ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo

Mathematical Modeling as a Didactic Strategy for Calculus Teaching

Jose Arturo Molina-Mora
jose.molinamora@ucr.ac.cr
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica

Recibido-Received: ***20/mayo/2016*** / Corregido-Corrected: ***23/jul /2016.***
Aceptado-Accepted: ***16/ago/2016*** / Publicado-Published: ***31/jul /2017.***

Resumen
La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con contenidos matemáticos y que permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación. La modelación matemática se presenta como estrategia didáctica que permite simular e interpretar diferentes problemas y situaciones de la vida real o académica, poniendo en evidencia diferentes condiciones de aplicación de los contenidos de los cursos de matemática universitaria. Específicamente en Cálculo II, la estrategia busca solventar la necesidad de mostrar y manipular aplicaciones de los contenidos de integrales impropias, polinomios de Taylor, coordenadas polares y secciones cónicas en problemas con ejemplos concretos en las áreas de ciencias biológicas e ingeniería. Dicha implementación respondió a un paradigma que busca la innovación y la mejora continua del proceso enseñanza y aprendizaje, lo cual es pertinente debido a la existencia de una plataforma de incorporación de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en el curso de Cálculo II y que favoreció el uso de software especializado para la creación y manipulación de los modelos matemáticos.

Palabras claves: Estrategia didáctica; modelación; curso Cálculo II; TIC.

Abstract
Mathematical modeling is the activity that represents, manipulates, and communicates real-world objects with mathematical content; it also allows the simulation of complex processes, generates hypotheses, and suggests experiments or validation methods. Mathematical modeling is presented as a teaching strategy to simulate and interpret different real or academic life problems and situations by demonstrating different application conditions of university mathematical course contents. Specifically, in Calculus II, the strategy seeks to address the need to show and manipulate contents applications of improper integrals, series and Taylor polynomials, polar coordinates, and conic sections on specific problems with examples in biological sciences and engineering areas. This implementation respond to a paradigm that seeks innovation and continuous improvement of teaching and learning processes which is pertinent because of the existence of a platform incorporating ICTs (Information and Communications Technology) in Calculus II, and favoring the use of specialized software for the creation and manipulation of mathematical models.

Keywords: Teaching strategy; Modeling; Calculus II; ICTs.

Las estrategias didácticas constituyen la suma de procedimientos y actividades que de forma integrada brindan una secuencia lógica para el logro de los objetivos educativos. En este sentido, el proceso de enseñanza y aprendizaje debe contemplar el escenario y necesidades en los que se desarrolla la estrategia, con el fin de dar un papel activo al estudiantado y que lo haga responsable de su propio aprendizaje, lo implique en un proceso de reflexión sobre lo que hace, cómo lo hace y qué resultados logra (Cascante y Marín, 2012).

Con la tendencia de cambio constante en la sociedad, la educación de las nuevas generaciones debe asumir grandes retos, lo que demanda la exigencia de una excelente preparación académica. Particularmente en matemáticas, esta disciplina fomenta habilidades y destrezas de gran significado en el desempeño del diario vivir, tales como el razonamiento lógico, competencias y la creatividad, por lo que se hace indispensable introducir estrategias que ayuden al estudiantado a apreciar la matemática como una disciplina útil y eficaz, que experimente una matemática más aplicable a su contexto, de manera que contribuya a disminuir la concepción errónea de ver la matemática desligada de la realidad circundante (Porras-Lizano & Fonseca-Castro, 2015).

Respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática universitaria en cursos iniciales, como Cálculo I y II, una de las necesidades reveladas la constituye la poca claridad de las aplicaciones que poseen los contenidos de estudio y la ausencia de una conexión evidente con el entorno y con problemas de la vida cotidiana (Angel y Bautista, 2001). En cursos de matemática superior, incluyendo Cálculo III, Ecuaciones Diferenciales y Métodos Matemáticos, las aplicaciones son parte del contenido del curso y su uso es mucho más explícito. Así, se platea como reto, en cursos de matemática básica universitaria, la incorporación de situaciones problema que reflejen el uso de los conceptos y cálculos para dar interpretación a las soluciones, lo cual a su vez favorece el desarrollo de competencias, conocimientos y valores fundamentales (Gatica y Ares, 2012).

Modelación matemática como estrategia didáctica

La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación. Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (King, Garrett, & Coghill, 2005).

La modelación matemática tiende puentes entre la experiencia de vida diaria del estudiantado y la matemática, pues el aprendizaje de la matemática provee apoyo cognitivo a las conceptualizaciones estudiantiles y coloca la matemática en la cultura, como medio de describir y entender situaciones de la vida diaria (Córdoba, 2011). Para que un estudiante experimente con un modelo matemático y sea capaz de reflexionar sobre las relaciones existentes en él, es una precondición epistemológica que este alumno sea capaz de percibir la situación o fenómeno modelado y la matemática en juego, como dos objetos separados pero al mismo tiempo interrelacionados (Blomhøj, 2004).

Además, la modelación matemática debe comprenderse como una actividad que no se agota en la producción de representaciones matemáticas articuladas a la situación de estudio, sino que también reconoce otros aspectos de la naturaleza humana y del papel de la matemática en la sociedad (Villa-ochoa, 2013).

Si se considera el método científico como paradigma, la modelación matemática responde a las etapas clásicas, incluyendo la observación de un fenómeno en cierto contexto, generación de una

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

hipótesis en forma de modelo matemático, la verificación y reajuste cíclico (el modelo evoluciona matemáticamente hasta lograr responder al contexto) y, finalmente, se realizan conclusiones que se interpretan en el escenario del problema (Castro, 2013). Dichas etapas deben ser consideradas en la implementación de estrategias didácticas, sin embargo, el personal docente debe tener control sobre lo que sucede respecto al modelo, el cual en etapas iniciales de estudio requiere de modelos ya bien caracterizados y diferenciar la modelación matemática a nivel de investigación.

En este sentido, Villa-Ochoa (2009) plantea que es claro que el modelado en la matemática tiene sus fundamentos en la actividad científica del personal matemático que se encarga de aplicar y construir modelos para explicar fenómenos, resolver problemas de otras ciencias o para avanzar en una teoría o ciencia. Sin embargo, en educación se promueve la elaboración e interpretación de modelos con el ánimo de construir un concepto matemático dotado de un significado, y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas, debido a la relación que esta área del conocimiento tiene con los problemas del contexto real de los grupos de estudiantes (Villa-Ochoa, 2009). Por lo tanto, el quehacer del modelado en enseñanza de las matemáticas plantea un fin particular y que, por tanto, debe ser validado de forma diferente y con un uso de modelos bien definidos y evaluados (involucra la reelaboración, adaptación e interpretación de modelos ya construidos).

Este mismo autor realiza una comparación entre los alcances de la modelación matemática en investigación científica (sin fines didácticos) y en educación para la enseñanza, resaltando que en educación, a diferencia de lo que ocurre en el quehacer de matemática aplicada como mera ciencia, se tiene que los modelos planteados poseen un carácter significativo con intención didáctica, por lo tanto, están diseñados *a priori* con base en la preparación y selección del contexto y de acuerdo con los propósitos de la clase, además de que los resultados del modelo ya han sido evaluados en pertinencia, comportamiento e interpretaciones según contexto (Villa-Ochoa, 2009).

La modelación educativa tiene un objetivo claramente pedagógico e incluso se pueden distinguir dos tipos de corrientes, una didáctica en la que los modelos se utilizan para estructurar y promover el proceso de aprendizaje del alumnado, y otra que se puede considerar de carácter conceptual en la que el papel de la modelación es clave para introducir nuevos conceptos y para desarrollarlos. Otras perspectivas consideran la modelación como proceso cognitivo para el análisis de los procesos mentales que tienen lugar durante su ejecución (Trigueros, 2009).

No obstante, estas consideraciones no implican que no puedan realizarse y aplicarse modelos matemáticos en condiciones de investigación por parte del estudiantado, sino que el personal docente debe valorar el escenario educativo, los objetivos que ha planteado y el nivel de abstracción que sus estudiantes han alcanzado. Posiblemente en ámbitos superiores y con una gran experiencia del uso de modelos en condiciones controladas, sería significativo la incorporación de verdaderos problemas incógnitos y donde el modelado refleje otro estado educativo.

Por otra parte, una forma de lograr la contextualización del conocimiento es la presentación de situaciones problemáticas reales que sean factibles de representarse mediante modelos matemáticos y que permitan responder preguntas específicas en situaciones reales, cuando se requiere tomar decisiones o cuando es imperativo hacer predicciones relacionadas con fenómenos naturales y sociales (Trigueros, 2009). La resolución de problemas como estrategia pedagógica se puede asociar con situaciones reales donde la identificación, uso y construcción de modelos matemáticos sea parte sustancial y significativa en la labor de aula (Porras-Lizano & Fonseca-Castro, 2015).

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

Así, algunas orientaciones de la modelación incluyen las competencias de resolución de problemas. En la mayoría de los casos, la matematización y el análisis del modelo se constituyen en un problema matemático para el que modela y, en consecuencia, el proceso de modelización incluye resolución de problemas matemáticos (Blomhøj, 2004). Se procura que el estudiantado "descubra" la fortaleza de la matemática para abordar y resolver problemas reales y que sea capaz de concluir, desde resultados matemáticos, inferencias en la "realidad", es decir, dar interpretación en el contexto (Huincahue & Mena-Lorca, 2014).

Romero (2011) plantea que la conexión entre las matemáticas y la realidad que nos rodea se ejecuta por medio de actividades de la resolución de problemas contextualizados en nuestro entorno de vida. Ante una situación problemática real, un resultado numérico no tiene sentido desligado del contexto, es necesario darle sentido teniendo en cuenta las condiciones impuestas por la situación (Romero, 2011). Así, desde un punto de vista didáctico, es importante que la perspectiva de modelación coloque la actividad de resolución de problemas en un contexto real e incluya solución de problemas de naturaleza extra-matemática (Blomhøj, 2004).

Sin embargo, algunos estudios contrastan diferencias más reconocibles entre la resolución de problemas y la modelación matemática. Trigueros (2009) plantea que a diferencia de los acercamientos de solución de problemas, en los cuales al resolver problemas el alumnado puede aplicar lo que ha aprendido antes, a una situación sin contexto o contexto real, la modelación matemática supone que el contexto funciona como la fuente del proceso de aprendizaje, pues conforme se trabaja en ese contexto, el estudiantado es susceptible de desarrollar herramientas matemáticas y conocimiento, y cuestionar e investigar situaciones que brindan una oportunidad para discutir tanto el papel de estas en la sociedad, como la naturaleza de los modelos matemáticos (Trigueros, 2009).

En una descripción realizada por Villa-Ochoa en 2009, se expone que, aunque el modelado y la resolución de problemas pueden considerarse como objetos educativos relacionados y podrían establecerse modelos para resolver problemas, es relevante hacer consideraciones respecto de algunos criterios conceptuales que podrían diferenciarlos (Villa-Ochoa, 2009): (i) la modelación matemática supone contextos extra-matemáticos reales, a diferencia de la resolución de problemas que incluyen contextos reales y artificiales, intra o extra matemáticos; (ii) en el modelado usualmente hay mayor oportunidad para explorar conceptos matemático, indagación y experimentación, y en la resolución de problemas usualmente se brindan escenarios más simplificados y conceptualmente mucho más orientados; y finalmente, (iii) en la modelación se realiza una validación interna (matemáticamente correcto) y externa (interpretación de acuerdo con el contexto), mientras que en la resolución de problemas se hace énfasis en la validación de conceptos matemáticos (interna).

Adoptando una posición consenso de relación entre la modelación matemática y la resolución de problemas, y el uso de conceptos matemáticos para resolver situaciones reales, la modelación matemática pretende dar interpretación y predicción a diferentes condiciones, y de forma integrada enfrenta al estudiantado a la toma de decisiones, desarrollo de la autonomía y del pensamiento crítico, actitudes colaborativas, destrezas profesionales y capacidad de autoevaluación (Cascante y Marín, 2012). En áreas académicas como la ingeniería, el uso de modelos matemáticos es muy extenso; incluye el modelado de circuitos, motores y sistemas dinámicos, acueductos y la predicción del clima, con lo cual, su uso en cursos de matemática universitaria es pertinente, debido a que queda dentro del futuro contexto académico estudiantil. La resolución de problemas por modelación matemática en el escenario educativo universitario permite al estudiantado enfrentarse con una experiencia de

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

aprendizaje en la cual integra no solo conocimiento previo, sino que, por medio de la indagación, logra profundizar, adquirir y proponer nuevas rutas de aprendizaje (Mora, 2012).

Las ventajas que ofrece la modelación matemática incluyen la posibilidad de representar un problema, tomar decisiones, generar y verificar hipótesis, hacer predicciones y dar interpretaciones en un contexto específico, lo cual en general favorece el aprendizaje por descubrimiento y por cooperación, así como el desarrollo de habilidades y actitudes positivas relacionadas con la toma de decisiones e interacción entre pares (Villalobos et al., 2012). Además, la modelación matemática exige el desarrollo de competencias para visualizar en paralelo y bidireccionalmente, lo contextual y su formulación en términos de un dominio matemático adecuado a la situación; confrontar situaciones reales, de manera individual y colectiva, que deben ser comunicadas con diferentes modalidades de representación (el lenguaje natural y matemático); apreciar el conocimiento matemático como útil, pertinente, con significado y con posibilidades de ser reconstruido atendiendo las necesidades del evento en el cual se está trabajando y, finalmente, validar los modelos y las soluciones atendiendo tanto la teoría como la situación contextual (Cruz, 2010).

En el contexto de la estrategia de modelado en el curso de Cálculo II, curso que tiene un historial de introducción de las TIC (tecnologías de la información y la comunicación), la implementación se ve favorecida debido a la posibilidad de usar, visualizar, crear, simular y manipular los modelos con el uso de software especializado, lo cual da énfasis a la interpretación con los conceptos matemáticos y brinda la posibilidad de estudiar ejemplos de alta complejidad algebraica. Además, el uso de las nuevas tecnologías puede ayudar, de manera directa, en tareas de modelación matemática en realizar modelos "prueba" de coherencia con respecto a lo contextual, obtener diferentes modalidades de representación y experimentación, así como establecer interpolaciones y extrapolaciones que lo contextual no provee (Cruz, 2010). Esta conjunción responde a un paradigma de innovación en el contexto de la educación superior, que representa un cambio favorable e intencional en el proceso educativo; involucra contenidos, métodos, prácticas y medios de transmisión del saber que transforma la gestión de la docencia en un marco de mejora continua (Cascante y Marín, 2012).

Implementación

Contexto

El curso de Cálculo II corresponde a una materia de servicio de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica y es atendido por estudiantes de las carreras de Ingeniería, Enseñanza de las Ciencias, Química, Física y Geología. Desde el año 2008, diversos proyectos han permitido una introducción paulatina de las TIC, inicialmente con prácticas aisladas en temas puntuales y formativas, hasta llegar a sesiones de laboratorio semanales y en todos los temas, corresponde a lo que se trabaja actualmente en un laboratorio de cómputo establecido para el proyecto (que incluye otros cursos) y donde la evaluación ha sido formativa y sumativa.

En el contexto de un proceso de mejora continua del proceso enseñanza y aprendizaje del Cálculo II, al igual que todo curso universitario, semestralmente sus estudiantes realizan evaluaciones sobre el curso, sus docentes, aspectos administrativos, materiales y recursos, entre otros. A partir de la opinión del mismo estudiantado, en la Figura 1 se presenta un gráfico de Ishikawa, o espina de pescado, referente a los factores que influyen en el aprendizaje del Cálculo II. A lo largo de los años, estos aspectos han sido incluidos en modificaciones en contenido,

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

evaluación e introducción de las TIC, entre otros, en miras de aumentar la satisfacción estudiantil respecto al aprendizaje del Cálculo II. Sin embargo, los aspectos más críticos y demandados por la parte estudiantil son las aplicaciones a su área académica y su uso en problemas de la realidad.

Esto, en parte, se explica porque Cálculo II es un curso que prepara al estudiantado para Cálculo III y Ecuaciones Diferenciales, cursos que poseen diversas aplicaciones en diferentes áreas de la ingeniería, ciencias médico-biológicas, economía, física, química, entre muchos otros. Sin embargo, a nivel de Cálculo II, algunas de esas aplicaciones no siempre pueden ser claramente desarrolladas, debido a la falta de conceptos algebraicos que se verán en esos otros cursos superiores. Sin embargo, la introducción de las TIC puede solventar ciertos conceptos algebraicos que no se han estudiado y así enfocar la aplicación de conceptos analíticos de Cálculo II y la interpretación del problema.

Situación de aprendizaje que se desea resolver

Debido a que las evaluaciones realizadas por el estudiantado al curso de Cálculo II, constantemente reflejan insatisfacción referente a las posibles aplicaciones de los contenidos del curso a situaciones de la vida real y profesional, se plantea la necesidad de introducir modelos matemáticos que ejemplifiquen el uso de los temas de estudio en situaciones reales. En este caso, la modelación matemática como estrategia de aprendizaje se puede implementar, pues se cuenta con acceso a las TIC y se pueden solventar conceptos algebraicos que no son fácilmente representables o son de cursos avanzados.

Objetivo

Reconocer y aplicar los conceptos analíticos que modelan matemáticamente diferentes situaciones de la vida real o del área académica para dar una interpretación válida en el contexto del problema.

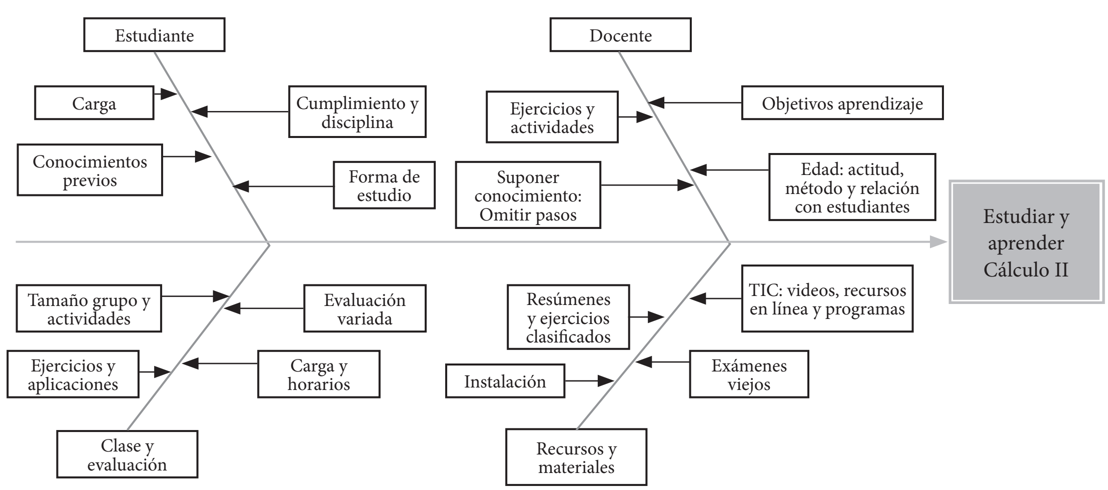


Figura 1. Factores que influyen en el estudio y aprendizaje de Cálculo II. Elaboración propia del estudio.

Contenidos

En el contexto curricular del curso de Cálculo II, los contenidos se pueden clasificar en dos áreas de la matemática: el análisis matemático y la geometría analítica. Los contenidos de análisis matemático corresponden a polinomios de Taylor, integrales impropias, sucesiones e

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2
UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

inducción, series numéricas y series de Taylor. Por su parte, los temas de Geometría Analítica corresponden a Coordenadas Polares, Números Complejos y Secciones Cónicas.

Del total de contenidos, la selección de los temas a trabajar con la estrategia de modelación matemática respondió a los criterios de: (1) Representatividad, que se refiere a su idoneidad de estar acorde a las necesidades educativas, su futura aplicación en el área académica y que permitan la eventual comprensión de otros conceptos. (2) Significatividad y relevancia: se da énfasis al uso de conocimientos previos y no memoria mecánica, donde se exponen los conceptos que se usan para realizar la transición para la creación del nuevo contenido conceptual y la eventual aplicación de los contenidos procedimentales. Los contenidos son académicamente significativos para poder aplicar en cursos posteriores avanzados, tanto de matemática como del área académica, lo cual apoya también su uso en situaciones de carácter científico. Esto se ve favorecido con el uso de las TIC como estrategia ya implementada en el curso. (3) Transferibilidad: para cada uno de los temas se presenta un ejemplo de aplicación de modelación matemática, en el que se hace uso de los conceptos y procedimientos para dar una interpretación según el contexto del problema, ello permite la transferencia del saber a un situación o problema.

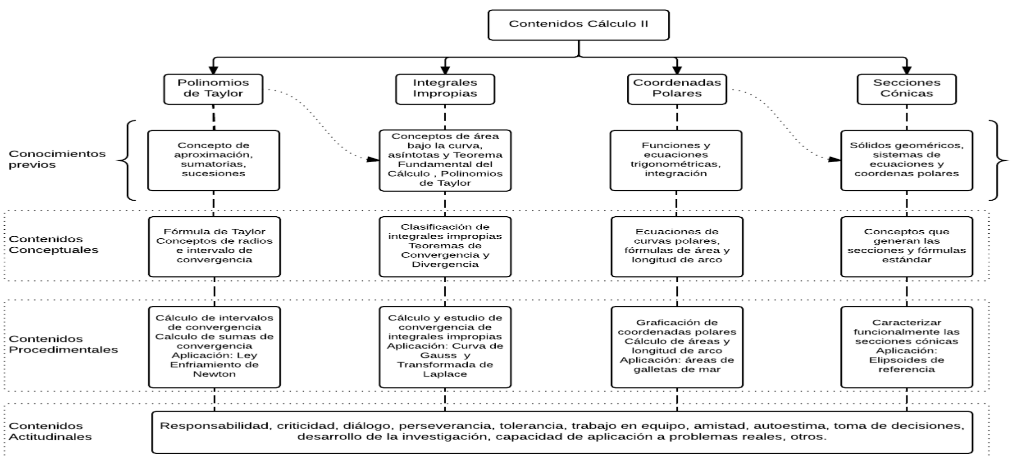


Figura 2. Organización de contenidos del curso de Cálculo II usados en la estrategia didáctica. Elaboración propia del estudio.

Así, la organización de los contenidos seleccionados para la aplicación de la estrategia didáctica basada en modelación matemática (realizada con los temas de polinomios de Taylor, integrales impropias, coordenadas polares y secciones cónicas) es mostrada en la Figura 2, donde se puede apreciar su clasificación de acuerdo con contenidos conceptuales (conceptos, datos, hechos e ideas), procedimentales (procedimientos) y actitudinales (actitudes, normas y valores).

Dentro de cada tema, la jerarquía establecida se da de la mano con el tipo de contenido (Figura 2, secuencia vertical por tema). Así, las diversas actividades con la introducción de las TIC permiten establecer un vínculo de los contenidos previos con nuevas ideas que permitan trabajar el contenido conceptual.

Posteriormente, se realizan las actividades de procedimiento y cálculos, posiblemente la parte más desarrollada en el contexto del curso, para luego proceder con las actividades de cierre,

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr
ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

interpretación, modelación matemática y aplicaciones reales que permiten así el desarrollo de los contenidos actitudinales. Esta secuencia responde a la necesidad de establecer un aumento progresivo de la profundidad y de iniciar con conceptos generales y de comprensión para luego pasar a los procedimientos y cálculos de alta complejidad, y estos nuevos conocimientos son usados para la integración en aplicaciones e interpretación.

También, a nivel disciplinar y para cada uno de las dos grandes áreas de la matemática que se aborda en el curso, se aprecia una conexión entre temas y una relación lógica en la secuencia, pues el contenido de polinomios de Taylor es usado para una parte del contenido de integrales impropias y el contenido de coordenadas polares se usa para el estudio de las secciones cónicas. Esto puede ser observado en la Figura 2, con las líneas curvas que van desde el título de contenido hasta los conceptos de conocimiento previo del tema siguiente. |

A nivel interdisciplinar, la incorporación de modelos matemáticos para analizar situaciones y problemas de la vida real o académica es el elemento más importante para establecer la conexión con otras áreas académicas y hacer evidente en el estudiantado el uso potencial de los contenidos del curso. Dado que las actividades de modelado incluyen aspectos de toma de decisiones para resolver el problema con los conocimientos adquiridos y dar interpretación, tanto en forma grupal como individual, se ofrecen diversos contenidos actitudinales que se ven potenciados, como se observa en la parte inferior de la Figura 2.

Ejecución de la estrategia

La estrategia didáctica corresponde a la modelación matemática, la cual se planteó para 4 tipos de problemas de acuerdo con la naturaleza del tema de estudio (integrales impropias, series y polinomios de Taylor, coordenadas polares y secciones cónicas). Todos los modelos se realizaron después de concluido el tema de estudio correspondiente y con actividades en 3 niveles: introducción, desarrollo del modelo y conclusiones.

Para las diversas actividades, en todos los modelos se contó con un documento digital que funciona como guía para trabajar la situación o problema. Las respuestas y posteriores interpretaciones se completaron en dicho documento, el cual fue entregado al personal docente para la evaluación sumativa. Las actividades se realizaron de forma individual, pero con la posibilidad de interactuar con sus pares, con un trabajo en una sesión única y un reporte obtenido del documento guía con preguntas específicas.

Actividades

Los cuatro modelos a estudiar incluyeron actividades de introducción, desarrollo del modelo y conclusiones. Las actividades de introducción correspondieron a aquellas que permiten la utilización del conocimiento previo para brindar un contexto del problema o situación a resolver. Para los cuatro modelos a estudiar, en clase se realizó una investigación breve sobre diversos conceptos y preguntas generadoras, y luego se solicitó al estudiantado que describiera sus hallazgos en forma escrita y oral. El docente realizó un cierre sobre el contexto y planteó la situación a resolver y su relación con el contenido.

Las actividades de desarrollo del modelo fueron aquellas que realizaron un vínculo directo con los contenidos, e incluyen aspectos de visualización, programación, algoritmos y aplicación

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

de conceptos analíticos para resolver el problema o situación planteada. Para ello se hizo uso de software especializado, incluyendo aquellos de cálculo simbólico como *Mathematica* y graficadores como *Winplot*.

Por su parte, las actividades de conclusión permitieron realizar la interpretación de los resultados del modelado y estudiar posibles aplicaciones a situaciones en el quehacer profesional. En todos los casos hubo preguntas generadoras que orientaron la interpretación gráfica y algebraica de los resultados en el contexto del problema. Además, posterior a cada sesión se brindaron ejemplos concretos de artículos científicos que usan de forma directa los contenidos y modelos estudiados. En conjunto, los resultados del modelo y las aplicaciones científicas permitieron establecer un foro en clase para discutir los diferentes hallazgos.

Los cuatro modelos trabajados en los cuatro contenidos seleccionados (polinomios de Taylor, integrales impropias, coordenadas polares y secciones cónicas) y las respectivas actividades de introducción, desarrollo e interpretación son descritas en detalle en la Tabla 1. En cada caso se indica el laboratorio realizado (debido a que estos se desarrollan como parte del uso de TIC que posee el curso) y los contenidos específicos a considerar con cada modelo.

Comunicación, papel del estudiantado y papel del personal docente

A lo largo de la estrategia, la interacción de estudiantes entre sí funcionó como elemento clave para la comunicación y ocurrió para todos los tipos de actividades descritas. Además, la comunicación se vio favorecida con el desarrollo de las TIC, las cuales ofrecieron diferentes recursos para la introducción del problema y la construcción e interpretación del modelo. En las actividades de introducción, la investigación en línea y la discusión entre compañeros y compañeras permitió crear un primer escenario del problema en estudio, para el cual la discusión oral con la guía docente terminó de hacer el vínculo con el contexto y el problema o situación a resolver. En las actividades de desarrollo del modelo y conclusiones el estudiantado tuvo el papel de protagonista, para el cual hizo uso de sus conocimientos analíticos de Cálculo II para resolver el problema planteado con el software matemático y dar interpretación. La guía de trabajo dio una orientación respecto a la tarea por realizar paso a paso y la función docente fue asesorar y orientar la actividad. En las actividades finales, se discuten las aplicaciones y posteriormente el personal docente ofreció una retroalimentación y cierre general de la actividad.

Evaluación

En congruencia con el objetivo general de la estrategia, la evaluación se enfocó en la implementación e interpretación del modelo matemático que explica la situación o problema, y se basó tanto en evaluación formativa como sumativa. La evaluación formativa se dio a lo largo de todas las actividades, con retroalimentación en 3 momentos de la estrategia: la discusión oral referente al contexto del problema, la implementación correcta de los conceptos analíticos para el desarrollo del modelo y en el foro en clase para emitir interpretación y aplicaciones del modelo. La evaluación sumativa se realizó con el reporte final (incluyendo las explicaciones de aplicaciones que se discuten) y que fue resultado de la evaluación formativa descrita anteriormente en todo el proceso.

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

Tabla 1

Descripción de los modelos matemáticos y actividades de la estrategia didáctica

Contenido y subcontenido	Implementación		
	Laboratorio y contenido según TIC	Actividades de introducción	Actividades de desarrollo del modelo y de interpretación
1.Integrales impropias: Análisis de convergencia	Modelo de la curva de Gauss y transformada de Laplace: Cálculo de integrales usando *Mathematica*	Se demuestra que la integral que modela la curva de Gauss es convergente (posee área finita). Se investiga el concepto y aplicación de la curva de Gauss a la estadística. Se estudia el concepto de la transformada de Laplace.	*Curva de Gauss:* Se calcula la integral impropia en todo IR con el software *Mathematica* y al considerar valores para 1 y 2 desviaciones estándar en la curva normal. Se da interpretación en términos estadísticos de precisión y exactitud y para cada uno de los casos calculados. *Transformada de Laplace:* Se calcula la transformada de funciones básicas y se grafican para ver el cambio con la transformación. *Aplicaciones:* Se analiza un ejemplo del uso de la curva de Gauss en estudios estadísticos y 3 ejemplos del uso de la transformada de Laplace en estudios de circuitos, farmacodinamia y en la resolución de ecuaciones diferenciales.
2.Series y polinomios de Taylor: Cálculo de polinomios de Taylor	Modelos de la ley de enfriamiento de Newton: Graficación y análisis de funciones, solución de ecuaciones y cálculo de polinomios de Taylor con *Mathematica*	Se plantea un problema dinámico de la ley de enfriamiento de Newton que se modela con ecuaciones diferenciales. Se investiga las propiedades y condiciones de la ley de enfriamiento.	Se resuelve la ecuación diferencial que modela el problema, se grafica y analiza la función resultante, se aplican polinomios de Taylor y se aproxima la solución. En el contexto del problema, se da interpretación a la gráfica y se predice el comportamiento a un largo plazo. *Aplicaciones:* Se estudian aplicaciones relacionadas con la termodinámica y el caso para estudios relacionados con medicina forense y determinar el tiempo de muerte de un cadáver. Además, ejemplos de optimización con polinomios de Taylor en casos de análisis de estructuras de moléculas y en costos de una represa.

continúa

Jose Arturo Molina-Mora

Contenido y subcontenido	Implementación		
	Laboratorio y contenido según TIC	Actividades de introducción	Actividades de desarrollo del modelo y de interpretación
3.Coordenadas polares: Área de curvas	Modelo del área de una galleta de mar: Graficación de curvas en coordenadas polares con Winplot y cálculo de integrales con *Mathematica*	Se presenta una foto tamaño real de una galleta de mar, para la cual se da una introducción biológica. Se investigan propiedades básicas que regulan el tamaño de la galleta de mar.	Se analiza la figura para generar las funciones que permitan representar la galleta de mar y dibujarla. Se calculan las áreas de los ambulacros y podios con cálculo geométrico-analítico e integrales. Se interpreta cómo las funciones seleccionadas dan la representación de la galleta y el área según los valores obtenidos. *Aplicaciones:* Se discuten aplicaciones de cómo se puede usar el área para establecer relaciones en ambientes de estrés para las galletas y su tamaño, además de otros usos de las coordenadas polares para modelos de geometría tridimensional (ejemplo elipsoide de referencia del modelo 4, ver siguiente línea) o para seguimiento de objetos (caso presentado en fútbol).
4.Secciones cónicas: Ecuaciones y gráficas	Modelo del elipsoide de referencia: Graficación de secciones cónicas con Winplot y cálculo de integrales con *Mathematica*	Se introduce el concepto de un sólido de revolución y la integral que permite calcular el área y volumen. Se investiga el concepto de elipsoide de referencia en el contexto de la Geodesia.	Se genera el sólido de revolución a partir de una elipse, usando dimensiones que permitan formar el elipsoide de referencia. Se estudian y calculan las integrales que permiten obtener las áreas y volúmenes de superficies de revolución, incluido el elipsoide. *Aplicaciones del elipsoide de referencia:* Se analizan casos concretos sobre modelos relacionados con humedales o la predicción de trayectorias alrededor de la Tierra.

Nota: Elaboración propia del estudio.

Resultados y discusión

Implementación

La estrategia didáctica de modelación matemática, como un caso particular de la resolución de problemas, se planteó para solventar la necesidad de hacer explícitos los ejemplos y situaciones en los que los conceptos de Cálculo II pueden ser utilizados.

En todos los casos se contó con un archivo guía con las indicaciones generales de la actividad, la descripción del problema y preguntas generadoras, la situación a resolver y la pertinencia de los conceptos y contenidos de Cálculo II, los comandos de cálculo y las preguntas orientadoras para la discusión final. En las Figuras 3 y 4 se muestran las soluciones brindadas por estudiantes de los modelos matemáticos de aplicaciones de los diferentes contenidos.

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

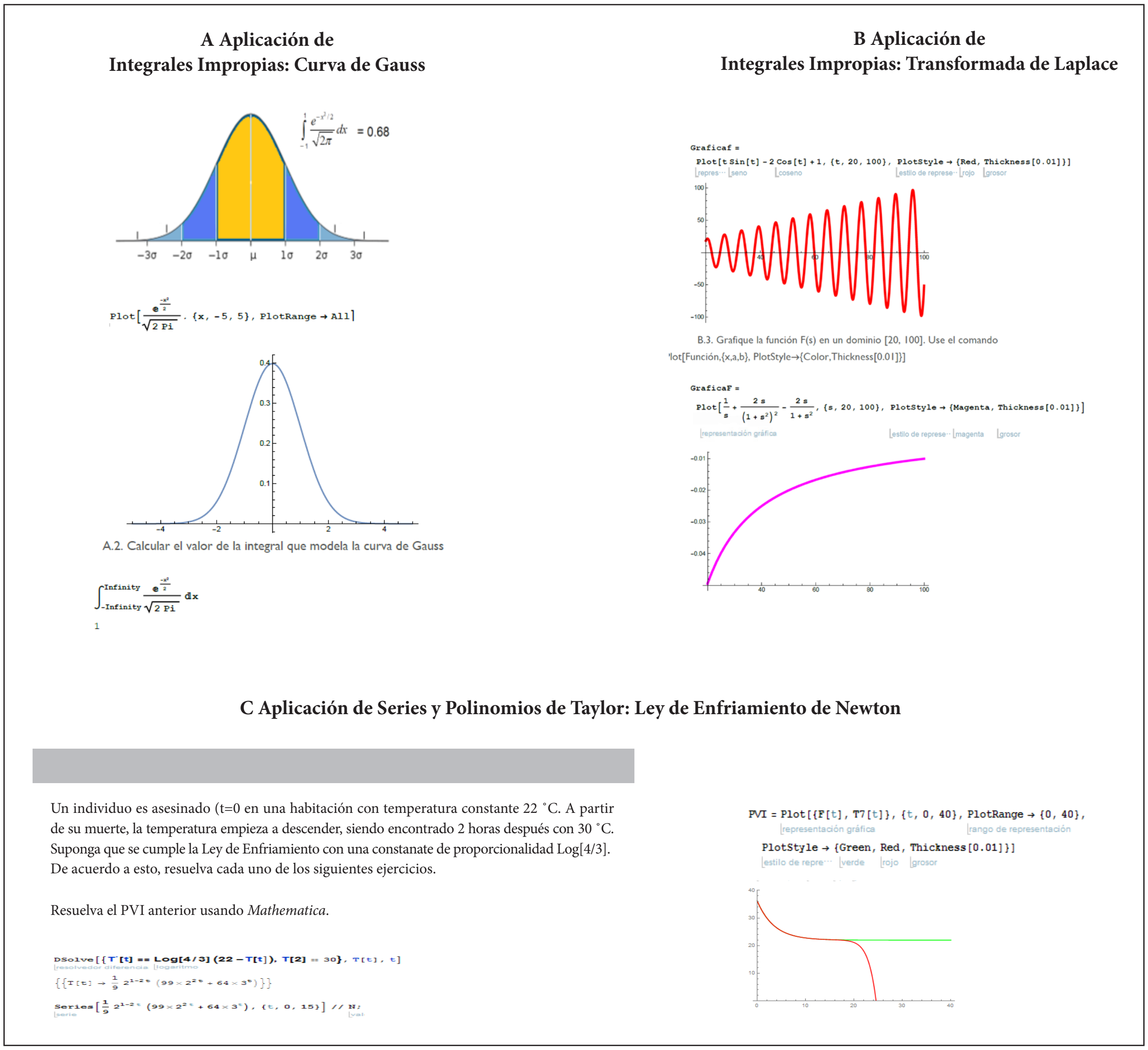


Figura 3. Soluciones brindadas por estudiantes de los modelos matemáticos de aplicaciones de integrales impropias y polinomios de Taylor. Elaboración propia del estudio.

Para el tema de integrales impropias, se indagó al estudiantado sobre su conocimiento respecto a la curva o campana de Gauss, para el cual algunos sabían que se usaba en estadística. Se procedió a explicar las definiciones y se le solicitó que investigara, de forma breve, la ecuación que modela la curva y que, como integral impropia, determinaran si era convergente o divergente. Debido a que se habían realizado ejercicios similares usando el criterio de comparación directa, la mayoría logró hacer los planteamientos generales de forma correcta (detalles secundarios sí se corrigieron, como escritura o conclusiones).

Usando la imagen superior de la Figura 3-A y los conocimientos previos de área bajo la curva, se explicó el concepto de exactitud y precisión en términos de la campana de Gauss y los valores del promedio y la desviación estándar para reportar los resultados de un ensayo. Como se

Jose Arturo Molina-Mora

muestra en la Gráfica 3-A, en la implementación usando *Mathematica* y los comandos aprendidos en laboratorios anteriores, se graficó la curva de Gauss y se calculó el valor de la integral tanto para todo IR como en las condiciones de 1, 2 o 3 desviaciones estándar. Finalmente se presentó un ejemplo básico de un ensayo en el que se medía el tamaño de una galleta de mar en dos condiciones experimentales (mismo artículo que se usó posteriormente en coordenadas polares) y se reportaban los valores promedio con 2 desviaciones estándar; se mostró un 95% de confianza, debido a que el área bajo la curva en los cálculos de la integral con 2 desviaciones dio 0.954.

En el mismo contenido de integrales impropias, se estudió el concepto de transformada de Laplace. Se solicitó al estudiantado indagar sobre el concepto de transformación y la forma de la transformada de Laplace, y que clasificaran la integral. En este caso la convergencia fue demostrada por el docente para el caso particular de la función $f(t)=t$ usando el criterio de comparación directa. En el desarrollo de la actividad se calculó, usando *Mathematica*, la transformada usando la definición y la función establecida que el programa posee para ese mismo cálculo (ver Figura 3-B). Con la idea de observar el efecto de la transformación, se solicitó al estudiantado graficar la función y su transformada, y se procedió a dar ejemplos concretos sobre el uso en la resolución de ecuaciones diferenciales y problemas dinámicos de circuitos, tanques y farmacodinamia.

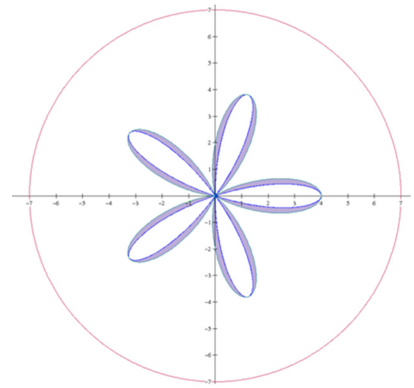
La ley de enfriamiento de Newton fue el ejemplo que se usó como aplicación física del tema de series y polinomios de Taylor. Se solicitó al estudiantado indagar sobre la aplicación y la ecuación que representa el modelo, así como las limitaciones. En una sesión de laboratorio anterior (en el contexto de las TIC que se usan en el curso) se había expuesto el concepto de ecuación diferencial y la interpretación algebraica de su solución. Además, retomando los conceptos de razones de cambio estudiado en Cálculo I, se explicó la ecuación que modela la ley. Al desarrollar la actividad, como es mostrado en la Figura 3-C, se usaron comandos de laboratorios anteriores sobre resolución de ecuaciones diferenciales, graficación, cálculo de polinomios de Taylor y cálculo de imágenes, en los que se pudo contrastar el rango dinámico en el que los polinomios de Taylor tenían validez para interpretar. En los ejemplos de aplicaciones se discutió sobre el uso de polinomios de Taylor para métodos de optimización en estructura molecular en química y funciones de costos en una represa como ejemplo de ingeniería civil. En el caso de la ley de enfriamiento, se explicó como la temperatura de un humano fallecido va en descenso y podría ser de apoyo para estimar el tiempo que lleva de muerto.

Para el tema de coordenadas polares, el modelo seleccionado correspondió a una galleta de mar, para el cual se indagó sobre aspectos de la biología de este organismo y especies de la misma familia. Se habló de forma general y se presentó, antes de desarrollar los cálculos, cómo el metabolismo y crecimiento de la galleta se puede ver afectado con la contaminación (este mismo ejemplo se usó para la discusión final). Usando una fotografía de la galleta a escala 1:1 y en trabajo grupal, el estudiantado procedió a aproximar las dimensiones de la circunferencia y de las curvas tipo flor que componen los ambulacros (Figura 4-A), para luego establecer las curvas y ecuaciones que permitirían calcular el área de toda la superficie, área de ambulacros y las zonas blanca y gris. Las gráficas se realizaron con el programa *Winplot* y los cálculos con *Mathematica*. Los ejemplos de aplicaciones incluyeron el caso inicial del efecto de condiciones ambientales sobre el crecimiento de la galleta de mar, así como ejemplos de su uso para superficies y curvas tridimensionales para parametrizar, y el caso de seguimiento de jugadores de fútbol con algoritmos de reconocimiento de patrones basados en la búsqueda por un radio alrededor de un objeto previamente identificado.

UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

A Aplicación de Coordenadas Polares: Galleta de mar

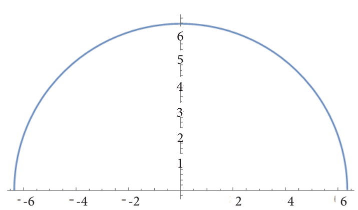


B Aplicación de Secciones Cónicas: Elipsoide de referencia

I Considere el elipsoide de Referencia GRS80. Su semieje mayor es 6 378 137 metros y su semieje menor es 6 356 752, 3141 metros, lo cual podemos representar como una elipse de ecuación $\frac{x^2}{(6.378137)^2} + \frac{Y^2}{(6.3567523141)^2} == 1$ donde la distancia es en millones de metros. Use el comando Solve[Ecuación ==, variable] para despejar la "y" y expresar la curva en términos de "x".

```
Plot[F[x], {x, -7, 7}, PlotRange → All, AspectRatio → Automatic]
|representación gráfica   |rango de repre···  |todo  |cociente de aspecto  |automático

RevolutionOX[F[x_], a_, b_] := ParametricPlot3D[{u, F[u] Cos[v], F[u] Sin[v]}, {u, a, b}, {v, 0, 2 Pi}];
                               |gráfico paramétrico 3D      |coseno        |seno                    |número
RevolutionOX[-7, 7]
```



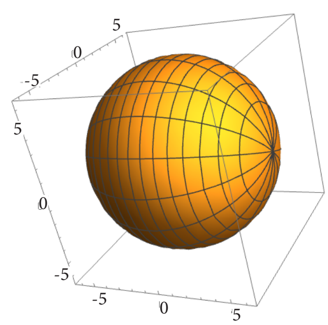


Figura 4. Soluciones brindadas por estudiantes de los modelos matemáticos de aplicaciones de coordenadas polares y secciones cónicas. Elaboración propia del estudio.

El último caso estudiado permitió continuar con el ejemplo del elipsoide y los conceptos de secciones cónicas para generarlo como una superficie de revolución. El estudiantado investigó los conceptos de superficie de revolución, elipsoide, geodesia y el caso específico de los elipsoides de referencia WGS-84 (World Geodetic System 84) que modelan la forma y tamaño del planeta tierra. En la implementación, debido a que la complejidad y los conceptos como tal pertenecen a un curso superior, la actividad fue principalmente demostrativa y explicativa, de forma general,

Jose Arturo Molina-Mora

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

de los cálculos implicados en el archivo de *Mathematica*. Usando las dimensiones de los semiejes de reportados para el elipsoide escogido, se procedió a graficar el elipsoide que aproxima la forma de la Tierra y realizar los cálculos de la volumen y área del modelo. Además, se discutieron los otros tipos de modelos existentes, el concepto de geoide (forma "real" de la Eierra) y su aplicación para los diferentes algoritmos de los sistemas de posicionamiento global (GPS), para modelar el movimiento de un objeto alrededor de la tierra (avión o satélite) o para el estudio del efecto de condiciones ambientales en cierta posición de la tierra (cambios temporales de humedales).

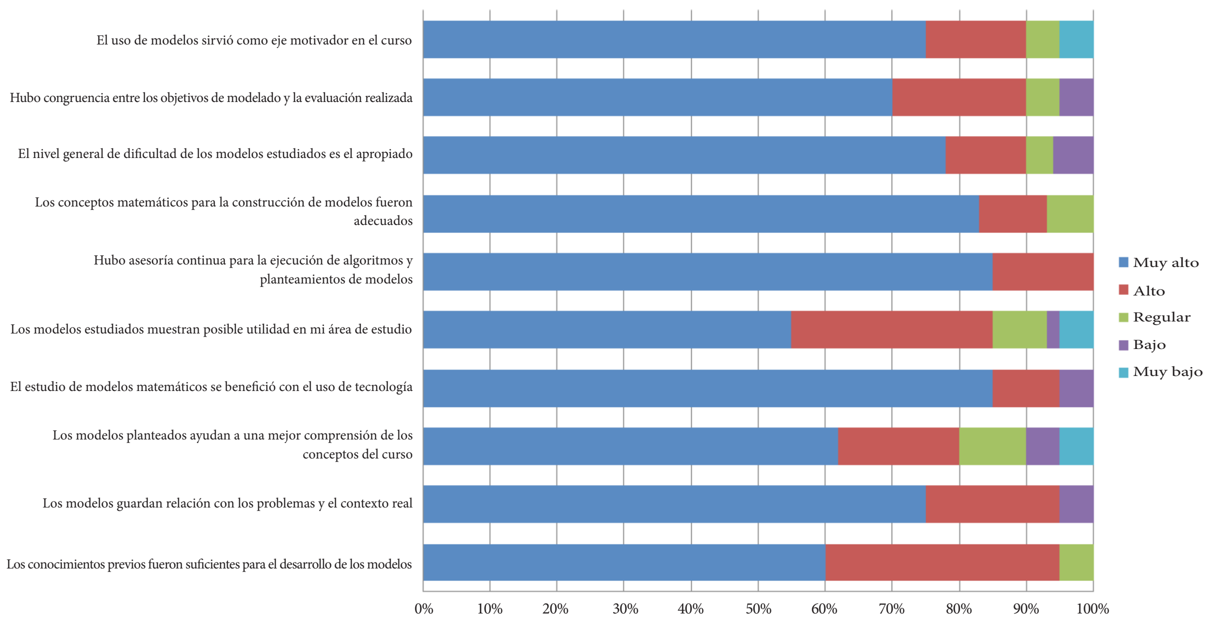


Figura 5. Evaluación de la satisfacción de estudiantes respecto a la estrategia. Elaboración propia del estudio.

Evaluación de la satisfacción del estudiantado

Con el objetivo de indagar la satisfacción estudiantil con respecto a la estrategia implementada, en una evaluación preliminar junto a la evaluación de contenidos, el estudiantado respondió una pregunta sobre su opinión respecto a la introducción de la modelación para ejemplificar casos, para el cual un 82% de estudiantes describió que su interés y motivación en el curso había aumentado, un 6% que el interés se mantenía igual y el restante 12% que había disminuido. Para hacer una descripción más detallada, se aplicó un cuestionario para evaluar diferentes parámetros, aplicado posterior a la finalización del curso. Las preguntas consideradas incluyeron aspectos de conocimientos previos, la relación de los problemas y el contexto real, el potencial para la comprensión de conceptos del curso, uso de las TIC, aplicaciones en el área académica, asesoría en el desarrollo de modelos, los contenidos aplicados y la dificultad, así como la congruencia con la evaluación y el potencial para servir como eje motivador.

En la Figura 5 se presentan los resultados del cuestionario aplicado, en el que se muestra que el estudiantado considera tener una alta o muy alta satisfacción en todas las 10 categorías: en 8 categorías el 90% la ubica entre alta y muy alta, y las otras 2 con valores superiores a 80%. Estas dos últimas categorías fueron las referidas a "Los modelos planteados ayudan a una mejor comprensión de los

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

conceptos del curso" y "Los modelos estudiados muestran posible utilidad en mi área de estudio". En el primer caso, podría sugerirse que la visualización que tiene el estudiantado se refiere a que aplica los conceptos "ya comprendidos" a problemas concretos. En el segundo caso, podría considerarse posibles estudiantes de carreras específicas que consideran que las aplicaciones no necesariamente se relacionan con su carrera. Sin embargo, gran cantidad de estudiantes a lo largo de las sesiones mostraron un interés particular en aplicaciones que se relacionaban con su área académica, y llegaban a consultar, al final de la sesión, y manifestaban su valoración positiva respecto a la implementación y una parte hasta comparando con veces anteriores que había llevado el curso.

Algunas de las observaciones de no-conformidad realizadas por el estudiantado se referían a que se invertía tiempo en aspectos que no se evaluarían en el examen y que las aplicaciones deberían estudiarse en cursos avanzados. Una parte mencionó que deberían existir aplicaciones para todos los temas y no solamente para 4 de ellos, lo cual puede considerarse como una oportunidad para mejorar la estrategia; pero, a su vez, resulta muy importante respecto a la valoración que se está realizando de los modelos.

Valoración de la estrategia por parte del personal docente

En general, la actividad resultó ser muy favorable para ejemplificar el potencial uso de los conceptos de Cálculo II, pues en las clases posteriores se preguntaba al estudiantado sobre aplicaciones del tema visto anteriormente y en todos los casos se pudo mencionar y explicar ejemplos vistos o incluso que no fueron contemplados en la actividad. Respecto a la participación de estudiantes, en todos los casos se contó con más de 95% de asistencia y el 100% de asistentes presentó el informe. Pese a que el trabajo se realizó de forma individual, fue posible el trabajo cooperativo entre estudiantes, lo cual permitió compartir conjeturas e ideas y cómo plantear el modelo y los cálculos del caso.

Las principales bondades de la estrategia didáctica justamente van en respuesta a la necesidad originalmente identificada: introducir ejemplos concretos para el uso de los conceptos de Cálculo II en aplicaciones y situaciones reales. La percepción y comentarios de estudiantes reflejan un panorama más claro respecto a dicho punto, los cuales se vieron traducidos en motivación y una visión diferente de los contenidos. Además, el uso de las TIC fue una herramienta indispensable para llevar a cabo la estrategia, en la que se pudo hacer énfasis en la interpretación y el modelo general y no necesariamente en los cálculos complejos o tediosos. Debido a que la mayoría de estudiantes del curso de Cálculo II son estudiantes de ciencias básicas o ingeniería, el modelado es una de las actividades usuales en su futura profesión, y esta introducción puede ser un eje de motivación para su formación en matemáticas y demás cursos de carrera, pues se rescata que se logra una conexión con un lenguaje más acorde con sus intereses, exaltación de competencias y desarrollo de habilidades críticas para determinar la idoneidad y limitación de los modelos y situaciones planteadas (Molina, 2015). Ya anteriormente se había descrito la importancia de la actitud afectiva y emocional que debe desarrollarse en los cursos de matemática para crear experiencias de aprendizaje que motiven a sus estudiantes y dejen de lado la enseñanza clásica de la matemática que se reduce a las consideraciones meramente algebraicas, formales y abstractas (Gatica y Ares, 2012).

Otro aspecto de relevancia se refiere al conocimiento general de temas que se estudiarán en cursos posteriores, lo cual puede favorecer la posterior comprensión de conceptos que se estudiarán en profundidad, principalmente si eventualmente no se cuenta con TIC. Sin embargo, esto anterior podría considerarse como una limitación, debido a que algunos de los modelos estudiados tienen un carácter de especificidad en los conceptos matemáticos de cursos más

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2
UNICIENCIA Vol. 31, No. 2, pp. 19-36. Julio-diciembre, 2017.
URL: www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
Email: revistauniciencia@una.cr

avanzados, por lo que se convierten en casos mucho más demostrativos, en los que los cálculos se asumen como fórmulas. Este mismo aspecto se ve reflejado en las aplicaciones analizadas al final de cada sesión, en las que los artículos científicos usados son altamente especializados y, usualmente, su entendimiento no es posible al nivel de avance de la carrera del estudiantado, por lo que, nuevamente, se vuelve a lo demostrativo.

Además, el uso de modelos debe valorar un control en la sobrevaloración o la excesiva confianza en su poder motivacional, puede llevar a distorsiones en la formación de estudiantes o a la creación de falsas explicaciones, o incluso si se hace uso de recursos computacionales, los errores a nivel de implementación no necesariamente deben interpretarse como modelos erróneos (Cruz, 2010).

Finalmente, otra oportunidad de mejora de la estrategia debería ser la característica universal de los ejemplos y aplicaciones, lo cual, de momento, se aplicó en solamente 4 contenidos, pero hay otros 3 contenidos (sucesiones e inducción, series numéricas y números complejos) para los que no se contemplaron actividades específicas de modelado.

Con estas características, esta estrategia potencialmente puede implementarse en cursos similares o cursos avanzados de Ecuaciones Diferenciales, Cálculo III o Matemática Superior, así como cursos específicos de las diversas carreras, en los que se establezcan nuevos vínculos con otros conceptos del respectivo curso y sirvan de apoyo para temas más profundos. Además, ejemplos análogos o trabajados desde el mismo paradigma pueden incorporarse en cursos más básicos. Sin embargo, debe considerarse que, en este caso, el historial del uso de las TIC fue un elemento clave para la implementación, lo cual, para cursos sin acceso a estos recursos, debe valorarse, detalladamente, de su pertinencia.

Conclusión

Se presentó una estrategia didáctica basada en la modelación matemática para ejemplificar y estudiar aplicaciones de los contenidos de integrales impropias, polinomios de Taylor, coordenadas polares y secciones cónicas en un curso de Cálculo II. Las actividades se desarrollaron en 3 etapas, incluyendo una introducción para contextualizar la situación y hacer uso de los conocimientos previos para comprender el problema a resolver, y luego una sesión de desarrollo para aplicar los conceptos y cálculos pertinentes del modelo matemático usando software especializado y en un contexto de uso de las TIC que posee el curso. Finalmente, las actividades de conclusión se enfocaron en la interpretación de resultados y análisis de ejemplos concretos de investigaciones y publicaciones en los que se hizo uso de los conceptos matemáticos de estudio, todo esto mediante una discusión final en grupo.

Los resultados finales, con la evaluación de la apreciación de estudiantes al final de curso y la percepción docente, mostraron altos niveles de satisfacción respecto al uso de modelos en ejemplos concretos, lo cual solventa el problema planteado inicialmente por el estudiantado sobre el desconocimiento de aplicaciones concretas de los contenidos del curso a situaciones de la vida real o profesional.

Referencias

Angel, J. & Bautista, G. (2001). Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: La utilización de software especializado. Recuperado de http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html#bibliografia.

Belando, M. (2014). Formación permanente del profesorado. Algunos recursos TIC para la docencia universitaria. *Revista Iberoamericana de Educación, 65*(1), 1-11.

ISSN Electrónico: 2215-3470
DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.31-2.2

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*, 1, 145-159.

Cascante, N. & Marín, P. (2012) La construcción de estrategias didácticas innovadoras en el contexto universitario: La experiencia desarrollada en el curso de Didáctica Universitaria. En Artolozaga, Cascante, D'Antoni y otros (Eds.), *Didáctica Universitaria: Experiencias docentes en la Universidad de Costa Rica.* SIEDIN. Recuperado de http://docenciauniversitaria.ucr.ac.cr/images/pdfs/publicaciones/publicaciones_en_linea/didacticauniversitaria.pdf

Castro, N. (2013). *Efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado* (Trabajo de maestría). Universidad de la Salle.

Córdoba, F. (2011). *La modelación en matemática educativa: Una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional, México D.F.

Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería, 25*(3), 39-46.

Gatica, S. & Ares, O. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *Revista de Educación Mediática y TIC*, 1 (2), 88-107.

Huincahue, J., & Mena-Lorca, J. (2014*). Modelación matemática en la formación inicial de profesores*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

King, RD., Garrett, S. M. & Coghill, G. M. (2005). On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. *Bioinformatics, 21,* 2017-2026. http://dx.doi.org/10.1093/bioinformatics/bti255

Molina-Mora, J. (2015). Experiencia basada en la triada TIC, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. *Revista Uniciencia, 29*(2), 46-61.

Mora, R. (2012) Implementación de una estrategia didáctica utilizando modelado matemático por computadora para la comprensión de procesos biológicos. En Artolozaga, Cascante, D'Antoni y otros (Eds), *Didáctica universitaria: Experiencias docentes en la Universidad de Costa Rica*. SIEDIN. Recuperado de: http://docenciauniversitaria.ucr.ac.cr/images/pdfs/publicaciones/publicaciones_en_linea/didacticauniversitaria.pdf

Porras-Lizano, K., & Fonseca-Castro, J. (2015). Aplicación de actividades de modelización matemática en la educación secundaria costarricense. *Revista Uniciencia*, 29(1), 42-57. http://doi.org/10.15359/ru.29-1.3

Romero, S. (2011). La resolución de problemas como herramienta para la modelización matemática. *Modelling in Science education and Learning, 4*(5), 71-82. http://dx.doi.org/10.4995/msel.2011.3054

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa, 9*(46), 75-87.

Villalobos, J., Brenes, S. & Mora, S. (2012). Herramienta asistida por computadora para la enseñanza del álgebra relacional en bases de datos. *Revista Uniciencia*, 26, 179-195.

Villa-Ochoa, J. A. (2009). Modelación en educación matemática: Una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 27, 1-21.

Villa-Ochoa, J. A. (2013). Situaciones de modelación matemática: Algunas reflexiones para el aula de clase. *I Congreso de educación matemática de América Central y el Caribe*, República Dominicana.