

INTRODUCCIÓN A LA VARIABLE ALEATORIA EN EDUCACIÓN ESPECIAL

José Marcos López Mojica, Ana María Ojeda Salazar

CAM 18; DME, Cinvestav-I.P.N.

jmlopez@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

Resumen

El trabajo forma parte de una investigación, cualitativa, que se enfoca en el pensamiento probabilístico de niños de educación especial básica. En el artículo presentamos los resultados de la aplicación de una actividad con la cual se introducen las ideas de probabilidad y de variable aleatoria, en un aula de educación especial a ocho niños (13-15 años) con distintas afecciones. La investigación se sustenta por elementos teóricos en tres órdenes: epistemológico, cognitivo y social. El proceso de la investigación sigue los lineamientos del órgano operativo y de la célula de análisis de la enseñanza. La actividad de enseñanza en el aula distingue los vértices del triángulo epistemológico. Se utilizó el método de experienciación y la técnica de registro de datos fue la videograbación. Los niños interactuaron con el fenómeno aleatorio, identificaron sus posibles resultados, registraron sus frecuencias en una tabla y tienen nociones de variable aleatoria al asignar el numeral correspondiente a la suma de los puntos de dos dados, y a los puntos de cada dado.

Palabras claves: *Probabilidad, variable aleatoria, educación especial.*

Introducción

En tiempos actuales, por cuestión de equidad, es necesaria la inclusión de poblaciones vulnerables al sistema educativo básico y otorgarles la oportunidad del acceso de los contenidos matemáticos de una manera sistemática. El planteamiento anterior exige la reflexión sobre el diseño de actividades enfocadas a poblaciones con necesidades especiales, en particular a poblaciones con discapacidad. Ello requiere de un marco de referencia que permita identificar aspectos cognitivos para ser considerados en el diseño de aquéllas por parte de los docentes. En el tratamiento de temas de probabilidad y estadística requiere de un esfuerzo mayor, pues existen sutilezas en esos temas que agregan una dificultad más en su desarrollo.

El presente documento forma parte de un proyecto más amplio, el cual se interesa en identificar el uso de esquemas compensatorios para favorecer el pensamiento probabilístico de poblaciones que requieren educación especial.

En exploraciones recientes en el aula con una actividad para introducir el enfoque frecuencial de la probabilidad, los niños con retraso mental moderado y discapacidad motriz exhibieron nociones de ese concepto, mientras que las niñas con síndrome de Down sólo identificaron los distintos eventos y sus frecuencias absolutas (López-Mojica y Ojeda, 2010). El presente reporte de investigación informa de los resultados de la aplicación de una actividad a niños con distintas afecciones, de 6° grado de educación especial primaria, que tiene como objetivo la introducción de la idea de variable aleatoria. La actividad pone en juego, además de

esta idea y de las de espacio muestra, de independencia y de combinatoria, las nociones de número, de cantidad y la adición.

Perspectiva teórica

El estudio considera dos supuestos. El primero se refiere a que la experiencia favorece el desarrollo de las intuiciones, por lo que el registro de frecuencias contribuye a la adquisición de la idea de probabilidad. El otro supuesto refiere a que frente a *ausencias o limitaciones existen esquemas compensatorios que permiten el desarrollo del pensamiento en el niño con alguna deficiencia* (Vygotski, 1997, p. 14).

La investigación está sustentada por tres ejes rectores (Ojeda, 2008). El *epistemológico*, considera la propuesta de Heitele (1975) respecto a diez ideas fundamentales de estocásticos como guía para un curriculum en espiral, que parta de un plano intuitivo y arribe a un plano formal. En particular la idea de variable aleatoria. Las etapas de la constitución de la idea de azar en el niño (Piaget e Inhelder, 1951). En el eje *cognitivo* se considera el desarrollo de la intuición como base del pensamiento probabilístico del niño. En particular, se considera la intuición de frecuencia como base del pensamiento probabilístico. De manera más general, se consideran en este eje los procesos compensatorios en el desarrollo del infante con alguna *ausencia o limitación*. Vygotski (1997), que a su vez, se complementan con las especificaciones de las funciones del cerebro (Luria, 2005).

El eje *social* se interesa en las *interacciones* resultantes del proceso educativo. Steinbring (2005) propone que para la adquisición de un concepto matemático es necesaria la interacción entre el contexto de referencia en que se implica el concepto, el signo y el concepto matemático.

Método

De carácter cualitativo y *en curso*, la investigación se desarrolla según el *órgano operativo de la investigación* y la *célula de análisis de la enseñanza* (Ojeda, 2006). La actividad diseñada, cuyo objetivo es la introducción de la variable aleatoria, distingue los vértices del triángulo epistemológico (Steinbring, 2005). Los resultados se identificaron según los criterios de análisis: ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos empleados y esquemas compensatorios. La aplicación de la actividad fue motivo de la *experienciación* (Ruiz, 1997), es decir sometimos a análisis la experiencia del investigador, complementada con la *bitácora*, del desempeño de los niños ante las repeticiones del fenómeno aleatorio producido con el material concreto proporcionado. La actividad se aplicó en el aula, en los tiempos y condiciones institucionales, a ocho niños con distintas características [**M** y **W**, síndrome de Down; **J**, **A** y **An** retraso mental; **Mi**, discapacidad motriz; **Ar**, déficit de atención y trastornos de hiperactividad; **T**, autismo]. Los instrumentos utilizados fueron el guión de clase, de bitácora; las técnicas de registro de datos fueron la videograbación y su transcripción, y la escritura en papel.

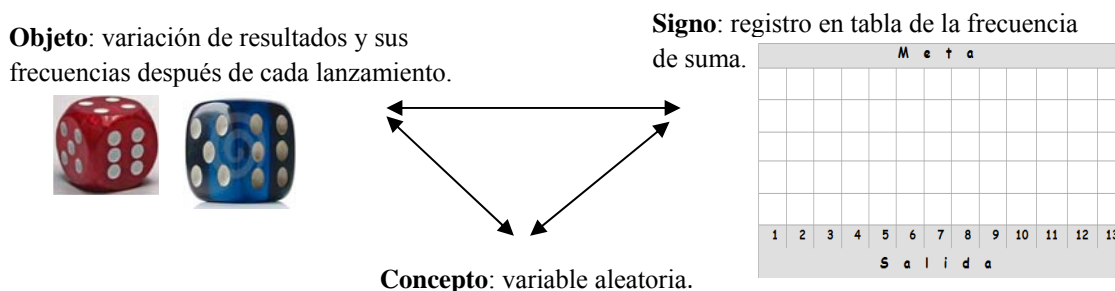


Figura 1. Triángulo epistemológico.

La carrera con dados

La actividad consiste en elegir un número del 1 al 13 como corredor en una pista de una tabla de registro. Se lanzan dos dados ordinarios distinguibles, se suman los puntos de las caras que quedan hacia arriba y la suma avanza una celda; gana el número que llegue primero a la meta en la tabla. En el diseño de la actividad se consideró la distinción de los vértices del triángulo epistemológico (véase la Figura 1). A nivel de objeto, interesan los resultados variados de los distintos lanzamientos; a nivel de signo, las asignaciones numéricas resultantes y sus frecuencias; a nivel de concepto, la distribución de las frecuencias relativas de las sumas obtenidas. Esta actividad implica cuatro variables aleatorias: la correspondiente a cada dado distinguible y la correspondiente a la suma de los puntos de los dados; la frecuencia y la frecuencia relativa. Durante toda la actividad, los niños operaron efectivamente las reglas para su desarrollo, con el fin de que tuvieran el contacto directo con el fenómeno aleatorio. Se utilizaron cuatro dados distinguibles: dos dados grandes (30×30 cm de lado) y dos pequeños (5×5 cm de lado).

Tabla 1. Resultados del análisis de la actividad.

Criterios de Análisis	“Mezcla Aleatoria”
Situación	Lanzamiento de dados ordinarios distinguibles y variación de resultados.
Ideas fundamentales de estocásticos	Variable aleatoria, medida de probabilidad, combinatoria (técnicas de conteo), espacio muestra, independencia, equiprobabilidad.
Otros conceptos matemáticos	Números naturales, orden de los números naturales, adición.
Recursos Semióticos	Lengua natural, tabla, figuras.
Términos empleados	“elige”, “escoge”, “qué suma ganó”, “marca con”, “de cuántas maneras”, “cuántas celdas”, “cuántas veces”, “del total... cuántas veces”, “más posibilidades”, “pocas posibilidades”.

Resultados

Los niños identificaron los resultados de cada dado, pero sólo distinguieron algunos resultados del *espacio muestra compuesto*; en consecuencia, no identificaron todo el conjunto de valores de la variable aleatoria implicada, sino sólo la suma de los resultados particulares de cada lanzamiento, y esto lo efectuaron sin dificultad.

Para los casos, A y An (retraso mental), Mi (problema motriz) y M (síndrome Down) identificaron los posibles resultados de cada dado (*espacio muestra*), véase el episodio transcrito.

- [1] I: Tenemos estos dados [dados ordinarios, de 30×30×30 cm]. Si lanzamos un dado, ¿qué nos puede resultar? Miren los dados [Se les proporciona].
- [2] An: Muchos puntos.
- [3] I: Sí, ¿pero cuántos puntos? ¿Cuántas caras tiene el dado?
- [4] A: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis.
- [5] Ar: Como serpientes.
- [6] An: Serpientes y escaleras, Marcos.
- [7] I: Sí, ¿cuántas caras tiene el dado?
- [8] A: Seis.
- [9] An: Una tiene un punto, una dos, una tres, una cuatro, una cinco, una seis puntos.
- [10] I: ¡Muy bien! Seis caras con puntitos. ¿Y el otro dado?
- [11] A: ¡Seis!
- [12] Ar: Tiene puntitos.
- [13] I: ¿Cuántas caras tiene?
- [14] An: ¡Seis, como el otro!

Distinguieron los eventos particulares del *espacio muestra compuesto* ocurridos en los lanzamientos efectivos y las sumas respectivas, esto lo efectuaron sin dificultad.

- [28] I: A ver, ahora resultó tres en un dado y cinco en el otro, ¿cuánto es?
- [29] An: ¡Ocho!
- [30] I: Bien, al ocho le ponemos un tache. Ye, lanza el dado y Ar lanza el otro dado [proporciona un dado a cada uno].
- [31] Ye y Ar: [Lanzan los dados].
- [32] I: ¿Qué resultó?
- [33] A: ¡Seis, tres!
- [34] I: ¿Cuánto es?
- [35] An: Seis, siete, ocho...
- [36] Ar: ¡Nueve profe!
- [37] I: ¡Muy bien! Nueve puntitos. ¿A quién le ponemos un tache?

- [38] An: ¡Nueve! [Señala el numeral “9”].
 [39] Mi: Ueve [señala el numeral “9”].

Se identificaron nociones de la variable aleatoria con la asignación numérica a la suma de puntos correspondiente. **An** (retraso mental) y **Mi** (problema motriz) pudieron identificar la asignación numérica por los puntos de cada cara de cada dado y de algunas sumas.

- [47] I: ¿Qué caras cayeron?
 [48] Ar: ¡Seis!
 [49] Mi: Do [dos, problemas de lenguaje].
 [50] I: Sumemos, ¿cuánto es?
 [51] An: ¡Ocho!
 [52] I: ¡Muy bien! Ocho puntos. ¿Dónde ponemos el tache? [Se refiere a la tabla de registro en las hojas de control].
 [53] An: ¡Al ocho! [Señala el numeral “8”].

En una aplicación previa a la presente (López-Mojica y Ojeda, 2010), con una actividad (La carrera) que consistía en realizar giros de una ruleta con sectores iguales y de igual área con diversas proporciones de figuras geométricas [cuadrados, círculos y triángulos], se tenían que registrar al cabo de los giros, los resultados en una tabla (véase la Figura 2).

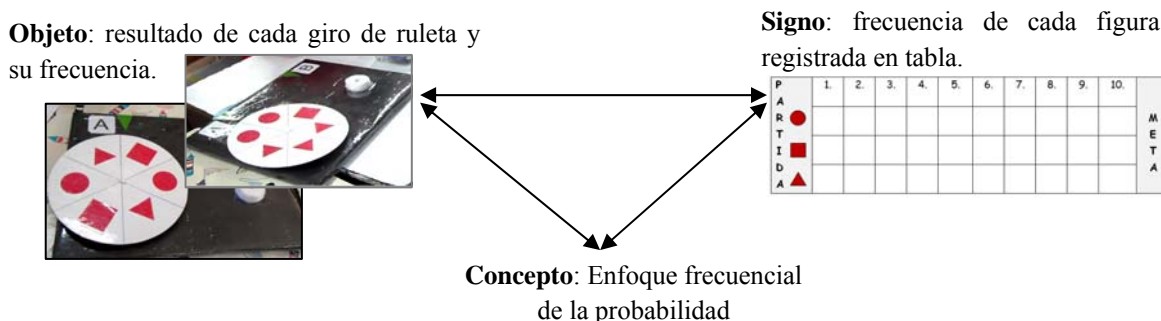


Figura 2. Triángulo epistemológico, para la actividad la carrera.

El objetivo de la actividad fue la introducción del enfoque frecuencial de la probabilidad, al mismo grupo de estudiantes que la presente. Se obtuvo como resultado nociones de variable aleatoria, **An** (retraso mental) y **Mi** (problema motriz) asignaron la frecuencia con que se obtuvo cada figura [del pasaje véanse las intervenciones 146, 148, 149].

- [143] I: ¿Cuántos giros llevamos, **An**? [Seis para el círculo, dos para el cuadrado, uno para el triángulo].
 [144] A: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, ¡nueve!

- [145] I: ¿Cómo sabemos que el círculo lleva seis?
[146] An: Seis [contando uno a uno y señala en la tabla de la hoja de control]. Unos, dos, tres, cuatro, cinco, seis.
[147] I: ¿Dónde está el seis? [El numeral seis].
[148] An: Aquí [señala en la tabla el numeral seis].
[149] Mi: ¡Qui! [Señala el numeral, no observa lo que An hizo].

Observaciones

A pesar de la complejidad de la idea de variable aleatoria, los resultados parecen indicar no sólo la viabilidad de su introducción en la enseñanza en educación especial, sino que promueve la identificación de las otras ideas que convoca, como las de espacio muestra.

Por los resultados obtenidos y la temporalidad institucional de las clases, se considerará en otra sesión la prolongación de “la carrera con dados” para que los niños identifiquen y organicen, en una tabla de doble entrada, todas las sumas posibles para la “salida” en la pista utilizada, que las distribuyan en esta última y comparen la distribución a priori con la obtenida efectivamente. Esto proporcionará más información sobre la comprensión de los niños de la idea de variable aleatoria.

En un primer acercamiento, la actividad ofreció a los niños el contacto con un fenómeno aleatorio y medios para su estudio. Consideramos necesario proponer en la enseñanza actividades como éstas, referidas a una diversidad de situaciones azarosas [urnas, tómbolas, dados] que, mediante el enfoque frecuencial de la probabilidad, suministren una base para introducir el enfoque clásico y su asignación numérica para la variable aleatoria.

Hasta el momento, no se ha tenido evidencia de que el tratamiento de estocásticos en la enseñanza sea nocivo para los niños, sino al contrario, pues permite también dotar de sentido a otros conceptos matemáticos, como el de número: conteo, adición, orden.

Las actividades enfatizan la distinción de los vértices del triángulo epistemológico, pues según la propuesta de Steinbring (2005), las relaciones que se establezcan entre el objeto, signo y concepto.

Referencias

- Heitele, D. (1975). An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*. 6(1), 187-205.
- López-Mojica, J. M. (2009). *Estocásticos en el Segundo Grado de Educación Especial*. Tesis de Maestría, DME, Cinvestav-I.P.N.
- López-Mojica, J.M. y Ojeda, A.M. (2010). Pensamiento probabilístico en educación especial. [Resumen] XXIV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.
- Luria, R. A. (2005). *Funciones corticales superiores en el hombre*. México: Fontamara.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Folley (Ed.) *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una*

mirada externa y comprensiva, una mirada actual, (pp. 195-214). México, D. F., México: Santillana-Cinvestav.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. PUF, Paris.

SEP (1993; 2004). Planes y programas de estudio. Educación Primaria. México.

Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obra Escogidas V*. España: Visor Dis.