

## La importancia del pensamiento matemático en la comprensión de los números fraccionarios

Alexandra Figueroa Lara  
alexa.figueroa@uabc.edu.mx  
Víctor Armenta Sánchez  
viicttoor20@gmail.com  
Alma Adriana León Romero  
adriana.leon@uabc.edu.mx

Universidad Autónoma de Baja California  
Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa  
<http://pedagogia.mx1.uabc.mx/>

**Resumen:** Una de las dificultades que presentan los estudiantes de educación primaria en el proceso educativo es el estudio de las fracciones. Esta investigación tiene como objetivo analizar los factores que intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático e identificar las estrategias que favorecen su desarrollo para facilitar la comprensión de los números fraccionarios en lo que se refiere a lectura, escritura y su comprensión para la resolución de problemas.

**Palabras claves:** Pensamiento matemático, fracciones, comprensión, resolución de problemas.

### Introducción

En el trabajo cotidiano, los docentes de educación primaria se enfrentan a diferentes obstáculos que obstruyen el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Éstos suelen ser ocasionados por diversos factores relacionados, directa o indirectamente, con su práctica educativa; indagar sobre una problemática en especial, motivada por la experiencia del día a día, favorece la comprensión de lo que sucede al interior de la escuela y ofrece alternativas de solución útiles para superar las dificultades.

Por ejemplo, cuando los estudiantes inician su estudio de las fracciones les resulta una tarea difícil porque llevarlas a la práctica sigue siendo tradicional, es necesario que los estudiantes tengan la oportunidad de adquirir experiencias de aprendizaje donde identifiquen, relacionen y apliquen lo que conocen teóricamente y lo lleven a la aplicación en la solución de un problema (Corbalán, 2008).

### Justificación

Las matemáticas son consideradas universalmente imprescindibles para que todas las personas cuenten con los conocimientos y habilidades necesarios que les permitan convertirse en actores participantes dentro de la sociedad. En este sentido, el conocimiento de los números fraccionarios es tan necesario

como el de los números naturales (Skemp, 1999), ya que a los alumnos con frecuencia enfrentan situaciones de la vida cotidiana que hacen uso de ellos como el reparto de algún material, dividir un espacio, comprar 750 gramos de azúcar, tomar medio vaso de agua o poner  $\frac{3}{4}$  de taza de leche a la mezcla de un pastel.

Todas estas situaciones van acompañadas de un problema que el estudiante debe resolver y, entonces surge la necesidad de recurrir a los conocimientos, habilidades, actitudes y valores con los que se cuenta para darle solución; de ahí la importancia de rescatar la intención primordial de la escuela que es que los estudiantes “puedan desenvolverse satisfactoriamente en cualquier ámbito en el que decidan continuar su desarrollo” (SEP, 2011, p.43); y para que su comprensión se desarrolle a tal grado de poder aplicar el aprendizaje a las situaciones antes mencionadas es necesario que el estudiante cuente con un pensamiento matemático que le permita identificar, analizar y relacionar lo que ya conoce con el nuevo conocimiento.

### **Problemática**

Las matemáticas significan un área del conocimiento vulnerable porque las consideran complejas, es una asignatura en donde se está destinado a fracasar (Gairín, 1990). Al respecto Nieto (2009) comenta que la mayoría de los alumnos creen que las matemáticas son difíciles, pesadas, aburridas, ya que las han aprendido memorizando procedimientos y resolviendo operaciones sin sentido; unas matemáticas alejadas de la vida diaria, de la escuela y de las demás ciencias.

En los primeros grados de la educación primaria no surge una problemática severa en lo que se refiere a los contenidos matemáticos, porque los temas son muy concretos y van muy relacionados con el entorno de los estudiantes; pero cuando se presentan temáticas como los números fraccionarios, se necesita un pensamiento abstracto y creativo que le permita al estudiante hacer comparación entre una expresión y otra para buscar la relación que existe entre ellas, descomponer los elementos de un problema y volverlos a ordenar para dar una solución o tener la visión de analizar una situación desde distintas perspectivas que le permitan comprenderlo y explicarlo. El paso de lo concreto a lo abstracto es definitivo en el desarrollo de habilidades de pensamiento, es entonces donde estudiantes y maestros se preguntan ¿en dónde nos perdimos?

Tomando en cuenta la experiencia, los alumnos no comprenden completamente los conceptos y procedimientos que deben emplear para resolver un problema porque las bases sobre las que se pretende construir el nuevo conocimiento carecen de firmeza y claridad; por ello, los alumnos no logran encontrar las soluciones, se confunden y se les dificulta resolver los problemas porque no piensa matemáticamente. Según Alsina (2009), el pensamiento matemático “implica descubrir relaciones y patrones; conocer aspectos cuantitativos de la realidad; tener un conocimiento del espacio relativo a tres aspectos: posición, forma y cambios de posición y de forma” (p.35).

Ahora bien, cuando el alumno se enfrenta a un aprendizaje más complejo como el de números fraccionarios es necesario que “construya un modelo para estas unidades cortadas y combinadas” (Skemp, 1999, p.191); de tal modo que puedan establecer relaciones de lectura, escritura, operaciones fundamentales y resolución de problemas como lo hacen con los números naturales. Pero algo sucede en el proceso de aprendizaje, quizá 1) los estudiantes no cuentan con los conocimientos previos necesarios para asimilar el nuevo conocimiento; 2) hace falta el interés y la disposición para el trabajo por parte de los estudiantes; 3) la práctica docente no va acompañada de las estrategias y materiales didácticos adecuados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes; o 4) el ambiente de aprendizaje no se adecúa a las necesidades y características del grupo.

Para indagar en los aspectos antes mencionados se plantearon las siguientes preguntas que guiaron la investigación: ¿Qué factores influyen en los estudiantes para que desarrollen un pensamiento matemático? ¿Por qué al estudiante le resulta difícil el aprendizaje de las fracciones y al maestro su enseñanza? ¿Qué puede hacer el docente para apoyar a los estudiantes en el desarrollo del pensamiento matemático y mejorar su capacidad de comprender los números fraccionarios?

### Objetivo general

Analizar los factores que intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de educación primaria para facilitar la comprensión de los números fraccionarios mediante la resolución de problemas que impliquen la lectura, la escritura y su comparación.

### Marco Teórico

La evolución de la sociedad ha trascendido gracias a la evolución del conocimiento, muchos personajes de la historia han dedicado su vida a explicar el génesis del conocimiento y sus implicaciones. Para Piaget, por ejemplo, el conocimiento es considerado un proceso de asimilación propio, es una representación personal del mundo real; no es una copia de la realidad sino una interpretación subjetiva que se da en la relación objeto-sujeto (Hernández y Soriano, 1997).

Por su parte, Aebli (2002) explica que el conocimiento surge a partir de acciones, como buscar, investigar, observar y reflexionar, mismas que se ejercen sobre el objeto hacia un fin determinado, que implica una representación mental y produce un significado vivencial en la realidad. Al llevar a cabo estas acciones, ocurre un proceso de construcción e interiorización del conocimiento que da como resultado las representaciones mentales como el pensamiento matemático; “se trata de un pensamiento que considera de modo abstracto la realidad y el propio obrar” (Aebli, 1997, p. 177).



Figura 1  
Proceso de construcción e interiorización del pensamiento matemático  
(Aebli, 2002)

El pensamiento matemático se ha formado a partir de la práctica cotidiana y de las relaciones concretas que se hacen en la realidad; la práctica diaria tiene que ver con las diferentes acciones que realiza el niño mientras interactúa con el entorno estableciendo relaciones que construye e interioriza a través de sus sentidos (Aebli, 2002); de igual forma las operaciones concretas se construyen a partir de un proceso complejo que implica acciones que se interiorizan a través de la intuición y la percepción.

Piaget considera dos posturas de asimilación pues “entre las representaciones y los conceptos del pensamiento existen relaciones cualitativas”, pero también “el pensamiento matemático surge a partir de

la acción" (Aebli, 2002, p.178); sin embargo, existe una tercera forma de asimilar el conocimiento: la construcción de operaciones-sistema, que es cuando el niño puede formar en la mente una operación como una acción abstracta, por ejemplo cuando establece relaciones mentales en una serie de números como las multiplicaciones.

Se puede concluir entonces, que el pensamiento matemático es complejo porque es un proceso de construcción propio que se enriquece con las experiencias vividas de la interacción con el entorno; es importante que el niño tenga un acompañamiento adecuado para enfrentarlo a estos encuentros con el entorno y favorecer estas experiencias que estimulen su proceso de acción, relación y asimilación del conocimiento en sus ideas y representaciones mentales.

Por ello, el reto de la educación matemática es diseñar estrategias curriculares y didácticas que ofrezcan al alumnado oportunidades de adquirir y perfeccionar habilidades de pensamiento, mismas que le permitan analizar y resolver problemas de forma autónoma y eficiente en cualquier ámbito de su vida, de ahí la importancia de considerarlo prioritario (SEP, 2011).

Pero, ¿qué es desarrollar un pensamiento matemático? Para lograr la resolución de problemas, cada persona depende del acervo de conocimientos, habilidades, actitudes, aptitudes y valores, así como destrezas, creatividad e intuición, la calidad y eficacia de las soluciones. En este sentido, entre más experiencias tenga la persona, sus estrategias serán mejores y más efectivas.

Para proveer a los alumnos de estas experiencias es indispensable la planeación de trabajo docente en donde se promuevan situaciones didácticas que favorezcan esta movilización de saberes; para ello, Fernández (2001) sugiere retomar cuatro capacidades esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático (figura 2).

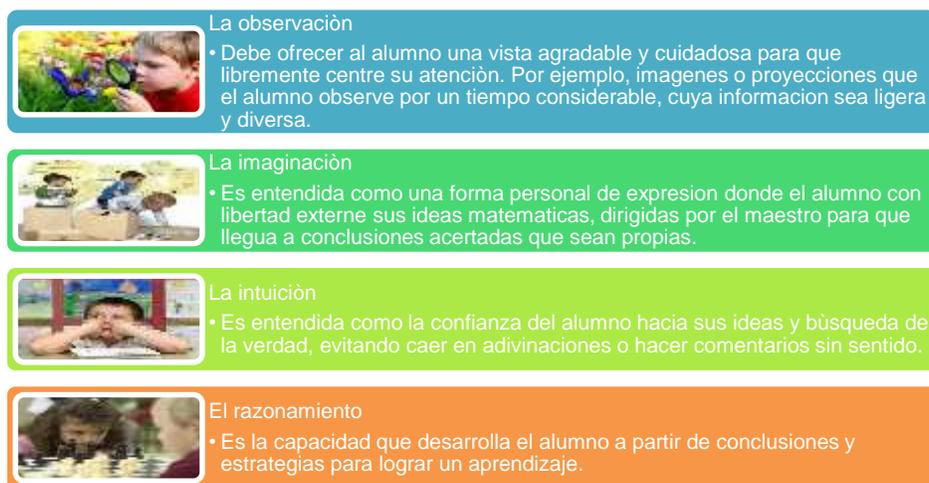


Figura 2 Aspectos a considerar en la planeación  
(Fernández, 2001)

Conjuntamente, en la planeación se deben considerar otros elementos importantes para lograr el desarrollo del pensamiento matemático como el uso de material didáctico porque permite al alumno manipular físicamente el aprendizaje y utilizar todos sus sentidos en asimilar el conocimiento; tiene una visualización clara y concreta del concepto, además motiva a los alumnos y mantiene el interés en la actividad pues se ponen en juego otras habilidades que complementan su aprendizaje como la

observación, la comparación, el diálogo, la experimentación (Arrieta, 2006); otro factor importante a considerar es la creación de ambientes de aprendizaje, esto significa crear un espacio donde los alumnos puedan expresar las dudas, contrastar opiniones y debatir puntos de vista en un ambiente de confianza, respeto y cooperación (Ferreiro, 2007).

Como se ha visto, el desarrollo del pensamiento matemático es una habilidad que se construye día a día, con las experiencias adquiridas de la práctica cotidiana; éstas deben ser originales y diversas permitiendo al alumno apropiarse de un repertorio de alternativas de acción variadas que podrá utilizar para resolver problemas que se le presenten en la práctica y construir un conocimiento que no sea fragmentado sino de ideas claras y vivenciales relacionadas con lo que conoce (Aebli, 2002).

Sánchez (2001) considera varias dificultades del aprendizaje de las fracciones relacionadas con la construcción de representaciones y el desarrollo de habilidades de pensamiento (Figura 5). Éstas se pueden presentar al momento de combinar significados entre los números naturales y los racionales, ya que ambos comparten los mismos símbolos solo que en unos se genera un significado independiente y en los otros un significado de conjunto.

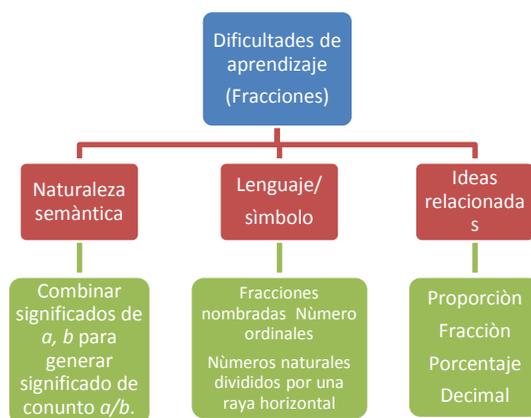


Figura 6 Dificultades de aprendizaje asociadas con las fracciones (Sánchez, 2001)

Lo anterior se relaciona directamente con el conflicto que se genera en la relación lenguaje/símbolo, ya que los símbolos para los números naturales son los mismos que para los números racionales, solo que a estos últimos se les incluye una raya horizontal entre uno y otro; y, para nombrarlos, se utilizan los números ordinales. La necesidad de relacionar las ideas en torno a la interpretación diversa de las fracciones requiere ofrecer a los alumnos experiencias “múltiples y diversas” si se quiere lograr a la comprensión del concepto (Sánchez, 2001).

Aunque se hacen esfuerzos por conservar el vínculo entre la experiencia y el procedimiento existe una resistencia por parte del alumno hacia las matemáticas pues prevalece la idea de su dificultad, principalmente cuando se trata del estudio de las fracciones (Imagen 1).



Imagen 1 Ideas sobre el estudio de las fracciones  
 (Flores, 2006)

Por ello se sugiere considerar la propuesta del Aprendizaje Significativo de Ausubel, por la necesidad que presentan los alumnos para relacionar las fracciones en su vida cotidiana y comprendan el significado de su utilidad en situaciones reales. La idea es que la construcción del conocimiento se dé a partir de las experiencias previas del alumno y que éstas sirvan de enlace entre lo conocido y lo nuevo por conocer. El aprendizaje significativo se da en función de la conexión que logre establecer el maestro, mediante el diagnóstico, entre los conocimientos previos y el nuevo conocimiento, tomando en cuenta que éste debe ser claro, relevante y funcional (Tirado, 2010).

Como ya se dijo, la conceptualización de las matemáticas es un logro personal, es la apropiación significativa del concepto en la estructura mental de cada alumno, lo que comprende. La comprensión del concepto ha de ser estructurada lógicamente y socializada dentro del grupo de estudiantes. Carabús (2004) estructura el proceso de comprensión de un concepto o conjunto conceptual en cuatro niveles: intuitivo (operatorio), declarativo (comunicativo), argumentativo (validación) y estructural (institucionalizado); para que se logren estos cuatro niveles de comprensión es necesario organizar situaciones o momentos didácticos como lo propone Brousseau en su teoría de las situaciones didácticas (Figura 3).

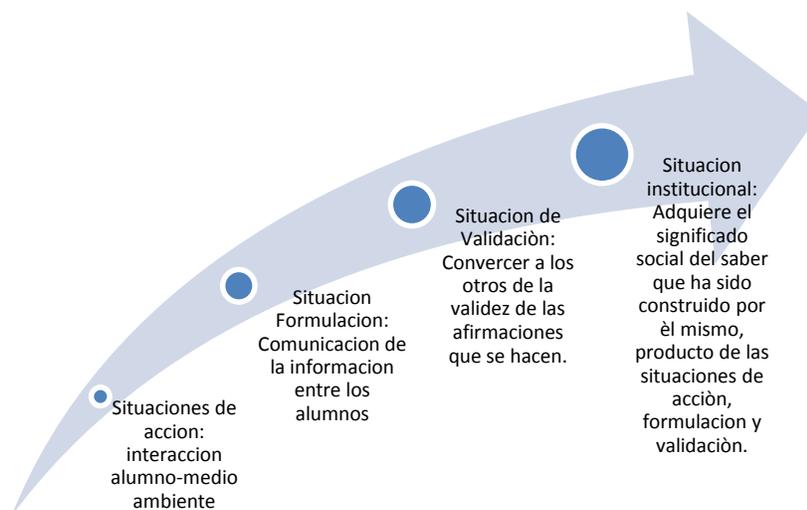


Figura 3 Situaciones didácticas de Guy Brousseau  
 (Carabús, 2004, p.55)

El compromiso del maestro como diseñador, planificador y facilitador de las situaciones didácticas determina el éxito de la construcción significativa del conocimiento, permitiendo que el alumno utilice su aprendizaje de forma efectiva en la resolución de problemas cotidianos.

### **Metodología de la investigación**

Al escuchar hablar al docente referente al curso de matemáticas, el problema que más aqueja a los alumnos de educación primaria es la falta de pensamiento matemático para poder resolver problemas que implican el uso de números fraccionarios. El abordaje de este tema es importante porque del manejo de los números fraccionarios depende que el estudiante inicie con la comprensión de conocimientos matemáticos más complejos que forman su pensamiento matemático. De igual manera, el uso cotidiano de términos relacionados con los números fraccionarios hace necesario su conocimiento y uso como herramienta útil en la resolución de situaciones en la vida cotidiana.

La metodología de investigación permite organizar sistemáticamente el conocimiento recopilado en la revisión de la bibliografía y el trabajo de campo, para dar respuesta a las preguntas de investigación y cumplir con el objetivo que se definió al principio de la misma. De acuerdo con la problemática y el contexto donde se desarrolla el objeto de estudio se considera apropiada la investigación cualitativa pues tiene como objetivo principal hacer una descripción de cualidades del fenómeno; el tipo de investigación cualitativa considerada es la investigación-acción porque permite trabajar con la problemática en dos momentos: el primero donde se estudia la relación entre el objeto de estudio y el contexto donde se desarrolla para describir cuidadosamente la problemática, identificar sus causas y consecuencias para su análisis para dar posibles soluciones; y, en un segundo momento, retomar los hallazgos para implementar un plan de acción que solucione, en medida de lo posible, la problemática (Mendoza, 2006).

Las técnicas de recopilación de datos son seleccionadas a partir de las necesidades y características de la población estudiada; en su diseño se toma en cuenta la información obtenida de la revisión bibliográfica, las observaciones y la práctica dentro del grupo. En esta ocasión se considera la entrevista, el cuestionario, la encuesta y la observación.

Para su diseño, la entrevista se dirige al docente frente a grupo, se conforma de preguntas abiertas para dar lugar al desenvolvimiento del experto y dejar un margen para indagar en aspectos que se considere relevante retomar en el trascurso del diálogo; la encuesta se dirige a los alumnos del grupo 6to. "A", el cuestionario trata temas relacionados con la experiencia de aprendizaje en la asignatura de matemáticas, así como las fortalezas y debilidades con el tema de las fracciones por parte del docente; el cuestionario está dirigido al maestro titular del grupo con la finalidad de obtener información sobre su práctica educativa en el área de matemáticas y las fracciones; y, la observación participante se realiza al momento de la clase principalmente; privilegiando las actitudes e interés de los alumnos ante la clase, el ambiente de aprendizaje y los recursos didácticos que utiliza el maestro. El diario de clase y listas de cotejo son los instrumentos utilizados para documentar las observaciones.

La escuela primaria Luis Donaldo Colosio Murrieta está ubicada en el centro del Fraccionamiento Valle del Pedregal, entre la carretera federal Mexicali-San Luis y Boulevard Lázaro Cárdenas en el área sureste de la ciudad. El fraccionamiento cuenta con todos los servicios públicos como pavimento, luz mercurial, agua potable, drenaje, recolección de basura, entre otros. Las características de las casas son muy particulares, son de interés social, por lo que son muy pequeñas y con poco espacio entre ellas; casi no tiene patio y las calles son muy angostas también.

Las personas que viven ahí, en su mayoría trabajan en fábricas y maquiladoras o se dedican al comercio informal. Su condición social es media baja, por comentarios de la maestra de grupo, la comunidad no apoya mucho a la escuela en cuestión de vigilancia o seguridad. El grupo de alumnos seleccionados cursan el sexto grado de educación primaria.

El grupo de 6to. "A", alumnos de 11 – 12 años, se compone de 35 alumnos donde 18 son mujeres y 17 son hombres. Es un grupo participativo e inquieto, se preocupa por cumplir con el trabajo y se muestra interesado durante la clase, pero se les dificulta realizarlo por sí mismos. En ocasiones les hace falta disposición para aprender y esfuerzo por comprender y aplicar lo que se está aplicando de manera autónoma. Asisten en forma regular a sus clases, generalmente cumplen con tareas.

A partir de la recolección de los datos en el trabajo de campo a través de la implementación de la encuesta a los alumnos, el cuestionario a la maestra frente a grupo, una entrevista a un docente externo y las observaciones obtenidas durante las clases se elaboraron tablas de tres entradas de cada uno de los instrumentos donde se concentró la información obtenida de los instrumentos de investigación de tipo empírico dando como resultado las siguientes categorías: 1) Pensamiento matemático: desequilibrio y significado en el mundo de las fracciones, 2) La comprensión es un rompecabezas para armar, y 3) ¿Qué estrategias y recursos didácticos son eficaces en el aprendizaje de las fracciones?

### **Algunas manifestaciones reales sobre el tema de estudio**

- Los fines de la educación consideran a las matemáticas como indispensables en la formación de habilidades para resolver problemas pues dentro de la sociedad; en este sentido las opiniones de los alumnos son que las matemáticas son importantes y útiles, pero también aceptan que se sienten confundidos, las consideran difíciles, complicadas incluso sentimientos de nerviosismo al estudiarlas.
- La idea es que los alumnos perciban las fracciones en su pensamiento con significado y comprendan su utilidad en situaciones reales, por se considera que actividades lúdicas y concretas son más eficaces a la hora de trabajar con las fracciones porque los alumnos involucran todos sus sentidos.
- De acuerdo con Aebli (2002) el conocimiento surge a partir de acciones que involucran la participación activa de los alumnos; por ejemplo, los alumnos consideran el trabajo en equipo provechoso para su aprendizaje, reciben ayuda y trabajan mejor, les da confianza en las tareas a realizar porque entre compañeros se pueden explicar y hacer un intercambio de experiencias, procedimientos y conclusiones.
- Las acciones que realizan los alumnos se deben guiar hacia la búsqueda de experiencias diversas y originales de aprendizaje que fomenten el interés y motivación investigar y reflexionar, para evitar la formación de ideas confusas y fragmentadas producto de la rigidez de los conceptos (Aebli, 2002). Los alumnos pierden el interés cuando los ejercicios se vuelven mecánicos y repetitivos.
- La comprensión es un proceso gradual y siempre respetando la actividad significativa relacionada con la realidad. Sánchez (2001) comenta que el aprendizaje de las fracciones debe su complejidad a su similitud con términos y símbolos propios de otros entes matemáticos como los números ordinales y los números naturales. Por ello, el diseño de estrategias debe resaltar estas diferencias en múltiples ocasiones para ir aclarando el pensamiento del alumno.
- La relación de la teoría con la práctica es fundamental para que el alumno contextualice el concepto de las fracciones.

- Flores (2006) sugiere establecer una secuencia lógica entre los temas para que durante su aplicación se estructure un pensamiento organizado, significativo y permanente, tomando en cuenta que la relación entre la teoría y la práctica es fundamental para que los alumnos contextualicen el concepto de fracción.
- Arrieta (2007) sostiene que el uso de material didáctico ayuda al alumno a aprender manipulando físicamente el objeto que aprende, y lo principal es que involucra todos sus sentidos permitiéndole asimilar con mayor facilidad el conocimiento ya que lo relaciona desde diferentes perspectivas haciendo su percepción más sensible y su conocimiento más duradero.

## Conclusiones

Como resultado de la presente investigación se concluye lo siguiente:

- El pensamiento matemático es un proceso de construcción, por lo que es necesario hacer un diseño didáctico que privilegie esta construcción gradual del conocimiento a través de propiciar experiencias significativas de práctica estratégica en la resolución de problemas.
- Diversificar las situaciones de aprendizaje es fundamental para que el alumno estructure su pensamiento matemático porque permite que el conocimiento previo y el nuevo se relacione, se comprenda y se aplique.
- Apoyar la clase de matemáticas con materiales y recursos didácticos para que los alumnos adquieran un aprendizaje significativo y más duradero.
- Diseñar y organizar la clase incluyendo estrategias y recursos didácticos estimula el interés y asimilación del conocimiento en los alumnos.
- Aunque los alumnos reconocen sus debilidades hacia el aprendizaje de las matemáticas y las fracciones, reconocen también la importancia de su compromiso como estudiantes en mejorar su actitud, trabajar en sus hábitos de estudio y el cumplimiento con trabajos y tareas.

## Bibliografía

Aebli, H. (2002). Doce formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la psicología. : España: Narcea

Alsina, A. (2009). Matemáticas en la educación infantil. En N. Planas y A. Alsina (coord.). Educación matemática y buenas prácticas. Barcelona: Grao.

Arrieta, M. (2006). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. Universidad del País Vasco. En: [www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/download/275/272](http://www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/download/275/272)

Carabús, O. (2004). Creatividad, actitudes y educación. Argentina: Biblos.

Corbalán, F. (2008). Las matemáticas de los no matemáticos. España: Grao.

Fernández, F. y Soriano, E. (1997) La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria. Una experiencia didáctica. Servicio de publicaciones: universidad de Murcia.

- Ferreiro, R. (2007). Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo: el constructivismo social, una nueva forma de enseñar. México, Ed. Trillas
- Flores, P. (2006) Didáctica de las matemáticas para programar clases en educación primaria. En Programación didáctica y del aula: de la teoría a la práctica docente. Coords. Ángel Greno Cano y Emilio Nieto López. España: UCLM
- Gairìn, J. (1990) Las actitudes en Educación. Un estudio sobre educación matemática, España: Editorial Boixureu
- Godino, J. (2003) Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Universidad de Granada, en: <http://www.matesup.ugal.es/modelos/articulos/fundamentos.pdf>
- Mendoza, R. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa. Diferencias y limitaciones. Perú: Piura. En: rudy\_mendoza2@yahoo.es
- Nieto, N. (2009). ¿Qué es matemática educativa? Culcyt, año 6, núm. 35. Noviembre-diciembre.
- Sánchez, M. (2001) Dificultades específicas en el aprendizaje de las fracciones. Estudio de caso. Implicaciones para la formación de maestros. En Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. España: MEC
- SEP (2011). Plan de estudio. Educación básica. 2011. México: SEP.
- SEP (2011) Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación básica. Primaria. Sexto grado. México :SEP
- Skemp, R. (1999). Psicología del aprendizaje de las matemáticas. España: Morata.
- Tirado, F. (2010) Psicología educativa para afrontar los desafíos del siglo XXI. México: Mc Graw Hill.