

## LOS PROCESOS COGNITIVOS PARA LA DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA ESCOLAR EN AMBIENTES DE GEOMETRÍA DINÁMICA

María del Carmen Fajardo Araujo

carmulita\_@hotmail.com

Universidad Autónoma de Querétaro

Avance de investigación

Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Básico- secundaria

### RESUMEN

La literatura en investigación en educación matemática reporta una serie de dificultades que los alumnos presentan al momento de enfrentarse a demostraciones matemáticas, así como razones por las que es importante insertar la demostración desde niveles básicos de escolaridad. Las tendencias de los interesados en la demostración, apuntan a usar herramientas distintas al lápiz y papel, como mediadoras para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta, concretamente nos referimos a diferentes tipos de software, el trabajo aquí presentado constituye una propuesta de investigación que ha de desarrollarse en el doctorado, la intencionalidad es conocer los procesos cognitivos que un alumno ejecuta mientras aborda demostraciones matemáticas escolares en micromundos.

**PALABRAS CLAVE:** Demostración, geometría dinámica, procesos cognitivos.

### INTRODUCCIÓN

La problemática que pretende abordar esta investigación se centra en la pregunta siguiente, que se enfoca en conocer aquellos procesos cognitivos que el alumno pone en acción al momento de demostrar, echando mano de herramientas tecnológicas; entonces la interrogante central se plantea como:

¿Cuáles son los procesos cognitivos que desarrolla un alumno al abordar una demostración con el uso de herramientas tecnológicas?

De esa cuestión se desprenden otras preguntas que complementarán el estudio:

¿Cómo evaluar los procesos cognitivos para saber si un alumno aprendió a demostrar?

¿Qué características debe tener el software para trabajar adecuadamente las actividades escolares que fomenten la demostración?

La necesidad de realizar un estudio sobre los procesos cognitivos que lleva a cabo un alumno para demostrar, viene apoyada de las exigencias sociales que son plasmadas en las Reformas Educativas que recientemente se han hecho para todos los niveles de escolaridad. De manera que los beneficios que tendría un individuo si se le instruye desde niveles básicos en la demostración, según Hanna (2009) trascenderían a niveles superiores en carreras donde hay alto contenido matemático. Otra razón para centrar el interés en la demostración en educación básica, se apoya de las recomendaciones a favor de esta de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que enfatizan incluir al razonamiento y la demostración como parte consistente de la experiencia matemática durante toda la escolaridad (Mathematics, 2000).

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Así por ejemplo, para educación secundaria se espera que los alumnos dentro del campo formativo de *pensamiento matemático*, usen el razonamiento como herramienta fundamental para la solución de problemas; que vayan del razonamiento intuitivo al deductivo, formulen y validen conjeturas, busquen argumentos para validar procedimientos y resultados, comuniquen, analicen e interpreten procedimientos de resolución (SEP, 2011); enfatizando explícitamente el razonamiento como una vía para alcanzar esos objetivos.

Debido a que el alumno de educación básica debe tener una formación integral e inclusiva que le permita ser parte de una *sociedad del conocimiento*, se acentúa la obligación de que los centros escolares utilicen herramientas digitales (*software*, plataformas de aprendizaje) para favorecer el aprendizaje, potenciando así las habilidades de los alumnos en este ámbito, y con ello ampliar sus oportunidades.

### MARCO TEÓRICO

La *Geometría Dinámica* es un término que refiere a la Geometría estudiada con herramientas computacionales, donde el usuario puede realizar construcciones geométricas y manipularlas con el ratón, para modificar su forma, sin perder las propiedades geométricas de los objetos involucrados (Larios, 2006).

Los ambientes de geometría dinámica permiten la precisión en las construcciones y mediciones, así como la capacidad de visualización de relaciones y propiedades geométricas. También la posibilidad de simulación y la creación de *micromundos*, que según Papert, 1982 (citado en Larios & González, 2012) son aquellos espacios interactivos de aprendizaje basados en computadora, donde el alumno se convierte en constructor activo de su propio aprendizaje. El *micromundo*, posee una serie de componentes que interactúan entre sí, dentro del campo de conocimiento:

- Componente técnico, que es la herramienta o *software* que se va a utilizar en el experimento de enseñanza.
- Componente pedagógico, incluye la planeación y las actividades que realizará el profesor, su función es dotar de sentido al uso del componente técnico, ya que estructura la investigación y la exploración de los conceptos a estudiar.
- Componente contextual, corresponde al ambiente social donde se llevará a cabo el *micromundo*.
- Componente del alumno, refiere al sujeto que aprende, visto desde lo cognitivo y lo afectivo

Dentro de las habilidades que los alumnos pueden desarrollar en ambientes de geometría dinámica Larios (2012) destaca que están las de observación de propiedades, la visualización de los objetos geométricos y de razonamiento deductivo, elementos que anteceden a la demostración.

Los instrumentos teóricos que este estudio empleará para el análisis de los datos obtenidos, se enmarcan en el llamado Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS) que ofrece un conjunto de “herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa que servirá para responder ¿qué ha ocurrido y por qué?” (Pochulu & Font, 2011), sugiere cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio:

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

- 1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas.
- 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
- 4) Identificación del sistema de normas y metanormas.
- 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Este estudio sólo tomará en cuenta, tentativamente, dos de los cinco niveles de análisis didáctico propuestos en el EOS, los cuales poseen características específicas para alcanzar los objetivos de esta investigación. Se describen brevemente los dos niveles a emplear.

**Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas:** Se analizan las prácticas matemáticas y los problemas de las que derivan estas. Este nivel necesita tomar en cuenta los sujetos involucrados y el contexto, ya que son aspectos que condicionan el resultado que se obtiene. Además se incluyen los fines, las intenciones, los valores, los objetos y los procesos matemáticos.

**Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos:** se centra en los objetos y procesos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel de análisis es describir la complejidad ontosemiótica de las prácticas matemáticas tomando en consideración la diversidad de objetos y procesos, así como las tipologías de unos y otros (Pochulu & Font, 2011). Para analizar los objetos matemáticos el EOS considera el uso de la configuración epistémica como herramienta para el análisis e incluye los componentes del conocimiento que son necesarios para resolver una determinada situación problema, como el lenguaje y los procesos matemáticos.

### MÉTODO

El proceder que seguirá este trabajo se expone de manera general, en lo concerniente al experimento de enseñanza, donde las actividades propuestas serán organizadas siguiendo la idea de la unidad cognitiva de los teoremas:

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas



Figura 1. Unidad Cognitiva de los Teoremas

Usando ese proceso, se hará un primer diseño del mismo, que habrá de aplicarse a un determinado grupo de alumnos de educación secundaria, concretamente de tercer grado, de secundarias públicas del estado de Querétaro. Este diseño inicial y su aplicación tienen la intencionalidad de mostrar posibles debilidades que alejen del objetivo central de la investigación. Una vez detectadas las carencias, se rediseñará el experimento de enseñanza y se aplicará nuevamente.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

### REFLEXIONES

No se han encontrado trabajos que den cuenta de aquellos procesos cognitivos que el alumno desarrolla en la demostración matemática escolar, para que lo que esta investigación arroje se pueda comparar, sin embargo hay una tesis, una propuesta y unos artículos que en conjunto ayudarán a guiar nuestro trabajo. Estudios como el de Camacho (2013) evidencian que estudiantes de nivel superior y posgrado, de carreras que tienen alto contenido matemático, manifiestan serios problemas de *transición* a las demostraciones, por el rigor y formalidad que son necesarios en estas. Camacho (2013) constata que si el alumno posee un buen manejo algorítmico de la matemática, esta es sólo una condición necesaria para que pueda leer y escribir una demostración. Además, manifiesta la carencia en los alumnos de habilidades *lógico metodológicas* para la demostración.

El trabajo de Mejía Ramos (2012) sobre plantear un modelo de evaluación para la comprensión de pruebas en estudiantes de nivel superior, constituye un avance importante, ya que hace una propuesta, aún no experimentada, sobre aquellos elementos que den cuenta de que un alumno de nivel superior comprendió o no la demostración.

Otro estudio que evidencia lo complejo que es la enseñanza y aprendizaje de la demostración, es el de Larios (2006), González y Larios (2012), quienes en ambientes de geometría dinámica proponen una serie de actividades, para estudiantes de nivel medio básico y medio superior, donde estos a través de un *software* específico en geometría dinámica (*Cabri*) y siguiendo la idea de la unidad cognitiva de los teoremas, sean capaces de elaborar y validar conjeturas, con el propósito de encaminarlos a la demostración.

El uso de un software de geometría dinámica puede servir para hacer conjeturas sobre objetos geométricos, específicamente estos pueden jugar el rol de mediador en la transición entre la argumentación y la prueba, a través de la función de “arrastre”, que abre nuevas rutas a los conocimientos teóricos dentro de un entorno concreto que sea significativo para los estudiantes (Hanna, 2009).

Para el caso de México en cuanto al uso de herramientas tecnológicas, particularmente en el caso de educación secundaria, el proyecto *Emat (Enseñanza de las matemáticas con tecnología)* da cuenta de la necesidad de incorporar a los escenarios escolares las *Tecnologías de la Información y Comunicación, TIC*, con el fin de ser un agente de cambio en las prácticas educativas y enriquecer el aprendizaje de los contenidos curriculares (Rojano, 2003).

Incorporar a las aulas las *Tecnologías de la Información y la Comunicación, TIC*, concierne a un asunto no sólo educativo, en cuanto a que el uso de herramientas digitales apoya el proceso de aprendizaje, sino también social, puesto que disminuye las desigualdades, y amplía las oportunidades de los alumnos para las competencias de la vida (SEP, 2011).

### REFERENCIAS

- CCH. (sin año). *Programa de estudios de Matemáticas. Semestres I a IV. PEA*. México: UNAM.
- Camacho, V. (2014). *Algunas dificultades para transitar entre un buen desempeño algorítmico y la demostración en el nivel superior*. México D.F.: DME, Cinvestav.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa* (Primera edición ed.). (E. Serna, Ed.) Barcelona, España: Editorial Gedisa, S. A.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

- Larios, V. (2006). *La influencia de la computadora como mediadora semiótica entre el conocimiento y el alumno: El caso de la Geometría*. Retrieved 03 de mayo de 2014 from Sociedad Mexicana de Computación en la Educación: [www.somece.org.mx](http://www.somece.org.mx)
- Larios, V., & Díaz-Barriga, A. (2013). *Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro*. Querétaro: UAQ.
- Larios, V., & González, N. (2010). Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa* , 147-160.
- Larios, V., & González, N. (2012). *Justificaciones en la Geometría Dinámica de Secundaria*. Alemania: Academia Española.
- Lewin, K. (1946). Action-Research and Minority Problems. *Journal of Social Issues*, 2 , pp. 34-46.
- Ávila, L. (2011). *La modelación en el entendimiento del concepto de función en estudiantes de bachillerato*. Puebla, México: Tesis para obtener el grado de maestría, sin publicar. UPAEP.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Educación Library. Kluwer Academic Publishers.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento*. Barcelona, España: Paidós.
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* , 5: 37-65.
- Flores, H. (2007). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante. *Acta scientiae vol. 9, num. 1* , pp. 28-40.
- Flores, H. (2007). *Prácticas Argumentativas y Esquemas de Argumentación en Profesores de Matemáticas del Bachillerato*. México: Tesis de doctorado con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN.
- Flores, H., & Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática. Vol. 21, no.2* , pp. 117-142.
- Font, M., Planas, N., & J.Godino. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje* , 89-105.
- Gómez, A. (2007). *Evaluación en actividades con uso de tecnología*. México: Tesis de maestría. Sin publicar. CICATA Legaria-IPN.
- Hanna, G. (10-15 de mayo de 2009). *International Commission on Mathematical instruction*. Retrieved 28 de abril de 2014 from ICMI 19: [www.mathunion.org](http://www.mathunion.org)
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics* , 5-23.
- Mathematics, N. C. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. EEUU: NCTM.
- Mejía, J. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics* , 3-18.

## 10. Tecnologías y recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

- Plan de Estudios. (2011). *Secretaría de Educación Pública*. Retrieved 6 de Junio de 2014 from <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/secundaria/plan/MatematicasSec11.pdf>
- PLAN DE ESTUDIOS. (2011). *Secretaría de Educación Pública*. Retrieved 6 de Junio de 2014 from <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/secundaria/plan/MatematicasSec11.pdf>
- Rojano, T. (2003). *Página personal de la Dra. Teresa Rojano*. Retrieved 03 de mayo de 2014 from [ww.teresarojano.net](http://ww.teresarojano.net)
- SEAM. (2011). *Aprender Matemática, Haciendo Matemática: La evaluación en el aula*. México: Producto del SEAM, sin publicación.
- SEP. (2011). *Planes de Estudios 2011*. México D.F.: Sep.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society, The development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

