

## PROPUESTA DIDÁCTICA CON FUNCIONES CUADRÁTICAS DE PROBLEMAS EN CONTEXTO A NIVEL SUPERIOR

María del Pilar Esquer Zárate, Alan Daniel Robles Aguilar, Saúl Ernesto Cosmes Aragón,  
Julio César Ansaldo Leyva

[pilar\\_esquerz@hotmail.com](mailto:pilar_esquerz@hotmail.com),

[alan.robles@itson.edu.mx](mailto:alan.robles@itson.edu.mx),

[saul.cosmes@itson.edu.mx](mailto:saul.cosmes@itson.edu.mx),

[julio.ansaldo@itson.edu.mx](mailto:julio.ansaldo@itson.edu.mx)

Instituto Tecnológico de Sonora

Reporte de Investigación

Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Superior

### RESUMEN

La construcción de los conceptos matemáticos depende estrechamente de la capacidad de transitar en sus registros de representación semiótica. El presente trabajo de investigación, parte de la problemática que presentan los estudiantes de Ingeniería para resolver problemas extramatemáticos de funciones cuadráticas mediante la conversión entre sus registros de representación. El estudio se realizó bajo el análisis cualitativo, con base en los aportes teóricos del autor Raymond Duval.

**PALABRAS CLAVES:** Registros de representación, función cuadrática, conversión, secuencia didáctica.

### INTRODUCCIÓN

Un aspecto fundamental en la formación de los estudiantes está en el aprendizaje de la matemática cuando ésta se relaciona con la necesidad de resolver problemas que se presentan en su contexto social. Es entonces cuando los estudiantes deben ver en la matemática la herramienta necesaria para buscar la solución a estas situaciones (Morales, 2001).

La experiencia en el campo educativo ha permitido observar que en las clases de matemática no se presta atención a la conversión entre las distintas representaciones de un objeto matemático (Rivera, 2009).

Tal es el caso de la función cuadrática, donde su enseñanza se enfoca únicamente en la conversión de su representación algebraica a tabular, y por último se pasa a su representación gráfica utilizando como recurso didáctico lápiz, papel y pizarrón.

Además se presentan dificultades en los estudiantes al resolver problemas de enunciado verbal que demandan interpretar y recodificar situaciones mediante el uso de lenguaje algebraico, es decir en las que el estudiante debe plantear ecuaciones cuadráticas. Otra dificultad es que los estudiantes no pueden interpretar situaciones representadas mediante el uso de funciones cuadráticas (Huapaya, 2012).

El contenido de una representación es diferente al de otra, y en lo que una se puede visualizar, en otra no, así que debido a lo anterior se consideró necesario desarrollar una serie de actividades

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

didácticas que ayudaran a los estudiantes a modelar y resolver problemas con el uso de funciones cuadráticas en contextos extra matemáticos.

En la propuesta de secuencia didáctica se promovió el uso del software matemático denominado Geogebra; procesador geométrico, algebraico interactivo, en el que pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas cónicas, etc., mediante el empleo del ratón, también es una herramienta que permite trabajar en un ambiente en el cuál el estudiante pueda construir su conocimiento.

El estudio de la función cuadrática es importante, ya que su utilización en la resolución de problemas se aplica en diferentes campos.

### MARCO TEÓRICO

Para seleccionar el marco teórico de la investigación se hizo una revisión bibliográfica, que permitió obtener información de soporte para la elaboración del trabajo, así como para conocer estudios existentes del tema. El marco teórico de la propuesta se sustenta en los aportes del autor Raymond Duval sobre los registros de representación semiótica, ya que sirvieron como apoyo al diseño, interpretación y análisis de las actividades didácticas.

El concepto de función es de gran trascendencia en el ámbito escolar, ya que en el mundo actual y especialmente en los medios de comunicación la mayor parte de la información sobre los fenómenos de cambio en las diferentes ramas se difunde por medio de tablas y gráficas, que son dos de las formas de expresar la relación funcional (García, 2013). Además, admite una gran variedad de diferentes registros de representación, los cuales son el gráfico, tabular, algebraico y el lenguaje natural (Álvarez, 2012).

Hoy en día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representación.

Duval (1996) afirma también que sólo por medio de las representaciones es posible una actividad sobre los objetos matemáticos y caracteriza a un sistema semiótico como un sistema de representación, el cual puede ser un registro de representación si permite tres actividades cognitivas, a saber:

*La formación* de un signo o un conjunto de signos perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado.

*El tratamiento* de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada

*La conversión* que es la transformación de la representación en otra de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial

### MÉTODO

Se contempló aplicar la secuencia didáctica a un grupo de 15 estudiantes de Ingeniería, de diferentes edades y sexo indistinto que cursaban la materia en el semestre Enero-Mayo 2014. Para ello se dispuso de un aula de cómputo donde cada estudiante tuvo una computadora con el software Geogebra instalado.

El tiempo de duración estimado para el estudio fue de cuatro sesiones de 50 minutos.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

La propuesta de secuencia didáctica constó de cuatro actividades diseñadas para estimular la solución a problemas significativos y de la vida real con el uso de tecnología para que el estudiante aprendiera el objeto matemático bajo estudio.

En las actividades se utilizaron hojas de trabajo y sólo en una de ellas fue necesario utilizar un archivo de Geogebra. En ellas se encontró el enunciado del problema según fuera el caso para cada actividad junto con las instrucciones que siguió el estudiante, el contenido comprendió desde preguntas abiertas, tablas, gráficas y espacios en blanco para que los estudiantes pudieran en su momento manipular, visualizar y con ello explicar y responder las preguntas.

Las actividades se crearon con el fin de que el estudiante descubra por sí solo los elementos, hicieran conjeturas, formularan conexiones y realizaran conversiones del mismo objeto matemático junto con la manipulación mediante el software Geogebra.

El proceso metodológico comprendió cuatro momentos los cuales se describen a continuación.

*Diseño de la propuesta didáctica.* La secuencia didáctica consta de cuatro hojas de trabajo y un archivo de Geogebra. En las hojas de trabajo se incluyen los objetivos, las instrucciones para los estudiantes, las preguntas de los ejercicios, gráficas, tablas y espacios donde ellos puedan realizar sus cálculos.

Como evidencia de las actividades, se muestra en la siguiente figura un extracto representativo de las hojas de trabajo de los estudiantes:

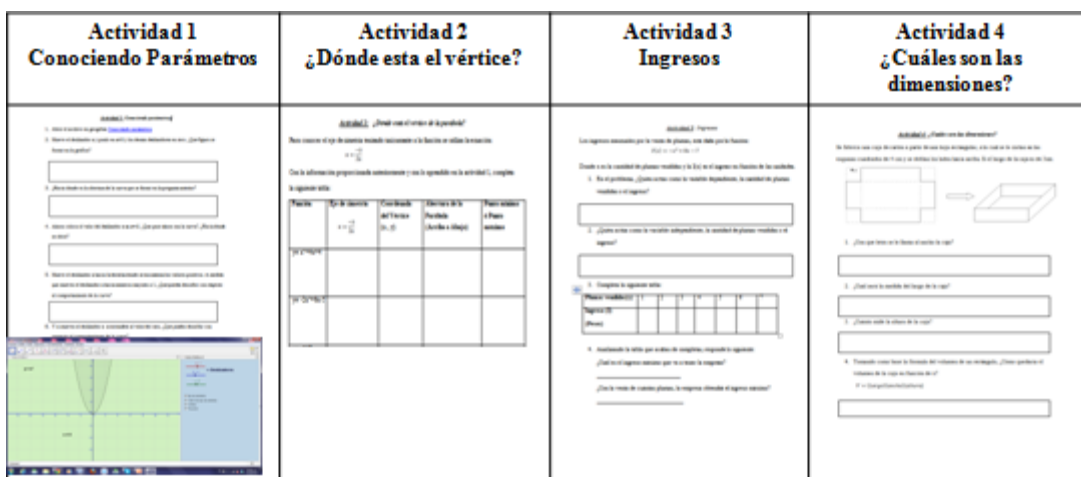


Figura 1. Extracto representativo de las actividades en la propuesta de secuencia didáctica

*Pilotaje.* La propuesta didáctica se aplicó a un grupo de la materia Fundamentos de Matemáticas para estudiantes de Ingeniería en el Instituto Tecnológico de Sonora, a cargo de la profesora, la cual tuvo como objetivo identificar errores en el diseño de las actividades y poder hacer mejoras y modificaciones para el producto final.

*Mejoras y/o modificaciones aplicadas después del pilotaje.* En la aplicación de las actividades durante la prueba piloto se identificaron errores en la redacción de las instrucciones y de las preguntas, incluso llegó a haber preguntas que se remplazaron por otras o desgloses de las mismas.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

*Organización de la información.* En esta parte se hizo un condensado de las respuestas dadas por los estudiantes y se presentó de manera detallada como parte de los resultados del trabajo final.

### RESULTADOS

#### Actividad 1

En la primera actividad se buscaba da un primer acercamiento al estudiante con la forma normal de la función cuadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , que identificara lo que era una parábola, y qué funcionamiento tenían los valores  $a$ ,  $b$  y  $c$  en la gráfica. Los estudiantes observaron el comportamiento que tomaba la parábola gráficamente, cuando se variaban los parámetros en números positivos y a negativos.

#### Actividad 2

En la actividad 2, se le pedía al estudiante que llenara una tabla, donde se proporcionaban diferentes funciones cuadráticas que él debía analizar para contestar la actividad. Los objetivos se mencionan a continuación:

- Identificar los parámetros de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- Usando la ecuación que se les proporciona para determinar el eje de simetría, encontrar las coordenadas del vértice.
- Indicar si la abertura de la parábola es hacia arriba o hacia abajo
- Identificar con base en la abertura si al vértice le corresponde el nombre de punto máximo o mínimo.

En la actividad se demostró que los 15 estudiantes aspirantes a una carrera de Ingeniería, lograron identificar sin problema alguno el valor de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , para poder terminar con la actividad, identificaron también el punto mínimo o máximo según la abertura de la parábola e hicieron las sustituciones adecuadas que les permitieran determinar el vértice. Se presentan a continuación imágenes con soluciones dadas por los estudiantes en la elaboración de la actividad.

Función	Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a}$	Coordenada del Vértice (x, y)	Abertura de la Parábola (Arriba o Abajo)	Punto mínimo ó Punto máximo
$y = x^2 + 4x + 4$	$x = \frac{-4}{2(1)}$ $x = -2$	$y = (-2)^2 + 4(-2) + 4$ $y = 4 - 8 + 4$ $y = 0$ $\boxed{x = -2}$ $\boxed{y = 0}$	Arriba	Punto mínimo
$y = -2x^2 + 6x - 5$	$x = \frac{-6}{2(-2)}$ $x = 1.5$	$y = -2(1.5)^2 + 6(1.5) - 5$ $y = -9 + 9 - 5$ $y = -5$ $\boxed{x = 1.5}$ $\boxed{y = -5}$	Abajo	Punto máximo

Figura 2. Resoluciones dadas por los estudiantes en la elaboración de la actividad 2

#### Actividad 3

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

En la actividad 3, se le planteó al estudiante un problema de ingresos, en el cual se intentó acercar al estudiante a un contexto extra-matemático, que derivaba el uso de funciones cuadráticas. El objetivo en general que se tenía con la actividad, era que el estudiante trabajara con los diferentes registros de representación haciendo conversiones entre los mismos, trabajando con un problema de aplicación. De manera general, se presentaron dos casos al momento de completar la tabla, donde los estudiantes no sustituyeron correctamente en la función, dándoles como resultado diferentes valores en la tabla y por consiguiente en la gráfica no lograron ver la parábola. A continuación se presenta una comparación de un alumno que sustituyó adecuadamente y el que tuvo errores con los signos:

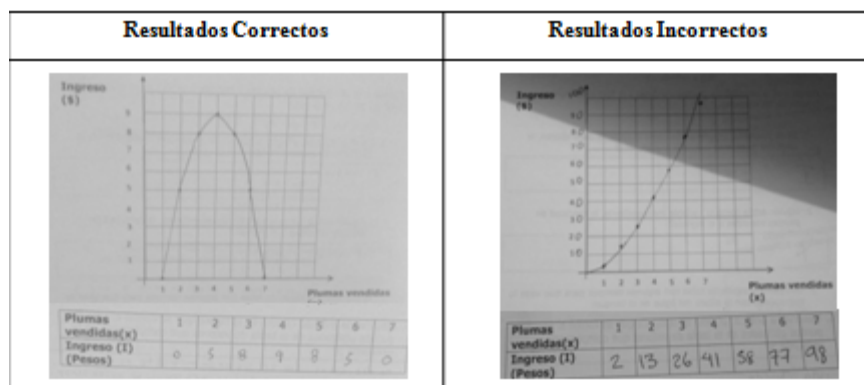


Figura 3. Caso de error en la representación algebraica

### Actividad 4

En la actividad 4, se le planteaba al estudiante un problema de optimización, en el cual se acercaba al estudiante a un contexto extra-matemático, que derivaba el uso de funciones cuadráticas. Los objetivos que se tenían en la actividad eran los siguientes:

- El estudiante construyera la función cuadrática a partir de los datos proporcionados en el problema.
- Resolviera ecuaciones cuadráticas.

Sólo un estudiante logró contestar por completo la actividad; las dificultades se presentaron al plantear la función y resolver las ecuaciones cuadráticas para dar con la solución del problema.

## CONCLUSIONES

La actividad uno y dos, tenían el propósito de familiarizar al estudiante con los parámetros que se manejan en el registro algebraico de las funciones cuadráticas, para que identificara el efecto que tenían cada uno de éstos en el plano cartesiano. En esta actividad, se usó el software Geogebra, para que el estudiante visualizara y observara los cambios en la gráfica y así resolviera cada una de las preguntas, elementos como el eje de simetría, vértice y las concavidades de las parábolas que se formaban. Los estudiantes cumplieron con el objetivo de la actividad, ya que la mayoría identificó la función de cada parámetro e identificó las coordenadas de los vértices de las diferentes parábolas que se le presentaron.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

La actividad tres y cuatro, tenían el propósito de acercar al estudiante al tema, mediante un problema de la vida cotidiana, en ambas actividades se planteaban distintas situaciones en contextos extra matemáticos. En la actividad 3 se llegó a la conclusión, que la mayoría de los estudiantes pudieron resolver cada una de las preguntas hechas, se cumplió con el objetivo de transitar del registro tabular al gráfico, además lograron identificar los elementos de la parábola, solamente hubo varios problemas al interpretar alguno de los resultados y otros estudiantes no pudieron identificar la diferencia entre función y ecuación cuadrática, por lo que se hizo una segunda versión, donde se analizaba un poco más y se volvía a promover el uso de tecnología.

La actividad cuatro no tuvo conclusiones favorables, ya que los estudiantes no lograron resolverla, por lo que se generó una segunda versión, utilizando también el software Geogebra y ayudando al estudiante con más preguntas guiadas a la solución del problema, esta versión no se experimentó debido al tiempo de la investigación.

Los resultados tal y como se reportaron en el capítulo anterior, fueron en casi todo favorables, cumpliendo con el objetivo del proyecto, el cual era desarrollar una serie de actividades didácticas que ayudaran a los estudiantes a modelar y resolver problemas con el uso de funciones cuadráticas en contextos matemáticos. El trabajar con diferentes registros de representación permite al estudiante desenvolverse en la construcción y análisis del objeto bajo estudio.

### REFERENCIAS

- Álvarez, R. (2012). *Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática*. (Tesis de Maestría Inédita). Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
- Duval, R. (1996). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en matemática educativa*. México: Grupo editorial Iberoamericana.
- García, J. (2013). *El concepto de función como una integración de los registros de representación*. (Tesis de Maestría inédita). Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias exactas. Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales Medellín.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria*. (Tesis de Maestría Inédita) Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Morales, M. (2001). *Propuesta didáctica: la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas de contexto*. (Tesis de Maestría inédita). Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Rivera, P. (2009). *Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional, desarrollada por estudiantes de II de Bachillerato de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio"*. (Tesis de Maestría inédita). Universidad Pedagógica Nacional "Francisco Morazán".