

ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER GRADO MEDIANTE MAPAS CONCEPTUALES HÍBRIDOS

Nehemías Moreno Martínez
Universidad Autónoma de San Luis Potosí. nehemias_moreno@live.com

1. INTRODUCCIÓN

En relación con la enseñanza y el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales (ED) en el nivel educativo universitario, los estudiantes presentan ciertas dificultades, por ejemplo, la creencia de los profesores sobre el aprendizaje mediante la imitación de los procedimientos (Moreno & Azcárate, 2003); los estudiantes reducen el estudio a la búsqueda de un algoritmo, limitando así sus posibilidades para abordar problemas contextualizados (Perdomo, 2011); los alumnos no cuentan con conocimientos previos de Cálculo para comprender e interpretar las soluciones (Guerrero, Camacho & Mejía, 2010; Morales y Salas, 2010); también que la enseñanza basada en una traducción del formalismo matemático acompañada de una reducción de la complejidad matemática podría explicar el fracaso escolar de los estudiantes universitarios de química y biología (Moreno y Azcárate, 1997).

Si bien se han realizado estudios como el de Rodríguez y Quiroz (2016), Fuentes, Arcos y Navarro (2010) y Perdomo (2011) sobre las dificultades al aprender las ED, no se han realizado propuestas que permitan a los docentes reflexionar sobre su práctica docente al enseñar las ED.

En este trabajo, se presenta al Mapa Conceptual Híbrido (MCH) como una propuesta para apoyar tanto la reflexión del docente sobre los objetos que enseña, como para ayudar al aprendizaje de los estudiantes universitarios en la resolución de las Ecuaciones Diferenciales, en particular, de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer grado (EDO1).

La propuesta considera una interpretación desde el Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007) de la técnica del MCH que describe gráficamente el sistema de prácticas, a los objetos matemáticos, los significados y algunos procesos cognitivos que participan en la resolución de una EDO1. Esta interpretación permite

elaborar un MCH para cada tipo de EDO1 (EDO separable, exacta, entre otras) los cuales pueden ser particularizados para la resolución de problemas específicos.

2. MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

El MCH resulta al combinar las características particulares del mapa conceptual y el diagrama de flujo. Se trata de una representación gráfica que integra la representación ostensiva u observable de una red jerárquica de conceptos y de elementos que conforman distintos procesos.

El presente avance de investigación se apoya en el trabajo de Moreno, Zúñiga y Tovar (2018), donde se plantea una *interpretación sistema del MCH*. La propuesta considera que el MCH permite representar de manera esquemática el sistema de prácticas que realiza un sujeto experto al resolver una EDO1.

Según el EOS, cuando un sujeto (experto o novato) resuelve un problema, este lleva a cabo un sistema de prácticas donde participa y organiza un conjunto de objetos matemáticos primarios: lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. En cada práctica que integra al sistema los objetos se organizan formando una configuración específica de objetos matemáticos las cuales tienen un sentido o significado parcial, sin embargo, al ser organizadas e interrelacionadas con las otras prácticas que integran el sistema de prácticas da lugar a la emergencia de una configuración de objetos correspondiente al sistema de prácticas. Este último corresponde a la *perspectiva unitaria del MCH* que se plantea en el trabajo de Moreno (2017) y Moreno, Reducindo, Aguilar y Angulo (2018).

Se tiene la tesis de que cuando el docente reconstruye el sistema de prácticas involucrado en la resolución de una ED y luego lo representa de forma gráfica mediante el MCH, el docente lleva a cabo un proceso de reflexión sobre el objeto a ser enseñado.

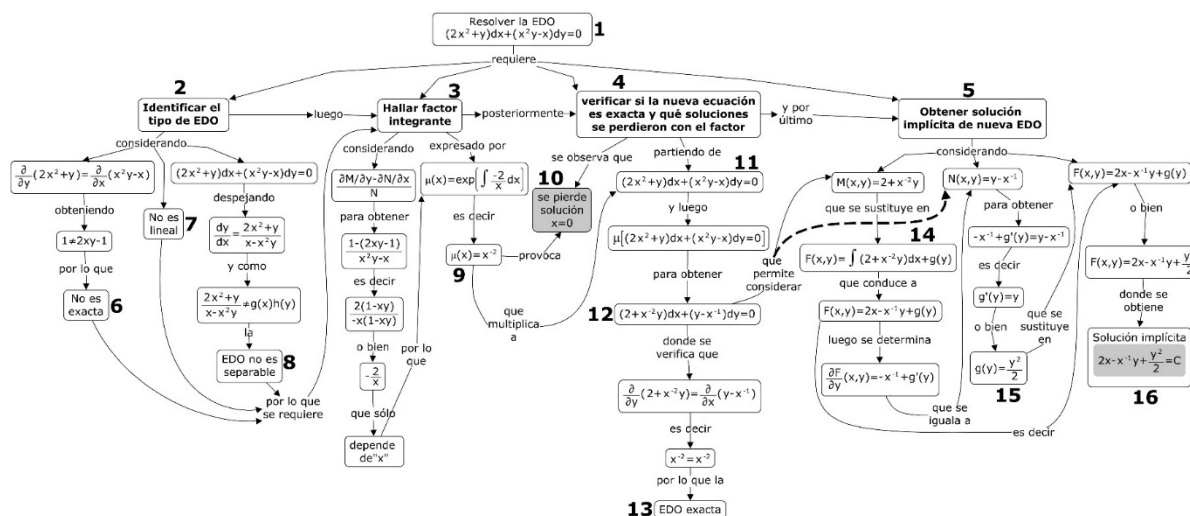
Se emplea una metodología cualitativa para la elaboración de un MCH epistémico a partir de un estudio de caso en el que se analiza la producción de un docente experto que resuelve una EDO1, MCH institucional. Para la elaboración del MCH se propone considerar la identificación de las prácticas que integran el sistema de prácticas y tomar en cuenta los objetos primarios y su organización en cada una de éstas. Este mismo proceso

también puede realizarse para el caso en el que los alumnos elaboren sus propios MCH, MCH cognitivo.

3. RESULTADOS

Se ilustra el MCH del sistema de prácticas llevado a cabo por un docente en la resolución de la ecuación diferencial $(2x^2 + y)dx + (x^2y - x)dy = 0$.

En la producción del docente es posible advertir la realización de cuatro prácticas diferenciadas, ver la ilustración: (i) Identificar el tipo de EDO (2), (ii) Hallar el factor integrante (3), (iii) verificar si la nueva ecuación es exacta y qué soluciones se perdieron con el factor (4) y (iv) Obtener solución implícita de nueva EDO (5).



MCH que representa gráficamente el sistema de prácticas que participa en la resolución de una EDO1 mediante factor integrante (elaboración propia).

En las prácticas se observan diferentes conceptos, por ejemplo, en la tercera práctica se emplea el concepto de *EDO exacta* (13) y en la cuarta práctica el concepto de *solución implícita* (16). En la producción del docente se observó el empleo del registro algebraico (objeto lenguaje) y la realización de ciertos argumentos para justificar el procedimiento empleado, por ejemplo, la ruta de lectura 9-10-4 en la Figura 1 muestra que el factor integrante causa pérdida de una solución de la EDO1. También se observa la realización de distintos procedimientos, tal es el caso de la práctica 3 donde se determina el factor integrante.

4. REFLEXIONES FINALES

La ilustración muestra el caso del MCH correspondiente a la solución de una EDO1 concreta, el cual podría ser empleado en clase para el trabajo colaborativo, por ejemplo, se podrían borrar algunas expresiones algebraicas del mapa para ser completadas por los alumnos, o bien, se podrían separar las prácticas (también con algunas expresiones algebraicas eliminadas) constituyentes, las cuales tendrían que ser organizadas por los alumnos para obtener la solución. También es posible elaborar un MCH general, el cual podría ser empleado como guía por los alumnos para resolver problemas más específicos.

REFERENCIAS

- De las Fuentes, M., Arcos, J. L. y Navarro, C. R. (2010). Impacto en las competencias matemáticas de los estudiantes de ecuaciones diferenciales a partir de una estrategia didáctica que incorpora la calculadora. *Formación Universitaria*, 3(3), 33-44.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Guerrero, O. C., Camacho, M. M. & Mejía, V. H. R. (2010). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias que modelan un problema. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 341-352.
- Morales, L. Y y Salas, H. O. (2010). Incorporación de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5(6), 155-172.
- Moreno, M. M., y Azcárate, C. (1997). Concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales a estudiantes de química y biología. Estudio de casos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(1), 21-34.
- Moreno, M. M. & Azcárate, G. C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias*, 21(2), 265-280.

- Moreno, M. N. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en cálculo diferencial. *Investigación en la Escuela*, 92, 60-75.
- Moreno, M. N., Zúñiga, M.S.C. & Tovar, R. A. D. (2018). Una herramienta gráfica para la enseñanza de la cinemática mediante la resolución de problemas. *Latin American Journal of Physics Education*, (en prensa). Recuperado de <https://goo.gl/h8Hzn8>.
- Moreno, M. N., Reducindo, R. I., Aguilar, P. R. M. y Angulo, R. G. V. (2018). Enseñanza de la física mediante Fislets que incorporan Mapas Conceptuales. *Apertura*, 10(2), 20-35.
- Perdomo, D. J. (2011). Módulo de enseñanza para la introducción de las ecuaciones diferenciales ordinarias en un ambiente de resolución de problemas con tecnología. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 113-134.
- Rincón-Leal, O. L. (2011). Evaluación de actitudes hacia la incorporación de la Calculadora Voyage 200 en las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden. *Revista Eco Matemático*, 2(1), 21-26.
- Rodríguez, G. R y Quiroz, R. S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 99-124.