

## DOS SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN PROMOViendo EL USO DE SUS SIGNIFICADOS ASOCIADOS



Alejandra Sarahí Campos Ramos, Berenice Rodríguez Luna,  
 Carolina Carrillo García  
 alesahi@hotmail.com, nice\_5120@hotmail.com, cgcarolin@hotmail.com  
 Universidad Autónoma de Zacatecas  
 Avance de investigación  
 Nivel Básico

### Resumen

La experiencia docente brinda un panorama que permite identificar varios contenidos que representan verdaderos retos para los estudiantes, uno de éstos son las fracciones. A su vez, la investigación nos informa que uno de los principales problemas documentados son las múltiples nociones que este concepto posee. Inevitablemente esto se refleja en su didáctica, mediante una enseñanza fragmentada, dado que se presenta como probabilidad, razón, porcentaje, entre otras formas, presentando al concepto con una especie de destellos donde se adquieren las nociones referidas anteriormente. Es de nuestro interés atender los errores en los que inciden los estudiantes cuando se abordan contenidos que implican el uso de fracciones aportando propuestas de enseñanza que favorezcan el uso y relación de diversas nociones de este concepto.

**Palabras clave:** *Fracciones, concepto, polisemia-significados, uso.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La experiencia respecto a la enseñanza de las fracciones en la escuela secundaria indica que trabajar con los números racionales para los docentes representa un tema de gran complejidad en su tratamiento, además las fracciones constituyen una dificultad para los estudiantes, lo cual incide en la calidad de su aprendizaje.

En Matemática Educativa, se han realizado diversas investigaciones en diferentes niveles educativos que reconocen a los números racionales, su enseñanza y aprendizaje como un tema digno de estudio desde hace ya varias décadas. En los resultados reportados existe una convergencia en el sentido de la existencia de una polisemia de significados que envuelve al concepto de fracción.

Por otra parte, las tendencias de enseñanza y programación curricular suelen no relacionar conceptos y por ende entorpecer la asociación de significados. La enseñanza parece estar fragmentada, mostrando los contenidos de forma desgajada, y eso trae como consecuencia que los alumnos conciban los conocimientos como entes independientes y que no tienen relación. En el caso de las fracciones, la diversidad de significados incrementa su dificultad para el aprendizaje.

En este trabajo reportamos la síntesis de dos investigaciones en proceso, realizadas en torno al concepto de fracción, en las que se realizarán sendas propuestas didácticas. En ambas, partimos de la complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, apostamos a que la polisemia de significados es una cuestión fundamental en muchos de los errores cometidos por los estudiantes y proponemos dos formas de presentar este concepto en el nivel secundaria en dos contextos de enseñanza:

- Identificando mediante un análisis de contenido de los libros de texto más utilizados en Zacatecas las nociones de fracción más recurrentes, para a partir de ello diseñar e implementar una secuencia didáctica que conjunte varias de estas nociones analizando las interpretaciones y los usos que les dan los alumnos. Para esta propuesta nos auxiliaremos de materiales concretos.
- Enfocándonos en el caso particular de las Telesecundarias de Zacatecas, hacer un análisis de los materiales didácticos propuestos para la enseñanza de las fracciones, identificar las nociones de fracción más recurrentes y con base en ello diseñar y aplicar una secuencia didáctica.

En ambos casos, sostenemos que el diseño de secuencias de actividades como propuestas para la enseñanza de fracciones a nivel secundaria que presenten no sólo una noción de fracción (como quizá se esté programada en los planes y programas de estudio) ayudará a establecer una relación entre los significados referidos a las nociones de fracción, que ayudará a que los estudiantes comprendan las fracciones como un concepto integrado por varios significados: medida, cociente, operador, razón y parte todo, entre otros.

## 2. MARCO TEÓRICO

Para el desarrollo de las investigaciones será necesario recurrir a algunas teorías dentro del campo de la Matemática Educativa tales como: La Teoría de Situaciones Didácticas, Ingeniería Didáctica y la Teoría de Representaciones Semióticas. A continuación presentamos algunos de los pormenores de dichas teorías:

La **Teoría de Situaciones Didácticas** (TSD) surge al seno de la escuela francesa, encabezada por Guy Brousseau. Esta teoría sostiene que el estudiante aprende matemáticas mediante la conducción de actividades diseñadas en un medio en el que se propone resolver una situación problemática. Adopta un enfoque sistémico ya que considera a la didáctica de las matemáticas, como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos con objeto de optimizar los modelos de apropiación de este saber por el sujeto. (Brousseau, 1998, citado en Lezama, 2003).

El trabajo intelectual del alumno debe ser, en ciertos momentos, comparable a esta actividad científica. Saber matemáticas, no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer el momento de utilizarlos y aplicarlos. Sólo se hacen matemáticas cuando nos ocupamos de problemas, pero se olvida a veces que resolver un problema no es más que una parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrar soluciones. Una buena reproducción por el alumno de una actividad científica exigiría que intervenga, que formule, que pruebe, que construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura, que tome los que le son útiles, etc. Para hacer posible una actividad de este tipo, el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que ellos puedan vivir y en las cuales los conocimientos aparecerán como la solución óptima a los problemas propuestos, solución que el alumno puede descubrir. El profesor debe pues simular en su clase una micro sociedad científica. Todo lo anterior dentro de un contrato didáctico específico.

El término **Ingeniería Didáctica**, surge a principio de los años '80s, al seno de la didáctica francesa de la matemática. Según Douady (1995), una ingeniería didáctica es un *conjunto de*

*secuencias de clase, diseñadas, organizadas y articuladas coherentemente por un “profesor-ingeniero”, para lograr el aprendizaje de cierto conocimiento en un grupo de alumnos específico.*

La Ingeniería Didáctica, como metodología de investigación consta de cuatro fases: *Análisis preliminar, Diseño de una situación didáctica y su análisis a priori, Experimentación, Análisis a posteriori y validación* y es un instrumento metodológico para la enseñanza y para la investigación, que nos brinda la posibilidad de desarrollar una acción racional sobre el sistema educativo, pues intenta captar la complejidad del proceso de enseñanza aprendizaje en situación escolar. Como metodología de investigación, se caracteriza fundamentalmente porque sus productos son construidos a partir de un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza; y también porque se ubica en los registros de los estudios de caso y cuya validación es interna, es decir, basada entre la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori* (Artigue, 1995, citado en Cruz, 2008).

La **Teoría de Representaciones semióticas** es impulsada por Raymond Duval y se basa en la idea de que un conocimiento es aprendido cuando se pueden identificar momentos de un mismo objeto en distintas representaciones.

Algunos de los conceptos clave en esta teoría son los siguientes:

- *Representaciones semióticas*: Aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.).
- *Registro*: Medio de expresión y representación semiótica. Está constituido por signos: símbolos, íconos, trazos, etc.
- *Semiosis*: es la aprehensión o la producción de una representación semiótica.
- *Noesis*: actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la comprensión de una inferencia, etc.

Duval afirma que *sin noesis no hay semiosis*. Es decir, que para conseguir el aprendizaje de un concepto es necesario tener al menos una representación de él. Además según Duval (1993), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

- 1) La presencia de una representación identificable.
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada.
- 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

En estas investigaciones articularemos el diseño de secuencias didácticas utilizando en ellas diversas representaciones del concepto estudiado, las fracciones, en las que se integren varios de los significados que se han reportado en las investigaciones analizadas.

### 3. MÉTODO

Como mencionamos anteriormente, reportaremos conjuntamente dos investigaciones que tienen en común el objeto matemático (las fracciones) y la importancia dada a los múltiples significados reportados en las investigaciones analizadas. Aun cuando en ambas el propósito final es diseñar una secuencia didáctica y se parte de los mismos supuestos, los caminos recorridos serán diferentes y se describen someramente a continuación:

En la primera investigación referida en este escrito:

- Se realizará un análisis de contenido de los libros de texto de matemáticas de secundaria más utilizados en Zacatecas identificando las nociones de fracción más recurrentes y la forma en que éstas son presentadas.
- Se diseñará e implementará una secuencia didáctica que conjunte varias de estas nociones.
- Se analizarán las interpretaciones y los usos que les dan los alumnos al enfrentarse a la secuencia.
- Para esta propuesta nos auxiliaremos de materiales concretos.

En la segunda investigación:

- Se analizarán los libros de primaria y los libros de texto y materiales provistos para la enseñanza en las escuelas Telesecundarias de Zacatecas.
- Se diseñará e implementará una secuencia didáctica que conjunte estas nociones, atendiendo así a la fragmentación del aprendizaje del concepto.
- Trabajaremos con grupos de primero de secundaria de escuelas Telesecundaria.

Finalmente, a partir de los resultados obtenidos de la puesta en práctica se harán modificaciones y/u observaciones en las secuencias para su futura implementación.

### 4. RESULTADOS PARCIALES

Ambas investigaciones se encuentran en desarrollo. Por ello nos es imposible reportar resultados finales y/o conclusiones. Sin embargo, en esta presentación se expondrán a manera de resultados parciales los avances obtenidos al momento, comprendidos prioritariamente por los antecedentes de investigación. A continuación se presenta, de manera resumida, el análisis hecho de diversas investigaciones. Hemos querido resaltar el objetivo perseguido, la metodología implementada y los resultados a los que llegaron estos investigadores.

#### **Díaz, 1998. Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, razones y Proporciones.**

En este texto la autora propone varias sesiones a manera de reflexión docente, girando en torno principalmente a la reflexión sobre nuestras prácticas, ¿Cómo enseñamos fracciones, razones y proporciones? La metodología fueron entrevistas a profesores (primer grado nivel medio superior) de diferentes materias, para saber cómo enseñan fracciones. Entre los resultados tenemos que se debe abordar la fracción como contenido didáctico desde una perspectiva fenomenológica, algunos se refieren a la fracción como un megaconcepto.

**Block, D. (2001). Las fracciones de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico.**

El objetivo de este trabajo es dar respuesta a ¿Cómo se articulan los múltiples significados de las fracciones en un proceso de aprendizaje? y ¿Qué situaciones pueden favorecer su apropiación y su vinculación por parte de los alumnos? La metodología implementada fue un análisis en educación primaria, para lo cual recurre a una investigación de los problemas y el discurso escolar que se pone en evidencia en los libros de texto en este nivel educativo desde los años 60's. Entre sus conclusiones encontramos que los ciertos valores con respecto a la variable "tipo de magnitud" influyen de manera determinante en la forma de abordar los problemas.

**Flores, 2010. Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria.**

En este trabajo la autora se plantea la pregunta: ¿Cuáles son los significados asociados a la noción de fracción presentes en la escuela secundaria? Para dar respuesta realiza un análisis del discurso escolar (libros de texto de secundaria) en relación a las fracciones, para dar cuenta de los diversos significados que se han incorporado en la escuela secundaria. Obtiene que existen al menos entre 12 y 14 significados asociados a la noción de fracción.

**Peña, 2010. Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar.**

Este trabajo parte de la pregunta: ¿qué características debería tener una propuesta didáctica que busque resignificar el algoritmo para operar aditivamente con fracciones promoviendo la comprensión tanto del concepto como del propio algoritmo? Se realiza un análisis de las concepciones que tienen los estudiantes (con estudiantes de 11-12 años de una escuela municipal de educación básica en Santiago de Chile) acerca de la noción de fracción. Además hace una investigación histórica acerca del concepto y de su origen. Lo anterior para el diseño de una situación didáctica que permitiera un mejor acercamiento a la suma de fracciones por parte de los alumnos. Entre los resultados destaca que las dificultades que presentan los estudiantes son principalmente con la idea parte-todo en contextos en que las partes superan al todo, la existencia de fracciones mayores que un entero es un aspecto difícil de explicar.

**Gallardo y Saavedra, 2011. Significados de los números negativos fraccionarios en estudiantes de secundaria.**

Partiendo de la pregunta: ¿Qué significados de las fracciones positivas deben poseer los estudiantes que les permitan dotar a su vez, de significado y sentido a las fracciones negativas?, estos autores realizan un estudio en una Telesecundaria en el estado de Morelos, aplicando un cuestionario con 40 alumnos entre los 13 y 14 años. Entre los resultados obtenidos se encontró que los alumnos recurrieron a describir las fracciones vía el lenguaje natural para explicar sus resultados, además extendieron cuatro de los significados de las fracciones positivas identificados por Kieren (1983) en la resolución de las tareas planteadas.

**Díaz, 2011. Articulando prácticas para las fracciones con redes conceptuales.**

En este trabajo esta investigadora trata de explorar redes conceptuales socioconstructivas, estableciendo con su recurso una articulación de facetas de las fracciones que se enseñan en los niveles básico y secundario de la escolaridad obligatoria. La metodología implementada se basa en el marco del enfoque socioepistemológico, cuestionando al profesorado (de educación primaria y secundaria) acerca de qué es una fracción. Los resultados presentados nos dicen que se

asocia la fracción a la idea de “trozo”, de parte de un todo, cuya función principal es “repartir”. Muestra la necesidad de hacer concurrir al diseño y aplicación de secuencias y redes, el cambio de los contratos didácticos.

## 5. REFLEXIÓN

El análisis realizado nos muestra que la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales ha representado por varias décadas un tema de estudio que no ha encontrado una respuesta definitiva, única ni satisfactoria capaz de satisfacer las inquietudes de los docentes frente a grupo ni a los alumnos que se enfrentan al tema con cierto prejuicio. En los trabajos aquí presentados, vemos que se han realizado investigaciones en diferentes niveles educativos, donde todos convergen en sentido de la existencia de la polisemia de significados que envuelven al concepto de fracción para su enseñanza. Seguramente no existe un método infalible para su enseñanza y aprendizaje, sin embargo esta investigación pretende aportar mediante la investigación y con apoyo de las teorías propias de la Matemática Educativa, secuencias didácticas que apoyen a los docentes en su labor frente al tema y con los alumnos para una mejor apropiación del concepto.

## 6. REFERENCIAS

- Block, D. (2001). *Las fracciones de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico*. Tesis de doctorado no publicada. CINVESTAV-IPN, México.
- Cruz, E. (2008). *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática*. Tesis de maestría no publicada. CICATA- IPN, México.
- Díaz, L. (1998). *Módulo de Matemática: Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, Razones y Proporciones*. Publicación del Programa MECE/Educación Media Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación Ministerio de Educación República de Chile.
- Díaz, L. (2011). Articulando prácticas para las fracciones con redes conceptuales. *XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Universidad Metropolitana de Ciencia de la Educación. Chile.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (editor). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Una Empresa Docente*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (1993). *Un registro de representación semiótica de naturaleza. En registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Flores, R. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. Tesis de maestría no publicada. CICATA- IPN, México.
- Gallardo, A. y Saavedra, G. (2011). Significados de los números negativos fraccionarios en estudiantes de secundaria. En Marín, M., Fernández, G., Blanco, L. y Palarea, M.M. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 361-370). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Lezama J. (2003). *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas*. Tesis de doctorado no publicada. DME, Cinvestav-IPN, México.
- Peña, P. (2010). *Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar*. Tesis de maestría no publicada. CICATA- IPN, México.