificação solicitada.

Na terceira Questão da Avaliação em que foi dada a representação algébrica e gráfica da função $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ foram solicitadas as seguintes verificações:

a) Verificar se $x = -1$ e $x = 2$ é ponto crítico (pc). O estudante respondeu corretamente, derivando a função dada e fazendo $f'(x) = 0$ para determinando as raízes da equação derivada, encontrando os valores $x = -1$ e $x = 1$ que são os respectivos pc e concluindo que $x = 2$ não é pc;

b) Verificar se $x = 0$ é ponto de inflexão (PI). O estudante respondeu de forma correta, determinando a segunda derivada da função solicitada, e determinando o valor de x quando $f''(x) = 0$, obtendo o resultado, ou seja, $x = 0$ é ponto de inflexão (PI);

c) Verificar se $x = 1$ é ponto de máximo. O estudante respondeu de forma afirmativa, mas não apresentou nenhum argumento algébrico ou geométrico para verificação solicitada;

d) Verificar para $x > 0$, $f''(x) > 0$. O estudante afirmou que é falso, pois para $x > 0$, $f''(x) > 0$, mas não apresentou nenhum argumento algébrico ou geométrico para verificação solicitada;

e) Verificar se no intervalo $-1 < x < 1$ a função é crescente. O estudante respondeu corretamente, mas não fez a verificação solicitada, que poderia justificar através da representação gráfica ou algébrica.

O estudante acertou todos os itens referentes à Questão 3 da Avaliação, mas não fez a verificação para determinar os resultados do ponto crítico, dos intervalos de x para a $f''(x) > 0$ e intervalos em que a função seja crescente.

Do exposto, percebe-se que o estudante Gonçalves evidencia possuir os subsunçores necessários para a resolução dos problemas solicitados, mas nota-se a falta da representação gráfica (esboço) da função $f(x)'=e^{x}$ e as verificações do ponto de máximo, da segunda derivada da função $f(x)=-x^3+3x+2$, e o intervalo em que a referida função é crescente, o que pode estar associado a uma diminuição da força de dissociabilidade em relação a este aspecto do conteúdo de derivada. Nota-se, também, que o estudante revela, pelos testes em 2013 e na Avaliação em 2016, que desenvolveu uma aprendizagem significativa dos conceitos de derivada.

Em síntese, as respostas do estudante Gonçalves, de modo geral, indicam que ele assimilou os conteúdos de derivada e aplicação da derivada, o que demonstra que houve uma maior retenção e maior força de dissociabilidade em relação a esses conteúdos de ensino.

Assim, das análises dos estudantes Linhares e Gonçalves, percebe-se que o estudante Linhares apresentou menor força de dissociabilidade em relação às novas ideias, no decorrer do tempo, caracterizando-se por estarem abaixo de um limiar de disponibilidade para operacionalização das questões propostas, evidenciando-se que ocorreu esquecimento pela redução gradual de memorização, pela falta de subsunçores para que se efetivasse a ancoragem e retenção, em 2013. Além disso, podemos inferir que cursar outras disciplinas que utilizam os conceitos de derivada não favoreceu o fortalecimento da força de dissociabilidade desses conteúdos. Inclusive, observamos que Linhares em 2016, está cursando Cálculo II, o que denota que não obteve desempenho satisfatório nas experiências anteriores.

Enquanto que o estudante Gonçalves, evidenciou maior força de dissociabilidade no mesmo intervalo de tempo, revelando que houve retenção, e também, esquecimento referentes à forma de esboçar a representação gráfica, que pode ter ocorrido por ser uma das representações menos utilizada em outros componentes curriculares. Suas respostas indicam que se processou a ancoragem dos conhecimentos de derivada em relação às ideias subsunçores, desde o início das atividades, evidenciando-se que houve aprendizagem por recepção significativa, conceitual e proposicional.

Considerações Finais

A aprendizagem significativa constitui a primeira etapa de um processo de assimilação e consiste em uma das etapas da sequência natural e necessária da retenção e do esquecimento. Ela também envolve a ancoragem seletiva do material de aprendizagem em ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva; a interação entre as ideias recentes e as ancoradas; e a ligação de novos significados que surgem com as ideias ancoradas e apropriadas no intervalo de memória, ou seja, na retenção. Naturalmente, os novos significados desempenham um papel no aumento de permanência e da força de dissociabilidade integrada, resultando na ligação dos novos significados às ideias ancoradas mais estáveis, de forma que essas ideias, também, se alterem modificando o processo interativo. Assim, as ligações e o armazenamento das ideias recentes aprendidas com as ancoradas compõem parte do processo de retenção, de forma que essa ligação seja estabelecida, pois a aprendizagem precisa ser acompanhada de uma retenção e/ou esquecimento (Ausubel, 2003).

Diante da proposta de ensino e aprendizagem do conteúdo de derivada no Curso de Licenciatura em Matemática, a partir dos resultados apresentados pelos participantes selecionados, nesta investigação, temos de forma representativa um exemplo em que se evidencia aprendizagem significativa, a assimilação de novas ideias potencialmente significativas, referentes ao conteúdo de derivada, com ideais relevantes existentes na estrutura cognitiva. Com base na análise dos resultados no caso do estudante Gonçalves, observamos que no processo de aprendizagem do conteúdo de derivada, se evidencia a assimilação obliteradora, especificamente com relação à representação gráfica, na integração dos conteúdos aprendidos.

Ao considerar que os estudantes, na sequência de estudos do Curso de Licenciatura em Matemática, entre o segundo período de 2013 e o primeiro período de 2016, cursaram outros componentes curriculares de conteúdos específicos do Curso, entende-se que esses estudantes tiveram a necessidade de utilizar conhecimentos de derivada como subsunçores, bem como fizeram uso de suas operações e representações nos estudos dos componentes curriculares subsequentes. No caso de Gonçalves, percebe-se que houve a retenção, predominantemente, dos conteúdos de derivada, na perspectiva das representações algébricas, e esquecimento nas representações gráficas. Estes resultados podem estar associados as experiências educacionais em outros componentes curriculares, em que possivelmente foi enfatizada a representação algébrica, indicando maior força de dissociabilidade, nesse aspecto.

Consideramos relevante ressaltar que o ensino de derivada, no contexto da formação de professor Matemática, quanto ao domínio do conteúdo, se insere numa rede de relações de conceitos a serem desenvolvidos no Curso. Especificamente, no Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, entre os componentes curriculares, não é apresentada a exigência de pré-requisitos, o que permite ao estudante cursar conteúdos mais avançados, sem ter demonstrado aprendizagem dos conteúdos anteriores. Isso, ao mesmo tempo em que flexibiliza o fluxo de estudos, pode dificultar a aprendizagem de novos conceitos, ao permitir que o estudante esteja matriculado em um componente sem os conceitos subsunçores elementares em sua estrutura cognitiva. Mas, ao longo dos estudos de vários componentes curriculares específicos, poderá se efetivar a construção de conceitos que possibilite operações matemáticas, que anteriormente o estudante não havia demonstrado competência para resolver. Dessa forma, pode ser compreendido o caso do estudante Linhares, que, embora, não tenha apresentado respostas acertadas em 2013, demonstra acertos em 2016, evidenciando ampliação dos conceitos de derivada.

Nessa perspectiva, levantamos a hipótese que Linhares conseguiu melhor desempenho na Avaliação porque, ao longo desse período, em seus estudos realizados, no contexto de outros componentes curriculares, avançou na formação de conceitos a partir das experiências educacionais posteriores. Esse parece-nos se constituir num exemplo em que são evidenciados indicativos de aprendizagens por recepção de conceitos, sem haver uma ancoragem, por falta de subsunçores, uma vez que o estudante de forma mecânica conseguiu fazer algumas operações, nos estudos do componente curricular de Cálculo I, não evidenciando a formação de conceitos, naquele momento. Mas, a aprendizagem por recepção, desenvolvida, inicialmente, ao estudar o conteúdo de derivada, contribuiu de certa forma, para formação de subsunçores e o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa de alguns conceitos de derivada.

Nessa investigação, observamos que se constituem como elementos importantes, no processo de assimilação do conteúdo de Cálculo I, os conceitos subsunçores, e a organização de estudos, considerando a hierarquia dos conceitos de Matemática, para que ocorra a integração dos novos conceitos de derivada. Além disso, a falta desses elementos interfere no processo de assimilação, retenção e obliteração, para aprendizagem de Cálculo. Embora se evidenciem processos de compensação, ao longo do curso, os resultados nesse estudo apontam que os conceitos prévios são elementos essenciais para a organização do ensino e a aprendizagem significativa. Como declaram Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. VII):

"Se eu tivesse de reduzir toda psicologia educacional a um único princípio, diria isto: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos."

Aos professores formadores em Cálculo, identifica-se neste estudo os desafios na organização de ensino para a aprendizagem significativa. A assimilação implica em aprendizagem por recepção significativa, que envolve a aquisição de novos significados a partir de material apresentado em classe, potencialmente significativo, lógico em sua sequência didática, como também necessita que o aprendiz apresente ideias relevantes para que os novos significados potenciais sejam ancorados às ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz.

A complexidade do processo de aprendizagem exige nas atividades de ensino a avaliação dos conceitos prévios do aprendiz, o desenvolvimento de um processo de ensino que reconheça os princípios de diferenciação progressiva e a reconciliadora nos materiais de instrução. Ao mesmo tempo, é necessário considerar as individualidades, uma vez que a estrutura cognitiva de cada aprendiz é única, e todos os novos significados adquiridos são obrigatoriamente únicos e peculiares. Assinala-se, portanto, o desafio do acompanhamento de ensino coletivo e individualizado na formação de conceitos de Cálculo.

Sobretudo, tem-se nos desafios no processo de ensino e aprendizagem a necessidade de identificar as variáveis cognitivas do aprendiz que influenciam o limiar de disponibilidade e de dissociabilidade dos significados em questão, sem perder de vista que existem variáveis sociais de motivação, que interferem na retenção e no esquecimento.

Referências:

Almeida, C., & Viseu, F. (2002). Interpretação gráfica das derivadas de uma função por professores estagiários de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, CIEd - Universidade do Minho, v.15 (1), pp. 193-219. Recuperado de http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/493.

André, S. L. C. *Uma proposta para o ensino do conceito de derivada no ensino médio*. (2008). 232 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro: RJ.

Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. Plátano Edições Técnicas. Lisboa: Portugal.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicología Educacional*. 2 ed. Editora Interamericana. Rio de Janeiro: RJ.

Barbosa, S. M. M. (2009). *Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia.* 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro: SP.

Ferrão, N. S., & Manrique, A. L. O uso de mapas conceituais como elemento sinalizador da aprendizagem significativa em cálculo. *Investigações em Ensino de Ciências*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v.19, n.1, pp. 193-216, 2014.

Junqueira, S. M. S., & Manrique, A. L. Mapas conceituais e sujeitos da experiência em aulas de cálculo 1. *Rev. Prod. Disc. Educ. Matem*., São Paulo, v.4, n.1, pp. 91-103, 2015.

Meira, S. S. (2015). *Aprendizagem Significativa e Assimilação Obliteradora: um estudo com Conceitos de Cálculo*. 2015. 165f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: SP.

Moreira, M. A. (1999). *Aprendizagem significativa*. Editora Universidade de Brasília. Brasília: DF.

Moreira, M. A., Mosquera, J. J. M., Baquero, R. V. A., Bordas, M. C., & Becker, F. (1987). *Aprendizagem: perspectivas teóricas*. Editora Universidade / PADES / UFRGS/ PROGRAD. Porto Alegre: RS.

Pagani, E. M. L. & Allevato, N. S. G. (2014). Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: Um Mapeamento das Teses e Dissertações Produzidas no Brasil. *Revista Vidya.* v. 34, n. 2. Programa de Pós-Graduação do Ensino de Ciências e Matemática - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria: RS.

Pinto, G. M. F. (2008). *Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de cálculo semipresencial*. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: RJ.

Pinto, S. P. W. (2010). *Ensino e aprendizagem de derivada na educação matemática a distância por meio da metodologia da resolução de problemas*. 130 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria: RS.

Ricaldoni, M. A. G. (2014). *Construção e Interpretação de Gráficos com o Uso de Softwares no Ensino de Cálculo: Trabalhando com Imagens Conceituais Relacionadas a Derivadas de Funções Reais*. 112 f. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto: MG.

Rilho, B. C. (2005). *Uma experiência em ensino e aprendizagem: modelos de investimento e as derivadas.* 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil. Canoas: RS.

Sangoi, E. (2010). *Contribuições da resolução de problemas e do software Maple para a aprendizagem significativa dos conceitos e propriedades da derivada*. 152 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano. Santa Maria: RS.

Autores:

Samuel Souza Meira

prof.samuelmeira@gmail.com

Doutor em Educação Matemática.

Docente da Universidade do Estado da Bahia (UNEB)

Gianete Dutra Meira
gianete@gmail.com
Doutora em Educação Matemática.
Docente da Universidade do Estado da Bahia (UNEB)
Ana Lúcia Manrique
analuciamanrique@gmail.com
Doutora em Educação: Psicologia da Educação
Docente da Pós-Graduação em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)