

## ACTIVIDADES MATEMÁTICAS EN EL AULA CON UNA MIRADA A LA PROFESIONALIZACIÓN DOCENTE A TRAVÉS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA



Leticia Sosa Guerrero  
lsosa19@hotmail.com  
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas  
Laboratorio didáctico  
Formación de profesores

### Resumen

En el laboratorio didáctico se pretende poner de relieve algunos ejemplos y actividades matemáticas para someterlos a discusión grupal, con la finalidad de promover la reflexión por parte de los asistentes respecto a la mejora de la práctica docente mediante el conocimiento matemático para la enseñanza. Durante el laboratorio se desarrollarán varias dinámicas en las cuales la participación de los asistentes juega un papel fundamental. En suma, se intenta trastocar además del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT<sup>1</sup>), la parte humana del profesor, es decir, sus experiencias, angustias y sufrimientos en la enseñanza de las matemáticas, pero también sus éxitos, para poner de relieve su papel y su responsabilidad profesional.

**Palabras clave:** *Conocimiento matemático, enseñanza, profesional, profesor*

### 1. Propósito y alcance

El objetivo principal del laboratorio consiste en provocar la reflexión acerca de la profesionalización docente a través del conocimiento matemático para la enseñanza, mediante la discusión de algunas actividades-ejemplos de contenidos matemáticos específicos.

Dirigido principalmente a profesores de matemáticas que impartan clases en secundaria, bachillerato y superior e investigadores interesados en estudiar la profesionalización docente y el conocimiento matemático para la enseñanza.

### 2. Marco teórico

*El profesor como profesional*

Romberg (1988, citado en Flores, 1998) plantea la pregunta acerca de si los profesores pueden ser profesionales y defiende que sí pero que se requiere de varios factores, por ejemplo, del gran esfuerzo y compromiso de muchas personas para poder hacerlo realidad en próximas décadas.

En nuestro grupo de investigación concebimos al profesor en términos de Schön, es decir,

“ [...] nos estamos refiriendo a alguien que se sumerge en el complejo mundo del aula para comprenderla de forma crítica y vital, implicándose afectiva y cognitivamente en los intercambios inciertos, analizando los mensajes y redes de interacción, cuestionando sus propias creencias y planteamientos, proponiendo y experimentando alternativas y participando en la reconstrucción permanente de la realidad escolar”. (Schön, 1992, citado en Lucero y Chiarani, 2004, p.1)

<sup>1</sup> Denotaremos el Conocimiento Matemático para la Enseñanza con MKT por sus siglas en inglés (*Mathematical Knowledge for Teaching*) porque es un término bastante acuñado por Deborah Ball y su grupo de investigación

Sin embargo, hoy por hoy podemos percibir que muchas de las veces se subestima el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin considerar que el proceso no es sencillo porque en él se fusionan diversos factores complejos (sociales, culturales, científicos, cognitivos, individuales, grupales, afectivos, contextuales, institucionales, económicos, etc.). Asumimos que para enseñar matemáticas, saber el contenido es una condición necesaria para explicarlas pero no es una condición suficiente, pues existen casos en los que el profesor cuenta con un buen dominio de la matemática pero no es capaz de desarrollar un proceso adecuado de enseñanza.

Más aún, socialmente el profesor tiene la encomienda principal de enseñar y por consiguiente, es él quien ha de atender profesionalmente las tareas que su labor conlleva, para ello ha de poseer un conocimiento profesional, puesto que uno de los aspectos que caracteriza a los profesionales es disponer de un conocimiento profesional. Un conocimiento de cuya riqueza en varias ocasiones el propio profesor no es consciente. En ese sentido coincidimos con la formulación que hace Elbaz (1983) en su investigación, en cuanto a que:

“La visión del conocimiento como "empírico" y "analítico", que prevalece en el pensamiento educativo, tiende a un valor relativamente bajo en el conocimiento experiencial, y por lo tanto los mismos docentes pueden no ser conscientes del valor de sus propios conocimientos. Ciertamente hay poco estímulo para que los profesores se vean a sí mismos como creadores de conocimiento” (p.11)

Nosotros coincidimos también con Elbaz en que existe poco estímulo para que los profesores se vean a sí mismos como creadores de conocimiento. Ese es otro tema muy importante pero que por ahora no abordaremos.

### *Conocimiento profesional*

El conocimiento profesional necesario en cada profesión es un conocimiento muy específico de ésta. El conocimiento profesional se refiere al cuerpo de conocimiento y habilidades que son necesarios para funcionar con éxito en una profesión particular (Tamir, 1991). Para Compagnucci y Cardós (2007) el conocimiento profesional del profesor es una categoría que involucra el saber teórico y práctico del docente, es un sistema complejo que se va constituyendo en función de saberes, creencias, destrezas, habilidades y capacidades.

Aunado a lo anterior, asumimos que el conocimiento profesional del profesor consiste en la conjunción de todos los saberes y experiencias que éste posee y de los que hace uso en el desarrollo de su trabajo docente, conocimiento que se va adquiriendo y construyendo desde su formación inicial y continua durante toda su carrera (Estepa, 2000; Climent, 2005).

### *Reflexión del profesor*

Por su parte, Schön (1983) considera que la reflexión es característica de una buena práctica y en su estudio sobre la formación de profesionales reflexivos diferencia dos tipos de reflexión que pueden ocurrir y que determinan el conocimiento profesional del profesor: reflexión en la acción y reflexión sobre la acción.

La reflexión en la acción es un proceso de comunicación continuo a partir del cual se va formando una teoría, se emprende una búsqueda de especificaciones adaptadas a la situación, se definen de manera interactiva los medios y los fines, además de redefinir y evaluar

continuamente los procedimientos (Yinger, 1986). Dicho de otra forma, la reflexión en la acción es el proceso mediante el cual los profesores hacen explícito el conocimiento en la acción, significa detenerse a pensar durante la propia acción acerca de las razones por las que actuamos y las consecuencias de esa actuación. La reflexión tiene lugar en un intervalo de tiempo que varía según el contexto de cada situación, de tal modo que esa circunstancia nos permite reorganizar nuestra labor mientras la llevamos a cabo (Schön, 1983).

La reflexión sobre la acción se refiere a la reflexión que realiza el profesor en un momento posterior a la clase, en un contexto más tranquilo en el que el profesor está liberado de las urgencias de las decisiones interactivas. Se trata de una reflexión que podría influenciar los acontecimientos futuros en su actuar en el aula. Schön (1983) define este proceso como el análisis que efectúa una persona *a posteriori* sobre las características y los procesos de las acciones que ha realizado, y considera que este tipo de reflexión es un componente esencial del proceso de aprendizaje permanente por parte del profesor, quien a su vez elabora un diseño flexible de enfoque progresivo que experimenta y reconduce de forma continua en su interacción con la situación como resultado de esta reflexión.

El profesor reflexivo confronta los esquemas teóricos y sus creencias implícitas, enfrentándose a una situación de enseñanza, lo cual le permite analizar lo que hace y modificar sus decisiones de manera consciente sobre la marcha.

#### *Conocimiento matemático para la enseñanza*

Marcadamente desde los años ochenta, y cada vez más, se ha venido discutiendo y profundizando el estudio del conocimiento profesional de los profesores, emergiendo recientemente distintas perspectivas sobre el conocimiento profesional, en particular sobre qué conocimiento matemático posee el profesor y qué conocimiento matemático debería poseer para el ejercicio de su función docente (Sosa, 2011).

Existen varios investigadores del conocimiento matemático para la enseñanza (e.g. Davis y Simmt, 2006; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Ball, Thames y Phelps, 2008). En este trabajo nos enfocamos en el modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) propuesto por Ball et al. (2008) principalmente porque ellos hacen una categorización específica de ese conocimiento y porque es un modelo que surge del análisis y el estudio de la práctica del profesor de matemáticas.

Ball et al. (2008) hacen un refinamiento al modelo presentado por Shulman (1986), sólo que ellos colocan al conocimiento curricular dentro del conocimiento didáctico del contenido, de tal forma, que en el modelo presentan dos dominios: Conocimiento del Contenido y Conocimiento Didáctico del Contenido. En el primer dominio hay tres subdominios: Conocimiento Común del Contenido (CCK<sup>2</sup>), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK) y Horizonte Matemático (HCK). En el segundo dominio los tres subdominios son: Conocimiento de Contenido y Estudiantes (KCS), Conocimiento de Contenido y Enseñanza (KCT) y Conocimiento Curricular (KCC). En la siguiente figura se muestra el modelo.

---

<sup>2</sup> Usaremos las siglas en inglés porque son términos acuñados en el modelo del MKT internacionalmente (Common content knowledge –CCK–; specialized content knowledge –SCK–, horizon content knowledge –HCK–, knowledge of content and students –KCS–, knowledge of content and teaching –KCT–; knowledge of content and curriculum –KCC).

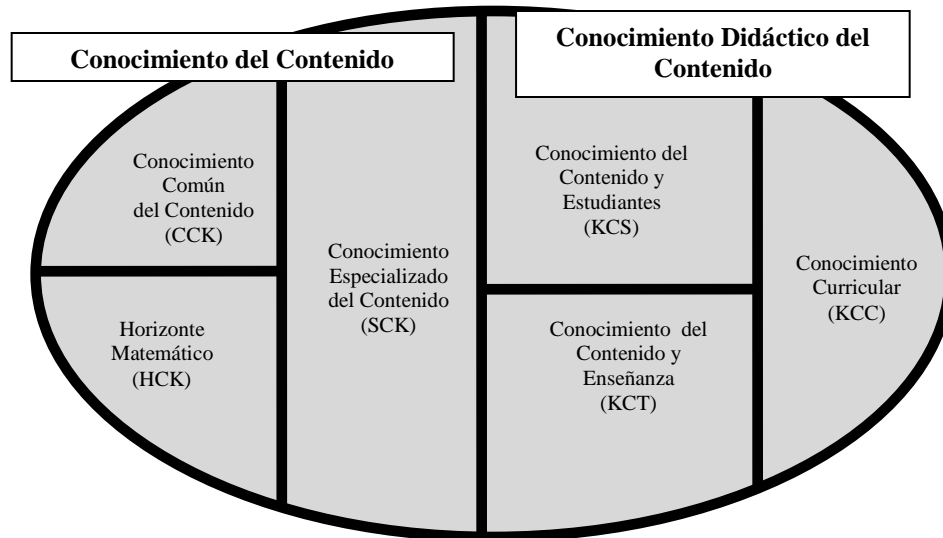


Figura 1. Dominios del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT). (Ball et al., 2008)

A continuación expresaremos de manera sucinta cada uno de los subdominios.

El **CCK** consiste del conocimiento y las habilidades necesarias para resolver las tareas que asigne a sus alumnos. El **SCK** se refiere al conocimiento matemático y las habilidades que son propias de la profesión de los profesores e incluye el conocimiento que permite a los profesores conocer la naturaleza matemática de los errores que cometen los alumnos y razonar si alguna de las soluciones inesperadas que dan sus alumnos podrían funcionar matemáticamente en general o no. Mientras que el **HCK** está constituido por el conocimiento de la trayectoria de un contenido matemático a lo largo de las diversas etapas educativas, así como las conexiones intra y extramatemáticas.

El **KCS** es la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente, e incluye las habilidades de los profesores para identificar los conceptos previos, las dificultades de aprendizaje y concepciones erróneas que traen los estudiantes acerca de un contenido matemático particular. El **KCT** consiste de la conjunción del entendimiento del contenido y su enseñanza, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido. Finalmente, el **KCC** está

“representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias” (Shulman, 1986, p.10).

A continuación mencionamos algunos aspectos respecto a cómo se desarrollará el laboratorio didáctico.

### 3. Método

Para alcanzar los objetivos propuestos, se seguirán varias estrategias de enseñanza durante el transcurso del laboratorio. En algunas de ellas la expositora mostrará a los participantes algunos fundamentos teóricos a través de los cuales se mirarán y se discutirán las actividades o ejemplos sobre contenidos matemáticos concretos, haciendo particular énfasis en los distintos subdominios del MKT, destacando la importancia de que el profesor se preocupe y se ocupe de enriquecerlos, es decir, se pretende hacer notar también el papel que juega la actitud del profesor para mejorar su propia práctica.

En otras, la expositora presentará algunos segmentos de video para provocar la discusión y análisis de algunos ejemplos y/o actividad matemática correspondientes a evidencias obtenidas directamente de la práctica del profesor, especialmente, a situaciones en las que el profesor se encuentra en “situaciones especiales” al enseñar un contenido matemático, es decir, situaciones en las que además del MKT, el profesor requiere de otros conocimientos, creencias, concepciones, etc. para tomar decisiones en el aula.

Además, habrá otras en las que los participantes sean constructores de actividades para mejorar su propia enseñanza, posteriormente se realizará una puesta en común para que de ser posible, por equipo, exponga su actividad y generar una discusión y reflexión con las aportaciones de los participantes y la expositora.

### 4. Diseños didácticos

Se discutirán algunos diseños desarrollados en otros países (eg. Estados Unidos, Argentina, España y México) referentes a potencializar el conocimiento matemático para la enseñanza por parte del profesor y por ende reflexionar sobre su conocimiento profesional y consecuentemente en su profesionalización docente.

Enseguida presentamos algunos ejemplos de una actividad realizada por Pachulu (2011).

En el siguiente ejemplo mostraremos una parte de una entrevista que muestra Pachulu, para analizar la comprensión matemática por parte de los estudiantes en cuanto a un contenido matemático particular. Para nosotros, en términos del modelo de Ball et al. (2008), esa parte de la actividad está ubicada en el conocimiento del profesor respecto al contenido y estudiantes puesto que la preocupación es, en cuanto al profesor, conocer cómo piensa o qué hace el estudiante matemáticamente, cuando él les encomienda una tarea en la clase.

**Entrevistador:** *Esta es la resolución de una ecuación que realizó un alumno en un parcial de Matemática. Te pedimos que nos expliques lo que se ha realizado en cada paso e indiques si son correctos los procedimientos que se utilizaron.*

$$\begin{aligned}
 5x - 6 &= 3x \\
 5x - 6 - 3x &= 3x - 3x \\
 2x - 6 &= 0 \\
 2x - 6 + 6 &= 0 + 6 \\
 2x &= 6 \\
 \frac{2x}{2} &= \frac{6}{2} \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

*Alumna:* Los procedimientos fueron incorrectos, ya que tres veces se agregaron en cada término números iguales y luego se los resolvía. Aquí se agregó en ambos términos el monomio  $-3x$ , entonces se lo agrupó a un lado con el término semejante y del otro se lo resolvió. Luego nuevamente se agregaron a ambos términos  $+6$ , se los resolvió, cancelando dos de ellos, que eran como divisor en los números de ambos lados, dejándolos como numeradores. Finalmente se simplificaron ambos términos y como resultado obtuvo un valor de  $x$ .

De este ejemplo, pretendemos poner de relieve varios aspectos relacionados directamente con el MKT y hacer notar problemáticas comunes a éstas que hayan tenido los profesores durante su experiencia, con éste y con otros contenidos: La discusión será enriquecida con la participación de los asistentes, todo ello con la intención de reflexionar juntos el papel del profesor ante estas situaciones.

Luego discutiremos otro ejemplo que propone Pochulu, él destaca que un error común de los estudiantes en bachillerato es el siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{3}{x-1} + 2 &= 2 \\ \frac{3}{x-1} &= 2 - 2 \\ \frac{3}{x-1} &= 0 \\ 3 &= 0(x-1) \\ \frac{3}{0} &= x-1 \\ 3 &= x-1 \\ 3+1 &= x \\ 4 &= x\end{aligned}$$

De lo cual Pachulu explica que el estudiante interpreta que toda ecuación tiene solución y que eso puede ocurrir debido a que normalmente en clase, se ven ecuaciones con solución y no las que no tienen solución.

Con esos ejemplos se pretende destacar la importancia de la necesidad de que el profesor se preocupe y se ocupe por averiguar, estudiar y comprender qué conocimiento matemático pudo haber producido esa respuesta.

Además, se presentarán otras actividades matemáticas diseñadas para subsanar algunas dificultades y confusiones comunes que presentan los estudiantes al trabajar con contenidos en álgebra y cálculo. Con esta dinámica se pretende que el profesor participe, es decir, que se involucre en la mejora de las actividades que se muestren, y obtener una propuesta mejorada gracias a la intervención de los asistentes. En esta parte, la mayor riqueza se establecerá cuando se discutan, en concreto, los aspectos a mejorar y sobre todo, la justificación del por qué o para quién sería mejora, ahí estará lo más rico de la discusión.

## 5. Consideraciones finales

Una de las aportaciones principales de esta propuesta consiste en hacer notar la importancia de cada uno de los dominios del conocimiento matemático para la enseñanza en torno a la profesionalización docente, además de fomentar la reflexión del profesor en cuanto a mejorar su práctica, también se tocará la parte humana del profesor, es decir, habrá un espacio para que exprese sus angustias e incluso sus sufrimientos en la enseñanza de las matemáticas, de tal forma que al estar entre pares, se sienta en confianza y vea que su preocupación y ocupación por la enseñanza puede ser común con otros colegas. Asimismo nos interesa crear pequeñas redes de contacto entre los asistentes y la investigadora, para estar en comunicación y dejar abierto un espacio permanente para el diálogo y la discusión de ideas relacionadas con el conocimiento profesional y en sí con la profesionalización del profesor.

## 6. Referencias

- Ball D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Climent, N. (2005). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Tesis doctoral publicada en [www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk)
- Compagnucci, E. & Cardós, P. (2007). El desarrollo del conocimiento profesional del profesor en psicología. *Orientación y sociedad [online]*, 7, pp. 103-114. Disponible en: <[http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1851-88932007000100005&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-88932007000100005&lng=es&nrm=iso)>. ISSN 1851-8893. [Visitado el 22 de octubre de 2010].
- Davis B. y Simmt E. (2006). Mathematics-for-teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. Londres: Croom Helm.
- Estepa, J. (2000) El conocimiento profesional de los profesores de Ciencias Sociales. En J. Pagés, J. Estepa y G. Travé (eds.) *Modelos, contenidos y experiencias en la formación de profesores de Ciencias Sociales*. Universidad de Huelva, Huelva. 313-334.
- Flores, P. (1998). Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO 17*, 37-48.
- Lucero M.M. & Chiarani M.C. (2004). La formación del profesorado y los ambientes de aprendizaje virtuales. *Primer congreso virtual latinoamericano de educación a distancia*. Disponible en [http://www.ateneonline.net/datos/52\\_03\\_Lucero\\_Chieran.pdf](http://www.ateneonline.net/datos/52_03_Lucero_Chieran.pdf) [Visitado el 24 de octubre de 2010].
- Pachulu M. (2011). Evaluando la comprensión en Matemáticas. *Vigésimo Quinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Cuba.
- Romberg, T. (1988) Can Teachers be professionals? En Grouws, A.D. y Cooney, T. (Eds.) *Effective mathematics teaching*. LEA-NCTM, Reston, VA. (224-244).
- Rowland, T., Huckstep P. & Thwaites A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* (8), 255-281.
- Schön, D.A. (1983). *The Reflective Practitioner: how professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Schön, D.A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Madrid, Paidós-MEC.

- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento Matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>.
- Tamir P. (1991). Professional and personal knowledge of teachers and teachers educators. *Teacher and Teaching Education*, 7 (3), 263-268.
- Yinger, R. (1986). Investigación sobre el conocimiento y el pensamiento de los profesores. Hacia una concepción de la actividad profesional. *Actas del I Congreso Internacional sobre Pensamiento del Profesor*. Sevilla.