

EL CONOCIMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA ESTIMACIÓN DE MEDIDA DE LOS PROFESORES DE EDUCACIÓN BÁSICAⁱ

ⁱ La investigación que se presenta ha sido financiada por el Proyecto: Caracterización del conocimiento disciplinar en matemáticas para el grado de educación primaria: matemáticas para maestros, I+D, RETOS, Dirección General de Investigación (ref. EDU2013-4683-R).

Knowledge of mathematics teaching of estimation measurement of primary teachersⁱ

Pizarro, N.^a, Albarracín, L.^b

^{a, b} Universitat Autònoma de Barcelona;
ruthnoemi.pizarro@uab.cat^a, lluis.albarracin@uab.cat^b

Resumen

En esta aportación presentamos un estudio sobre el conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida. Indagamos en cómo los maestros utilizan algunas actividades de estimación de medida presentadas en los Planes y Programas proporcionados por el MINEDUC el año 2012, dado que en la literatura en educación matemática el concepto no está claramente definido ni diferenciado del concepto general de estimación que incluye otras tareas del quehacer matemático. Encuestamos a 112 profesores de Educación Básica durante su formación continua del año 2012 en Santiago de Chile. Mediante un análisis cualitativo-descriptivo observamos que los docentes aplicarían las actividades como medición, estimación de medida o respuesta aleatoria.

Palabras clave: conocimiento de la enseñanza, estimación de medida.

Abstract

In this contribution we present a study about knowledge of mathematics teaching of measure estimation. We seek to understand how teachers use certain activities of measure estimation given by the Chilean government's guidelines, inasmuch as the literature of mathematical education defines the concept neither clearly nor differentiated from that of general estimation, which includes other arithmetic tasks. We surveyed 112 practising schoolteachers during their continuing training course that took place in Santiago de Chile in 2012. By means of a qualitative-descriptive analysis, we noted that teachers would apply these activities as measuring, estimation measurement or random response.

Keywords: Knowledge of Mathematics Teaching, estimation measurement.

ANTECEDENTES Y PROBLEMÁTICA

Desde principios de los años ochenta del siglo pasado la enseñanza de la medida ha tomado un mayor protagonismo respondiendo a las directrices de organismos internacionales vinculados a la enseñanza de la matemática (NCTM, 1980; Informe Cockcroft, 1982). La última reforma curricular en la enseñanza básica (Decreto 439) de nuestro país da un rol protagónico a la medida, considerándola un nuevo eje curricular.

Parte del proceso de aprender a medir, es aprender a estimar medidas. Por consiguiente, las Bases Curriculares 2012 para Enseñanza Básica incluyen diez Objetivos de Aprendizaje y ocho Objetivos de Evaluación que involucran la estimación de medida tanto en el eje de Medición, como en el Números (medidas discretas) y Geometría (medidas continuas).

Sin embargo, previo a estas Bases Curriculares, no hubo espacio para la estimación de medida en los programas de estudio de la formación inicial. Por lo tanto, posiblemente el concepto de estimación de medida se ha instalado en el currículo sin proporcionar a los docentes una formación concreta al respecto. Frente a esto nos preguntamos ¿Cómo los profesores tratarían actividades de estimación en el aula?

Para responder a esta pregunta, a partir de diferentes investigaciones sobre estimación de medida, como por ejemplo Segovia et al (1989) y Clements y McMillen, (1996), entre otros, reconstruimos el concepto de estimación de medida y considerando el marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (*Mathematics Teachers' Specialised Knowledge, MTSK*) propuesto por Carrillo, Climent, Contreras, Escudero-Ávila, Flores-Medrano y Montes (2014).

Con los antecedentes anteriormente planteados, realizamos una investigación cualitativa-descriptiva en Santiago de Chile con 112 maestros de educación básica en ejercicio docente que han enseñado o deben enseñar estimación de medida discreta o continua a sus estudiantes.

De este modo, consideramos realizar una tesis doctoral sobre el conocimiento didáctico del contenido de los profesores de educación básica sobre estimación de medida. En el presente documento, presentamos una pequeña parte de la investigación que corresponde al siguiente objetivo:

Caracterizar cómo los docentes de educación básica usarían las actividades de estimación de medida propuestas en los programas gubernamentales.

Referentes teóricos

El conocimiento del profesorado

Shulman (1986) plantea la importancia sobre el quehacer y el conocimiento técnico involucrado al momento de enseñar una disciplina. A partir de la idea del Conocimiento Didáctico del Contenido (*Pedagogical Content Knowledge, PCK*), es decir, del cómo los docentes representan y formulan los contenidos con el fin que sean comprensibles para los estudiantes, comenzó una nueva mirada sobre el conocimiento que debía poseer un profesor. Después de estudiar diversos marcos desarrollados a partir de la propuesta de Shulman (1986), consideramos el MTSK es el marco más apropiado para dar respuesta a nuestro objetivo.

El MTSK comprende el contenido del conocimiento de profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y distingue dos componentes, una referida al conocimiento del contenido disciplinario a enseñar, llamada MK (*Mathematical Knowledge*), que es un renombre del Subject Matter Knowledge (SMK) propuesto por Shulman en 1986 y otra relativa al conocimiento didáctico del contenido, el PCK.

El MTSK no es sólo una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, también es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica, en la amplitud de su palabra, del maestro de matemática por medio de sus categorías (Flores, Escudero y Aguilar, 2013). Desde la mirada del MTSK el conocimiento profesional sustenta el desarrollo del maestro y además, es el producto de este desarrollo y la reflexión sobre su práctica, que no sólo transcurre en el aula (Climent, Escudero-Ávila, Rojas, Carrillo, Muñoz-Catalán y Sosa, 2014, p. 42).

El conocimiento de la enseñanza de la matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching, KMT*) es uno de los subdominios del PCK del MTSK. Este conocimiento tiene el foco en la enseñanza y está ligado sólo con los conocimientos matemáticamente dependientes entre sí, no con conocimientos pedagógicos. El conocimiento sobre los recursos de enseñanza, los materiales, las formas de

presentar el contenido, el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención corresponden a este subdominio.

Por su parte, el KMT contempla tres categorías: las teorías personales o institucionalizadas de la enseñanza, que corresponden a las teorías específicas de la educación matemática que un profesor puede conocer o bien a las analogías, los ejemplos típicos o las metáforas que para los profesores son ideales y potentes al momento de poner en juego el contenido matemático; los recursos materiales y virtuales, que son los conocimientos del docente sobre recursos materiales y virtuales que favorecen la enseñanza de las matemáticas y por último, las actividades, tareas, ejemplos que tienen una intencionalidad de enseñanza en un tema determinado, por ejemplo, hay maestros que tienen un ejemplo ideal para el tratamiento de cierto contenido.

Estimación de medida

Para comprender en qué se entiende, en la literatura en educación matemática, por estimación de medida y qué habilidades se desarrollan al estimar una medida, observamos que en diversas definiciones el concepto de estimación responde a diversos tipos de tarea matemática. A continuación presentamos las definiciones más relevantes del concepto de estimación en orden cronológico:

Tabla 1. Definiciones de estimación de medida

Definición	Observaciones
“Proceso de llegar a una medición o a una medida sin la ayuda de herramientas de medida. Se trata de un proceso mental que tiene aspectos visuales o manipulativos” (Bright, 1976, p.89)	Al estimar no se utilizan instrumentos de medida, sin embargo tiene aspectos visuales y manipulativos.
“Habilidad para evaluar si es razonable el resultado de un cálculo o de una medida; la capacidad de hacer juicios subjetivos acerca de una variedad de medidas” (Informe Cockcroft, 1982, pp 22-23).	La estimación permite evaluar tanto un cálculo como una medida, se caracteriza por ser una capacidad individual
“Juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de las circunstancias individuales de quien lo emite” (Segovia, Castro, Castro y Rico, 1989, p.18)	Juicio subjetivo sobre una medida o una operación numérica, capacidad individual.
“habilidad para conjeturar sobre el valor de una distancia, costos, tamaños, etc. o cálculo” (Clayton, 1996, p. 87).	Al conjeturar, el estimador debe tener algún indicio de la medida utilizada, en el área matemática correspondiente.
“Se refiere a un número que es una aproximación adecuada para un número exacto dado el contexto particular, que se sustenta en algún tipo de razonamiento” (Walle, Karp y Bay-Williams, 2010, p. 241).	Sinónimo de aproximación adecuada, en cualquier contexto matemático que se sustente en algún razonamiento, por lo tanto no es un número azaroso.

Podemos deducir que las definiciones anteriormente mencionadas tienen en común que describen distintas tareas, por ejemplo, Bright (1976) se refiere concretamente a la estimación de medida, en cambio el Informe Cockcroft (1982), Clayton (1996) y Van de Walle, Karp y Bay-Williams (2010) se refieren a tareas relacionadas con distintas áreas de la matemática.

Segovia, Castro, Castro y Rico (1989), con el propósito de distinguir en el aula las tareas de estimación, afirman que la estimación de medida se distingue de la estimación computacional por razones metodológicas. Quince años más tarde, Hogan y Brezinski (2003) distinguen tres tipos de estimaciones: estimación computacional, estimación de numerosidades y estimación de medida.

Hogan y Brezinski (2003) concluyen que la estimación computacional es una habilidad que se desarrolla en conjunto con el resto de habilidades aritméticas o las habilidades desarrolladas

habitualmente en la escuela. Sin embargo, *numerosity* y la estimación de medida requieren en conjunto, el mismo tipo de habilidades, que se relacionan con aspectos perceptivos y deberían separarse, conceptualmente, de la estimación computacional.

Para definir medida consideramos las ideas del trabajo perceptivo (Hogan y Brezinsky, 2003; Callís, Fiol, Luca y Callís, 2006; Clements, y Sarama, 2009), característica que diferencia a la medición con la estimación, dado que el uso de los sentidos no permite la iteración directa de la unidad de medida con el objeto correspondiente. Por otra parte, el desarrollo de imágenes mentales, a modo de referencia, fundamentan la tarea para que el trabajo se relacione con el razonamiento lógico, no dando lugar a la respuesta aleatoria (Hogan y Brezinski (2003), Clements y McMillen (1996), Joram (2003), y por último, la valoración numérica, porque es parte del desarrollo del sentido numérico en la estimación de medida (Bright, 1976; Boulton-Lewis, Wils, y Mutch, 1996; y Joram, Gabriele, Bertheau, Gelman, y Subrahmanyam, 2005).

A partir de estos referentes, consideramos por estimación de medida la siguiente definición: *“asignar perceptivamente un valor o un intervalo de valores y una unidad correspondiente a una cantidad de magnitud discreta o continua por medio de los conocimientos previos o por comparación no directa a algún objeto auxiliar”* (Pizarro, Gorgorió, Albarracín, 2014, p. 528). De este modo, el concepto se sustenta en tres componentes: valorización numérica (V), percepción (P) y referencia (R). La estimación en la educación

La estimación de medida en la escuela

Las habilidades planteadas en el apartado anterior, comienzan en los primeros años de escuela, con el desarrollo de habilidades perceptivas (Informe Cockcroft, 1982; Hogan y Brezinski, 2003), además conlleva reconocer las unidades de medida y comprender las herramientas necesarias para realizar mediciones. Es probable que al adquirir la habilidad se desarrollen también componentes de enumeración, cantidad y pensamiento tridimensional (Boulton-Lewis, Wils, & Mutch, 1996).

Sin embargo, Forrester y Piqué (1998) observaron que en el discurso de los docentes en el aula, se apreciaba una notoria separación entre medida y estimación. Observaron que la estimación de medida se trataba como hipótesis predictiva, en forma vaga y superflua, carente de respuestas satisfactorias para resolver situaciones a las que sólo podía dar respuesta un instrumento de medida. Estos autores observaron que la estimación se trataba por medio “del pensamiento sensato” que conllevaba a adivinanzas más que juicios de valor a partir de referentes, dejando poca evidencia de la comprensión del concepto y dando cuenta que matemática es sinónimo de rigor y exactitud.

Por otro lado, Jones, Forrester, Gardner, Grant, Taylor y Andre (2012) al investigar sobre cómo estiman los estudiantes, observaron, a modo de discusión, que no se sabe si los maestros están enseñando habilidades para estimar medida de manera implícita o explícita, tampoco si esto afecta al desarrollo de las habilidades que involucran la estimación de medida. Por consiguiente, no se sabe si los maestros enseñan a estimar medidas o bien sólo están llevando a cabo actividades en las que no se requiere ninguna atención particular.

EL ESTUDIO

Por medio de un cuestionario de diez preguntas abiertas que preguntaban por la definición, aplicación y ejemplificación de la estimación de medida, encuestamos a 112 profesores de educación básica en ejercicio docente de Santiago de Chile. La toma de datos se llevó a cabo durante sus estudios de post título en educación matemática, con lo que conforman una muestra representativa del profesorado interesado en la mejora de su práctica docente como profesores de matemática en educación básica.


De los 112 docentes, 64 dijeron no haber trabajado la estimación de medida en su etapa escolar, y sólo 7 de los 47 que dijeron haberla tratado, dieron ejemplos que involucraban la percepción (P), la

referencia (R) y la valoración numérica. En cuanto a la formación universitaria, 67 dicen no haberla tratado, de los restantes, sólo dos explicaron ejemplos que sustentan en (P), (R) y (V).

En el cuestionario realizado a los docentes, consideramos dos actividades (Figura 1 y Figura 2) de estimación de medida presentes en los Planes y Programas del MINEDUC. En cada una de estas actividades les preguntamos a los docentes ¿Qué estrategia utilizaría usted para desarrollarla en el aula?

Objetivo de aprendizaje
Estimar cantidades hasta 20 en situaciones concretas, usando un referente.

Estiman visualmente la cantidad de cubos que se muestra en el dibujo y luego cuentan, primero, agrupando de a 2, y después agrupando de a 5, para comprobar la estimación dada





Observaciones al docente
Es fundamental, en primero básico, que los alumnos estimen sin contar. Se sugiere que el docente busque formas de presentar actividades de estimación para que sus alumnos eviten el conteo. El conteo solo sirve para comprobar la estimación.

Argumentar y comunicar
Comunicar el resultado de relaciones usando un referente

Figura 5. Actividad 1 de estimación de medida (A1)ⁱ

Objetivo de aprendizaje
Estimar cantidades hasta el 100 en situaciones concretas, usando un referente.

Estiman la cantidad de cuadrados  que caben en el rectángulo.



Verifican la estimación hecha, cubriendo el rectángulo con cuadrados de papel, y los cuentan.

Argumentar y comunicar
Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones
Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados

Representar
Utilizar representaciones concretas

Figura 6. Actividad 2 de estimación de medida (A2)ⁱⁱⁱ

Análisis y resultados de los datos

Las respuestas de los maestros se digitalizaron y se trataron con el programa de análisis de datos cualitativos NVivo 10. En cada una de las respuestas buscamos indicios de algunos de los subdominios del KMT, las encontramos en dos de las tres categorías mencionadas en el marco teórico: Teorías de Enseñanza y Materiales y recursos.

Teorías de enseñanza

Las teorías de enseñanza mencionadas por los maestros se clasifican en dos grupos: las vinculadas a la estimación de la medida y las vinculadas a la medición.

De los 112 docentes, 23 indicaron estrategias vinculadas a la estimación de medida, donde (P), (V) y (R) se ponen en juego. Un ejemplo de ello es la siguiente respuesta sobre A2: “Niños y niñas en la pizarra pueden observar un cuadrado rojo y un rectángulo azul. Sin ponerse de pie, como ustedes quieran, desde su puesto, estimen cuántas veces cabe el cuadrado rojo en el rectángulo azul, colocando los cuadrados uno al lado del otro” En esta respuesta, el docente impide la iteración directa, dado que ambas figuras están en la pizarra, por lo tanto, hay evidencia de (P), ambas figuras corresponden a (R) y al solicitar cuántas veces, se evidencia (V).

Siete profesores trabajarían las actividades con *numerosity*, es decir, estimar visualmente un número de objetos dispuestos en un plano durante un tiempo limitado. Por ejemplo un maestro explicó que

en A1 permitiría a los estudiantes observar los cubos por un tiempo determinado para que los estudiantes estimaran la actividad: *“Juntaría los cubos y los taparía con un papel y les diría a los niños que rápidamente observen los cubos y estimen cuántos creen que hay”*.

Los 112 profesores, 33 respondieron que utilizaría el uso de referentes al desarrollar A1: *“Les presentaría una cantidad pequeña y luego aumentaría; les diría que se compararan y finalmente que estimen cuántos hay”*. Podemos observar que en esta respuesta el profesor prepara a los estudiantes, utilizando (R) para lograr (V). En este caso, hay evidencia explícita del uso de la percepción, por lo tanto, no la interpretamos como estimación de medida.

Once profesores consideran que es necesario impedir el conteo, como en la siguiente respuesta a la A1: *“Con alumnos de primero que llevaría a cabo esta actividad les pediría los cubos más desordenados para que no los cuenten”*. Nueve docentes trataron la actividad como una tarea de comparación, sin evidenciar (P) ni (R), por ejemplo, para la A1: *“¿Existen más de 10 elementos”*.

La categoría con mayor frecuencia, de 39 docentes, corresponde a los maestros que utilizaron la valoración numérica sin que pudiésemos interpretar el uso de percepción o de una referencia, como podemos apreciar en este ejemplo de A1: *“Por ejemplo, preguntar cuántos de estos cubos completan una caja (se muestra la caja). Se puede preguntar si sobrarán cubos o si faltarán”* y en este ejemplo de la A2: *“Primero les mostraría este rectángulo y luego a cada niño le entregaría un papel lustre y les pediría que estimen cuántos cuadrados caben en el rectángulo”*.

Las actividades también serían tratadas como actividades de medición, dado que treinta docentes consideraron las actividades correspondían a medir, por ejemplo en respuesta a A2: *“Necesitamos saber cuántos cuadrados necesitamos para cubrir el rectángulo. Construimos el rectángulo y con cuadrados iguales a este, cubrimos el rectángulo”*. En este caso el cuadrado es considerado como una unidad de medida que se itera en una cantidad de magnitud. Otro ejemplo se da en A1: *“indicaría que los agruparan en grupos de 2 o de 6 y vieran cuántos grupos salen y calculan mentalmente el resultado”*. En esta respuesta, se trata la tarea como un conteo por agrupación.

Por otro lado, 30 docentes indicaron que comprobarían el trabajo realizado por medio de la medición, como parte del cierre de la clase: En A1 *“Luego tacharía los cubos al ir contando para corroborar que lo que estimaron era lo correcto”* y en A2 *“Luego recubren las imagen y de esa manera verifican si su estimación están correcta”*

De los 112 maestros, 27 manifestaron que no tenían preparación para tratar el contenido, como en esta respuesta: *“Creo que la estimación muchas veces se mal entiende de parte de los profesores y de los planes curriculares, la razón es que desde la base de formación docente se siente o hay un vacío de contenidos”*

Materiales y recursos

Los materiales y recursos utilizados por los profesores para estimar medidas las categorizamos en dos categorías: manipulables y no manipulables. La primera de ellas es bastante común, dado que los docentes buscan materializar la actividad presentada, como por ejemplo en A1: *“Trabajar con material concreto manipulando y haciendo agrupaciones de diferentes cantidades en diferentes formas (hileras, montones)”* y en A2: *“Con una hoja de block y papeles lustres¹⁶ los pediría estimar la medida de la hoja”*. De los 112 participantes, 59 consideró utilizar material manipulable. Por otro lado, en la segunda categoría, material no manipulable, observamos que los docentes consideran que el material no manipulable es idóneo porque impide la iteración directa, de esta forma se propicia (P). Por ejemplo, en A2: *“Les entregaría el material en forma individual, tal como se presenta, sin contar, impreso”*, *“Esta actividad la presentaría mostrando el cuadrado y pegarlo en la pizarra para que vean el espacio que ocupa y, luego pego el rectángulo bajo el cuadrado una vez*

que ellos ya estimaron la cantidad de cuadrados que caben en el rectángulo”. En A1: “Con imágenes mediante TIC, ya que no tendrían oportunidad de contarlos”.

CONCLUSIONES

En el apartado anterior podemos observar que las actividades presentadas en los Programas de Estudio podrían tener diversos desarrollos en las aulas. Por ejemplo, en 23 de las 224 respuestas, encontramos las tres componentes que sustentan la estimación de medida. En otros casos, los docentes desarrollan la percepción (P) o la referencia (R), gracias al trabajo de *numerosity*, al impedimento del conteo o bien con a la familiarización de ciertas cantidades de los objetos involucrados.

En la mayoría de los casos, observamos que los maestros utilizan sólo la valoración numérica (V), dando espacio a que el estudiante mida, estime o entregue una respuesta aleatoria, coincidiendo así con el estudio de Forrester y Piqué (1998). Por otro lado, hay profesores que desarrollan las actividades como si fueran tareas de medición o conteo. De esta forma, las habilidades involucradas en la estimación de medida no forman parte del quehacer de los estudiantes, por tanto es posible que en las aulas la estimación de medida no tenga una atención particular (Jones et al., 2012).

De este modo, observamos que, posiblemente, en muchas aulas escolares, las actividades de estimación de medida no están desarrollando las tres componentes que la sustentan, dado que se confunde con medición o bien desarrolla tareas aleatorias. En algunos casos, los maestros manifestaron no tener formación al respecto y no contar con conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida, eso se evidencia al no encontrar indicios del subdominio actividades, tareas y ejemplos.

Por lo tanto, consideramos que la construcción del conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida, debe comenzar, por lo menos, con una definición en el currículo, donde éste se ejemplifique y contraejemplifique. Con estas intervenciones curriculares y una formación continua pertinente, posiblemente se podría mermar la cantidad de maestros que desarrolla otras tareas como estimación de medida. En caso contrario, los Objetivos de Aprendizaje podrían no desarrollar las habilidades involucradas en las aulas.

A raíz de lo anteriormente planteado, creemos que tanto en la formación inicial y continua de los profesores se deben entregar herramientas adecuadas para la reflexión disciplinar y didáctica teniendo en cuenta situaciones como las descritas en este documento.

Referencias

- Bright, G.W. (1976). *Estimation as Part of Learning to Measure*. National Council of Teachers of Mathematics Yearbook, 38, (pp. 87-104). Reston, VA: NCTM.
- Boulton-Lewis, G., Wils, L., & Mutch, S. (1996). *An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement*. Journal of Mathematical Behavior, 15, 329-347.
- Callís, J., Fiol, M., Luca, C., & Callís, C. (2006). *Estimación métrica longitudinal en la educación primaria. factores implícitos en la capacidad estimativa métrica*. Uno: Revista De Didáctica De Las Matemáticas, 43, 91-110.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E. & Montes, M. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK*. Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva
- Clayton, J. G. (1996). *A criterion for estimation tasks*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 27(1), 87-102.
- Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Clements, D & McMillen, S. (1996). *Rethinking “concrete” manipulatives*. Teaching Children Mathematics, 2, 270-279.

- Climent, N., Escudero-Ávila, D., Rojas, N., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M.C. & Sosa, L. (2014). *El conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática*. En J. Carrillo, N. Climent, L.C. Contreras, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, M. Montes (Eds), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK* (p. 42). Universidad de Huelva Publicaciones: Huelva
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Forrester, M. A., & Pike, C. D. (1998). *Learning to estimate in the mathematics classroom: A conversation-analytic approach*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 334-356.
- Flores, E., Escudero, D.I., & Carrillo, J. (2013). *A theoretical review of specialised content knowledge*. En B. Ubuz, C. Haser, y M.A. Mariotti (Eds.). *Actas del CERME 8* (pp. 2055-3064). Middle East Technical University, Ankara, Turquía: ERME.
- Hogan, T. P., & Brezinski, K. L. (2003). *Quantitative estimation: One, two, or three abilities?* *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4), 259-280.
- Joram, E. (2003). *Benchmarks as tools for developing measurement sense*. In D. H. Clemens y G. Bright (Eds.) *Learning and teaching measurement 2003 yearbook* (pp. 57-67). Reston, VA: NCTM.
- Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., & Subrahmanyam, K. (2005). *Children's use of the reference point strategy for measurement estimation*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4-23
- Jones, M. G., Forrester, J. H., Gardner, Grant. E., Taylor, A.R., & Andre, T. (2012). *Students' Accuracy of Measurement Estimation: Context, Units, and Logical Thinking*. *School Science and Mathematics*, 112 (3), 171-178.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.
- Pizarro, N., Gorgorió, N. & Albarracín, L. (2014). *Aproximación al conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida de los maestros de primaria*. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 523-532). Salamanca: SEIEM
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E., & Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. USA: Pearson.
- Shulman, L. S. (1986). *Those who understand: knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). *Knowledge and teaching: foundations of the new reform*. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

ⁱ La investigación que se presenta ha sido financiada por el Proyecto: Caracterización del conocimiento disciplinar en matemáticas para el grado de educación primaria: matemáticas para maestros, I+D, RETOS, Dirección General de Investigación (ref. EDU2013-4683-R).

ⁱⁱ Unidad de Curriculum y evaluación, (2012). Programa de estudio matemática. Primero Básico. Santiago de Chile: MINEDUC. p.72

ⁱⁱⁱ Unidad de Curriculum y evaluación, (2012). Programa de estudio matemática. Segundo básico. Santiago de Chile: MINEDUC. P.6