

## **EL APRENDIZAJE REALISTA: UNA CONTRIBUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA A LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO**

Àngel Alsina  
Universidad de Girona

### *RESUMEN*

*En esta comunicación presentamos un modelo de formación de maestros que, en diversos estudios empíricos realizados desde un enfoque etnográfico (Alsina, 2007, Alsina y Planas, 2007, 2009), ha demostrado ser eficaz en la formación tanto didáctica como disciplinar de los profesores de matemáticas. Este modelo de formación, denominado aprendizaje realista (Esteve, Melief, Alsina, 2009, Proyecto Comenius, 2003-2005), surge de la investigación en educación matemática. En concreto, se fundamenta en la Educación Matemática Realista fundada por el matemático alemán Hans Freudenthal (1905-1990). Por otro lado, se sustenta también en la perspectiva sociocultural del aprendizaje humano (Vygostky, 1978) y el aprendizaje reflexivo (Schön, 1983).*

### *ABSTRACT*

*In this work we present a model of teachers' training that, in a variety of empirical studies made from an ethnographic approach (Alsina, 2007, Alsina & Planas, 2007, 2009), has demonstrated to be effective both in the didactic and the disciplinary formation of mathematics teachers. This model of formation, denominated realistic learning (Esteve, Melief, Alsina, 2009, Comenius Project, 2003-2005), arises from the mathematical education research. In particular, it is based on the Realistic Mathematical Education founded by the German mathematician Hans Freudenthal (1905-1990). Besides, it is also grounded in the sociocultural perspective of the human learning (Vygostky, 1978) and the reflective learning (Schön, 1983).*

---

Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.

## INTRODUCCIÓN

El Espacio Europeo de Educación Superior dota a Europa de un sistema universitario de mayor calidad. En este marco los estudiantes pasan a ser el centro del sistema, se convierten en los responsables de la acción formativa, y son ellos quienes construyen activamente su conocimiento relacionando nuevos significados con otros ya interiorizados, mientras que el profesor es una ayuda, un facilitador del aprendizaje. Lógicamente, este cambio en la concepción de enseñar y de aprender en la universidad no surge de las discusiones de un grupo de ministros sobre qué formación deben recibir los estudiantes universitarios ni cómo deben recibirla, sino que es el resultado de la investigación educativa en distintos campos, entre los que destaca la investigación en educación matemática. Kilpatrick (1992), por ejemplo, argumenta que este campo de investigación ha sido el vehículo popular que se ha utilizado en bastantes investigaciones sobre aprendizaje, probablemente a causa de las consideraciones que contemplan su importante papel en el currículum escolar; su relativa independencia de las influencias no escolares; su estructura jerárquica y acumulativa como materia escolar; su abstracción y arbitrariedad; y el rango de complejidad y dificultad que pueden proporcionar en el aprendizaje de tareas.

El presente trabajo tiene como propósito presentar un modelo de formación activa que ha surgido a raíz de la investigación en educación matemática: el aprendizaje realista. Este modelo se fundamenta, como su mismo nombre indica, en la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal (1991).

Los fundamentos teóricos del aprendizaje realista se establecieron en el marco del Proyecto *Comenius* 2003-2005 denominado “*Aprender en y a través de la práctica: Profesionalización de los futuros profesores europeos mediante el aprendizaje reflexivo*”, coordinado por el profesor Ko Melief, de la Universidad de Utrecht (para un análisis en profundidad, consultar <http://www2.ivlos.uu.nl/comenius>). A partir de las bases teóricas establecidas en este proyecto internacional, Esteve, Melief y Alsina (2009) han coordinado el libro *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado* en el que, además de publicar los fundamentos teóricos de este modelo de formación, se aportan instrumentos y técnicas concretas para implantar el aprendizaje realista en las aulas universitarias, y se cierra la publicación con la descripción de experiencias de formación del profesorado de distintos campos, entre ellos la educación matemática (Alsina y Planas, 2009).

En los dos siguientes apartados presentamos, en primer lugar, los principales fundamentos de la EMR en los que se sustenta el aprendizaje realista; y en segundo lugar, los rasgos más representativos de este modelo de formación del profesorado.

## LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA

Esta teoría, que no pretende ser una teoría general del aprendizaje como lo es, por ejemplo, el constructivismo, se desarrolla en el Instituto para el Desarrollo de la Educación Matemática de la Universidad de Utrecht (Holanda), hoy conocido como Instituto Freudenthal.

Heuvel–Panhuizen (2002) expone que, inicialmente, la EMR más que ser una teoría clara y sencilla de educación matemática, consistió en ideas básicas centradas en el *cómo* y el *qué* de la enseñanza matemática. Según este autor, la acumulación y revisión repetida de estas ideas han dado a lugar a lo que ahora conocemos por EMR.

En su etapa inicial la EMR, según de Lange (1996), se sustentó en las siguientes características:

- El uso de contextos como vehículos para el crecimiento entre lo concreto y lo abstracto.
- El uso de modelos como columna vertebral del progreso.
- El uso de las construcciones y producciones libres de los alumnos en los procesos de enseñanza/aprendizaje.
- El entrelazado de los diversos ejes en el currículum de matemáticas.

Actualmente, la EMR se fundamenta en seis principios fundamentales, que vamos a describir a continuación de forma muy sintética (para una revisión en profundidad, consultar De Lange, 1996, Freudenthal, 1991, Gravemeijer, 1994, entre otros):

<i>Principio</i>	<i>¿Qué es?</i>	<i>¿Cómo puede trabajarse?</i>
De actividad	Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es <i>matematizar</i> (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.	Matematizar involucra principalmente generalizar y formalizar. Formalizar implica modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.
De realidad	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en <i>contextos reales</i> . Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.	El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.
De niveles	Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: - Situacional: en el contexto de la situación. - Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. - General: exploración, reflexión y generalización. - Formal: Procedimientos estándares y notación convencional.	Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
De reinención guiada	Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.	Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución. Permitir que los estudiantes muestren sus estrategias e invenciones a otros. Discutir el grado de eficacia de las estrategias usadas.

De interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como un a plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.
De interconexión	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría, ...) no pueden ser tratados como entidades separadas.	Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Así, pues, de forma muy reduccionista, los rasgos más significativos de la EMR son los siguientes:

- Se trata de un enfoque en el que se utilizan situaciones de la vida cotidiana o problemas contextuales como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas (Heuvel&Panhuizen, 2002).
- Se apoya en la interacción en el aula entre los estudiantes y entre el profesor y los estudiantes. Esta interacción, que debe ser intensa, permitirá a los profesores construir sus clases teniendo en cuenta las producciones de los estudiantes (Fauzan, Plomp y Slettenhaar; 2002).
- Otra idea clave es que a los estudiantes se les debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un adulto en lugar de intentar transmitirles una matemática pre-construida (De Corte, Greer y Verschaffel, 1996).

Las ideas anteriores, como veremos en el próximo apartado, son algunos de los elementos en los que se sustenta el aprendizaje realista. De todas formas, desde nuestro punto de vista, la idea clave que la EMR aporta a la formación del profesorado es que parece que alguna cosa no funciona teniendo a un grupo diciendo qué hacer y otro haciéndolo, aludiendo de forma explícita a los profesores por un lado y a los estudiantes por otro, de acuerdo con Freudenthal (1991) o Kilpatrick (1988), entre otros, sino que son los estudiantes quienes, a través de la interacción, el diálogo y la negociación, junto con la mediación del profesor, construyen su propio conocimiento,

## EL APRENDIZAJE REALISTA

Esteve, Melief y Alsina (2009), en su libro *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado*, parten de la premisa que los profesores en formación deberían llegar a conocer muchas maneras de actuar y a ejercitarlas en la práctica. Deberían disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y deberían reflexionar sobre ello sistemáticamente. Las experiencias y la práctica, pues, conforman en esta concepción el punto de partida para el aprendizaje profesional y se trata en este contexto de un procedimiento didáctico que promueve activamente el vínculo entre teoría, práctica en el aula y personalidad de los profesores en formación con sus propias exigencias.

De forma más concreta, Ko Melief, Anke Tigchelaar y Fred Korthagen, en colaboración con Martine van Rijswijk (IVLOS, Universidad de Utrecht) han formulado cinco principios que subyacen a la formación realista del profesorado (Melief, Tigchelaar y Korthagen, 2009):

*Principio 1. El punto de partida son las cuestiones que emergen de la práctica y que experimenta el profesor/la profesora en formación en un contexto real de aula*

La formación se inicia con las observaciones que realizan los profesores en formación en situaciones concretas de aula, en las que participan activamente, junto con sus pensamientos, sus sentimientos, sus necesidades e intereses. A partir de este planteamiento inductivo, la formación realista pretende relacionar estas experiencias con las representaciones de los futuros profesores y profesoras y no empieza nunca con la introducción de teorías objetivas provenientes de la bibliografía específica sobre el aprendizaje y la enseñanza.

*Principio 2. La formación realista pretende fomentar una reflexión sistemática.*

El planteamiento reflexivo parte del supuesto que aprender de las mismas experiencias es un proceso natural, casi autónomo, que deja poco margen para un aprendizaje dirigido. Korthagen (2001) diferencia en este proceso cinco fases: acción o experiencia; mirar hacia atrás (hacia la acción); tomar conciencia y formular los aspectos importantes de la propia actuación; buscar y preparar comportamientos alternativos; así como comprobar su eficacia en una nueva situación, lo que ofrece, otra vez, una nueva experiencia y, por lo tanto, es el punto de partida de un nuevo ciclo de reflexión.

*Principio 3. El aprendizaje es un proceso social e interactivo.*

Es absolutamente necesario que tengan lugar discusiones en grupo con el fin de promover la reflexión. El aprendizaje empieza cuando un grupo de personas con diversas expectativas, experiencias, habilidades y ritmos de aprendizaje entran en contacto. El hecho de compartir experiencias implica que los futuros profesores y profesoras se vean obligados a estructurarlas; que descubran otras posibles maneras de estructurar sus experiencias, comparando sus análisis de la práctica con los de los demás; y que puedan pedir y recibir retroalimentación de compañeros y compañeras. Así, pues, las interacciones reflexivas entre los aprendices profundizan el proceso intencionado de un aprendizaje profesional (reflexión y construcción colectivas).

*Principio 4. Se distinguen tres niveles en el aprendizaje en la formación de profesorado (el nivel de Representación, Esquema y Teoría), y se trabaja en los tres niveles.*

- Nivel de representación: cuando alguien reacciona sin pensarlo mucho (en situaciones espontáneas de aula), la reacción se basa en necesidades, valores, opiniones, sentimientos y tendencias a reaccionar que se producen de manera inconsciente.
- Nivel de Esquema: cuando alguien reflexiona sobre una situación, sobre las discusiones que resultan de ella (esta reflexión puede ocurrir durante la (inter)acción o inmediatamente después de ella) y sobre situaciones similares, desarrolla conceptos, características, principios, etc., que sirven para describir la práctica.

- Nivel de Teoría: éste es el nivel en el que se construye un orden lógico con respecto a los conocimientos subjetivos anteriormente surgidos. Se analizan las relaciones conceptuales dentro de un esquema individual o se vinculan numerosos esquemas para obtener una teoría coherente.

*Principio 5. En la formación realista se considera a los profesores y profesoras en formación personas con una identidad propia, a cuyo efecto se fomenta la autonomía y la construcción autorregulada del desarrollo profesional.*

Se parte de la base que es de fundamental importancia que los futuros profesores/as tengan una conciencia de sí mismos que constituya la base para construir su propio potencial, de modo que puedan consolidarse a sí mismos observando y percibiendo este potencial, para que puedan transferirlo a otras personas. Desde este punto de vista, la búsqueda de una base moral en la formación debería empezar ayudando a los profesores y las profesoras en formación a desarrollar un interés por su propia identidad.

Tomando como referencia los cinco principios anteriores, la perspectiva derivada del aprendizaje realista puede concretarse en los siguientes puntos:

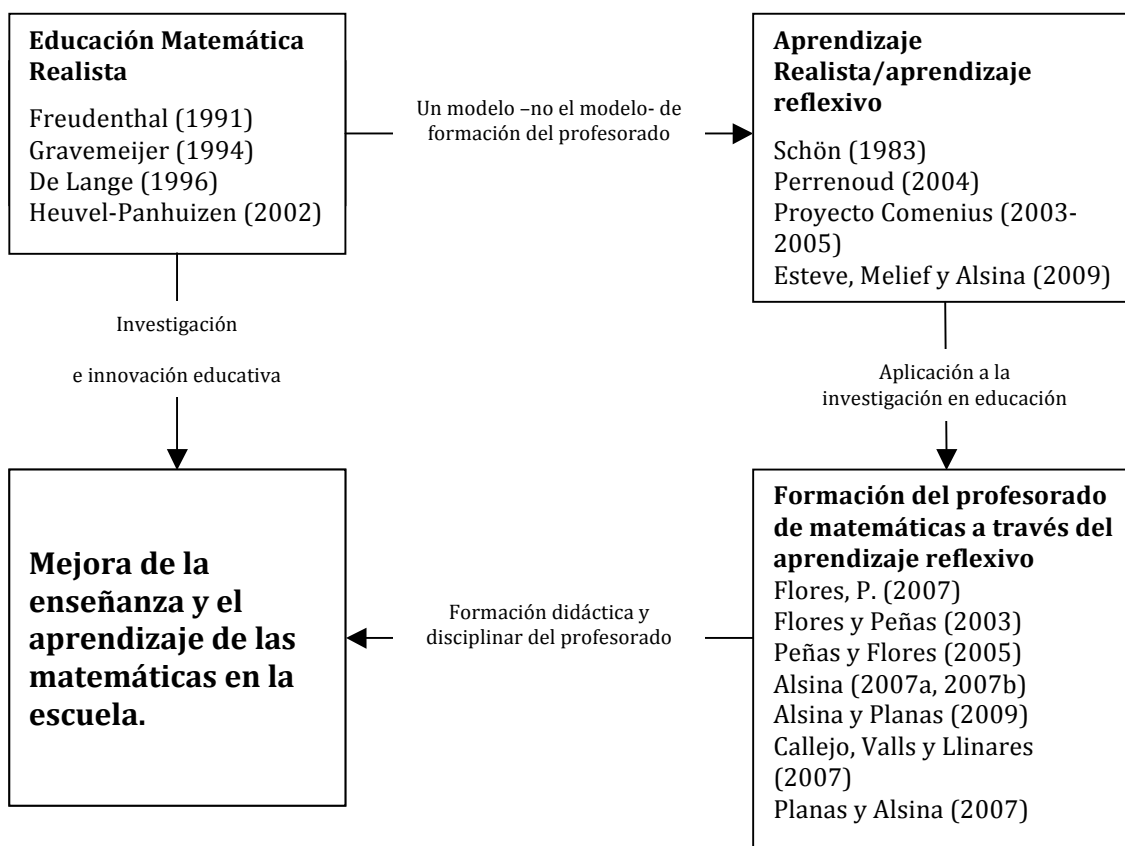
- Co-construcción de conocimiento: el profesor debe partir de los conocimientos o informaciones que aporta la persona en formación, de tal forma que se establezca un diálogo “más simétrico”, gracias al cual los saberes y experiencias de los estudiantes entren en interacción con saberes y competencias nuevas que aportan el profesor, otros compañeros u otras fuentes de recursos.
- Colaboración entre iguales: la interacción ofrece un gran potencial para el fomento y desarrollo de los procesos cognitivos superiores del aprendizaje. A este respecto son de sumo interés las recientes propuestas de los enfoques vygotskyanos orientadas al andamiaje colectivo que hacen referencia a la co-construcción de conocimiento docente práctico a partir del conocimiento que aporta cada miembro y a través de la interacción dentro del grupo de estudiantes o profesores noveles. El trabajo en colaboración, bien guiado y bien tutorizado, ayuda a generar procesos de reflexión: a través de la interacción entre los miembros de una comunidad de estudiantes, cada aprendiz (en nuestro caso, el docente en formación) verbaliza su discurso interior (private speech: Vygotsky, 1978), es decir sus pensamientos, ideas y representaciones acerca del mundo y de su entorno.
- Reflexión individual y grupal: en el proceso de formación, los docentes noveles deberán disponer de un acompañamiento colaborativo (y no prescriptivo). En este acompañamiento, se trata de ayudar a través de la intervención pedagógica a que el docente en formación siga su propio proceso: hacer emerger inquietudes y necesidades, escuchar, construir sobre lo que aquél ya aporta, guiar, orientar, aconsejar. Este acompañamiento deberá además garantizar el traspaso paulatino del control del proceso de aprendizaje al propio sujeto en formación, tal como apuntamos en el siguiente punto.
- Autorregulación: el estudiante debe aprender a enfrentarse a la propia actuación, a la propia realidad, a los propios problemas y a las propias circunstancias y a llevar a cabo una reflexión continuada de su quehacer diario. El objetivo es que llegue por sí mismo no solamente a descubrir los aspectos que quiere o debe cambiar o mejorar sino a buscar soluciones y a evaluarlas por sí mismo. Entra así en una dimensión autorreguladora, de gran importancia para el aprendizaje autónomo. Esta dimensión se basa en la observación, el análisis crítico y la autoevaluación. Para que el docente

en formación llegue a este nivel de autonomía, habrá que dotarlo de los instrumentos necesarios (portafolio, pautas metacognitivas, etc.).

- Desarrollo de competencias profesionales: un profesional es competente no sólo porque manifieste conductas que expresan la existencia de conocimientos y habilidades que le permiten resolver adecuadamente los problemas profesionales, sino también porque siente y reflexiona acerca de la necesidad y el compromiso de actuar en correspondencia con sus conocimientos, habilidades, motivos y valores, con flexibilidad, dedicación y perseverancia, en la solución de los problemas que de él demanda la práctica profesional. De ahí la importancia que la competencia reflexiva adquiere en la formación inicial de futuros profesionales de la docencia.

### A MODO DE CONCLUSIÓN

De forma sintética, en el diagrama que se expone a continuación se intenta representar cómo la EMR, junto con las aportaciones del aprendizaje reflexivo (Perrenoud, 2004; Schön, 1983) han dado lugar a un prolífico campo de investigación en el ámbito de la educación matemática centrado en la formación y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. La mayor parte de estos estudios empíricos se han realizado desde un enfoque etnográfico/interpretativo, y su finalidad es tratar de mejorar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en la escuela.



## BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, À. (2007). El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de la matemática. *Educación Matemática*, 19(1), 99-126.
- Alsina, À., Planas, N. (2009). La construcción autorregulada de conocimientos matemáticos durante la formación inicial de maestros. En O. Esteve, K. Melief y À. Alsina (Eds.). *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado*. Barcelona: Octaedro (en prensa).
- Berini, M., Bosch, D., Casadevall, M., Guevara, I y Sabaté, D. (2009). Formación en práctica reflexiva de matemáticas, desde la perspectiva de un grupo de formadores. *SUMA*, 60, 21-34.
- Callejo, ML., Valls, J., Llinares, S. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. *Investigación en la Escuela*, 61, 5-21.
- De Corte, E., Greer, B., Verschaffel, L. (1996). Mathematics Teaching and Learning. En D. Berliner y C. Calfee (Eds.). *Handbook of Educational Psychology* (pp. 491-549). New York: Simon & Schuster Macmillan.
- De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. En A.J. Bishop (Ed). *International Handbook of Mathematics Education, Part I* (pp. 49-97). Utrecht: Kluwer Academia Press.
- Esteve, O., Melief, K., Alsina, À. (2009). *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado*. Barcelona: Octaedro (en prensa).
- Fauzan, A. Plomp, T., Slettenhaar, D. (2002). Traditional mathematics education vs. realistic mathematics education: Hoping for Changes. En *Proceedings of the 3rd International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 1-4). Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics.
- Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación. *PNA*, 1(4), 139-158.
- Flores, P., Peñas, M. (2003). Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos. *Educación y Pedagogía*, 15(35), 93-116.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2002). Realistic mathematics education as work in progress. En Fou-Lai Lin (Eds.). *Common sense in mathematics education. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education* (pp. 1-43). Taiwan: National Taiwan Normal University.
- Kilpatrick, J. (1988). Change and stability in research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 5, 202-204.
- Kilpatrick, J. (1992). Historia de la investigación en educación matemática. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra (Eds.), *Educación Matemática e Investigación* (pp. 13-98). Madrid: Síntesis, 1994.
- Korthagen, F.A. (2001). *Linking Practice and Theory. The Pedagogy of Realistic Teacher Education*. Londres: LEA.
- Melief, K., Tigchelaar, A., Korthagen, F. (2009). Aprender de la práctica. En Esteve, O., Melief, K., À. Alsina (Eds.), *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado*. Barcelona: Octaedro (en prensa).



- Peñas, M., Flores, P. (2005). Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(1), 5-16.
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: profesionalización y razón pedagógica*. Barcelona: Graó.
- Planas, N., Alsina, À. (2007). Formación sobre diversidad cultural y educación matemática en situaciones de práctica reflexiva. En Imbernón F. (ed), *Actas del I Congreso Internacional Nuevas tendencias en la formación permanente del profesorado* (CD-Rom). Barcelona, España.
- Richards, J.C., Lockhart, C. (1998). *Estrategias de reflexión sobre la enseñanza de idiomas*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Schön, D.A. (1983). *The reflective practitioner*. Nueva York: Basic Books.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

