

## COMPRENSIÓN DEL DOCENTE DE PRIMARIA DE LA COMBINATORIA

Miriam Natividad Ramos Hernández, Elika Suguey Maldonado Mejía, José Marcos López Mojica

miriam.rever99@gmail.com, elikamm@gmail.com, mojjicajm@gmail.com

Universidad Autónoma de Guerrero, Universidad de Colima

Avance de investigación

Didáctica de la Estadística y la Probabilidad/Profesionalización docente en matemáticas

Básico (Primaria)

### RESUMEN

En el presente escrito se reportan los avances de una investigación que tiene como objeto de estudio caracterizar la comprensión del docente de educación primaria de la combinatoria, siendo esta una de las diez ideas fundamentales que Heitele (1975) propone para un currículo en espiral. Se pretende establecer un marco de referencia que favorezca la capacitación y actualización docente con el diseño e implementación de estrategias de enseñanza de temas de combinatoria, así como de proporcionar al docente elementos que permitan la mejora de su práctica respecto de este contenido.

**PALABRAS CLAVE:** comprensión, docente, educación primaria, combinatoria.

### INTRODUCCIÓN

A fin de mejorar la educación en México se han modificado las reformas educativas tanto en el enfoque de enseñanza, como en contenido. De manera particular, desde hace más de 25 años que se ha intentado introducir en el currículo de la enseñanza temas de la probabilidad, la estadística y la combinatoria, pues según Steinbring (1990) la incorporación de estos temas permitirían vincular la matemática escolar con los intereses de los estudiantes por medio de aplicaciones significativas, además de que los cálculos requeridos para la estadística en los niveles básicos de enseñanza no son para nada difíciles.

Una de las razones que según Rade (1968, citado en Steinbring, 1990) demoró el proceso de inclusión de la Probabilidad y la estadística en el currículo, es el hecho de que los profesores no contaban con material adecuado para la enseñanza de este tipo de contenido. Lo anterior puede ocasionar que el tratamiento de la probabilidad y la estadística en el aula se oriente a promover un pensamiento determinista, el cual limita la capacidad del individuo en la toma de decisiones respecto de todas las posibilidades de las que dispone en una situación dada, lo que recae precisamente en el estudio de la *combinatoria*.

Kapur (1970, en Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, 1996) muestra algunas razones que justifican la enseñanza de la combinatoria desde los niveles básicos:

- ✓ Dado que la combinatoria no depende del cálculo, es posible plantear problemas que se adecuen a cualquier nivel.
- ✓ Puede ser utilizada para entrenar a los estudiantes en la enumeración, elaboración de conjeturas, generalización, etc.



## 4. Didáctica de la Estadística y la Probabilidad

- ✓ Ayuda el desarrollo de conceptos como: relaciones de orden y equivalencia, función, muestra, conjunto, subconjunto, producto cartesiano, etc.
- ✓ Pueden presentarse aplicaciones de diferentes campos científicos (Química, Biología, Física, **Probabilidad**, Grafos)

Otra de las importantes razones para la enseñanza de la combinatoria en el sistema escolar es que permite al estudiante dotar de significado a otros conceptos matemáticos (Heitele, 1975; Ojeda, 2006). En ese sentido, Rivera (2013) informa que uno de los elementos de la combinatoria que deberían ser tratados en el aula por los estudiantes de primaria es el *principio multiplicativo*; sin embargo, el docente de ese nivel educativo orienta su enseñanza a situaciones que contribuyen a darle sentido a la multiplicación, cuando es ésta la que adquiere un significado diferente del tradicional cuando es usada en la combinatoria.

Por otra parte, los cambios en los planes y programas de estudio no repercuten sólo en modificaciones para el estudiante, sino que también existe el reto de *fortalecer la capacitación y actualización permanente del profesor, así como reconocer y estimular la calidad del docente, entendida esta como su preparación para enseñar* (Plan de estudios, 2011, p. 15). No obstante investigaciones como la de Inzunza y Guzmán (2011) señalan que la probabilidad es un área complicada para los profesores, particularmente la aplicación de la regla del producto de probabilidades, la suma de probabilidades y la interpretación de probabilidades desde un enfoque frecuencial. Los autores argumentan que, en su mayoría los profesores muestran un débil razonamiento combinatorio, siendo este de gran importancia para el razonamiento probabilístico.

El presente documento se deriva de un trabajo de investigación de maestría que se interesa en la problemática de la enseñanza de la combinatoria en el nivel básico. Consideramos como parte importante del problema el papel del docente, quien tiene la responsabilidad de desarrollar competencias en los alumnos para que se enfrenten al tratamiento de situaciones de incertidumbre. El reto es aún mayor en los niveles básicos de educación, pues además iniciar el estudio de las nociones estadísticas y de probabilidad a un nivel intuitivo, se ha de familiarizar al estudiante con este tipo de situaciones; tratando de que éste entienda su entorno con sus propios medios, lo que le va a permitir, en niveles educativos posteriores, comprender la complejidad lingüística de la probabilidad y los modelos probabilísticos formales.

Por lo anterior, el trabajo de investigación se interesa por los conocimientos que muestran los docentes de primaria acerca de la combinatoria y cómo es que éstos impactan en su práctica docente. Se pretende con ello establecer un marco de referencia para favorecer una propuesta de actualización docente con el diseño e implementación de estrategias de enseñanza de temas de combinatoria. La pregunta de investigación que se planteó es ¿Qué conocimientos muestra el docente de primaria sobre combinatoria y cómo es que tales conocimientos son llevados al aula?

### ELEMENTOS TEÓRICOS

Heitele (1975) propone diez ideas fundamentales para un currículo en espiral; es decir, partir de un plano intuitivo y arribar a un plano formal teniendo a las ideas fundamentales como guía. Y las define como aquellas que proporcionan al individuo *modelos explicativos en cada etapa de su desarrollo, que son tan eficientes como es posible y que se distinguen en los distintos niveles cognoscitivos no de manera estructural, sino sólo en su forma lingüística y niveles de elaboración* (Heitele, 1975, p. 3).



## 4. Didáctica de la Estadística y la Probabilidad

Una de esas diez ideas fundamentales, y la de nuestro interés, es la **combinatoria**, la cual no puede considerarse sólo como una herramienta auxiliar de la probabilidad, ya que es ésta la que proporciona una explicación clara de la estructura de los experimentos aleatorios; siendo a través de estos que se pueden definir las operaciones combinatorias (extracción con o sin reemplazo, ordenada o no ordenada), las cuales son básicas para la comprensión de los fenómenos de azar y por tanto necesarias para el desarrollo de un pensamiento formal que opere mediante combinaciones de las posibilidades de las que dispone (Heitele, 1975).

La **combinatoria** se entiende como la enumeración de todas las formas posibles en que un número de elementos pueden ser organizados satisfaciendo condiciones dadas sin perder algún resultado posible (Cameron, 1994 en Rivera, 2013). Se pueden distinguir tres maneras de llevar a cabo tales arreglos; **permutaciones**, consideradas como los distintos arreglos que se pueden formar de tal manera que cada arreglo esté compuesto de los  $n$  elementos del conjunto y difiriendo entre ellos sólo en el orden de colocación. El número de permutaciones de  $n$  elementos es:  $P_n = n!$ . **Variaciones**; de las que se puede diferenciar entre **variaciones sin repetición** y **variaciones con repetición**. Las primeras son los distintos arreglos de elementos tomados de  $k$  en  $k$ , que se pueden formar con los  $n$  elementos ( $n > k$ ) de tal forma que en cada arreglo entren  $k$  elementos distintos y que un grupo se diferencie de los demás, bien en alguno de sus elementos o en su orden de colocación. El número de variaciones sin repetición que pueden formarse en un conjunto de  $n$  elementos está dado por:  $V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$ . Mientras que las variaciones con repetición son arreglos en los que pueden repetirse los elementos, y el número de ellos está dado por:  $V_{n,k} = n^k$ . **Combinaciones**, las cuales van a ser entendidas como arreglos no ordenados tomando  $k$  de los  $n$  elementos y difiriendo entre ellos por al menos un elemento de los que los conforman. El número de combinaciones posibles de  $n$  elementos tomados  $k$  a la vez es:  $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ .

Respecto del conocimiento del profesor se consideran las ideas propuestas por Shulman (2005), quien propone que existe un conocimiento base para la enseñanza, entendido esto como “*un conjunto codificado de conocimiento, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva*” (p. 5) y un medio para representarlo y comunicarlo.

Tal conjunto de conocimientos debe incluir: Conocimiento del contenido, conocimiento didáctico general, conocimiento del currículo, conocimiento didáctico del profesor, conocimiento de los alumnos y sus características, conocimiento de los contextos educativos y, conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

Es claro que los tipos de conocimiento antes mencionado tienen una estrecha relación, sin embargo para efectos de este trabajo nos centraremos específicamente en el conocimiento didáctico del contenido (CDC). Pues este “*representa una mezcla entre materia y pedagogía por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses de los alumnos y se exponen para su enseñanza. Es la categoría que permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área de saber y la comprensión del pedagogo*” (Shulman, 2005, pág. 11). Y Surge por la necesidad de profesionalizar al docente, de conjugar el conocimiento del contenido con el conocimiento pedagógico, entre otras importantes razones. Por ello es que los componentes del CDC atienden: el conocimiento de contenido de la disciplina a enseñar, conocimiento de la didáctica específica y el conocimiento del estudiante, pues si bien es importante tener conocimiento de lo que se va a enseñar, es igualmente importante saber cómo enseñarlo, pues de esto depende en gran medida el

facilitar o complicar el proceso de aprendizaje para los estudiantes, específicamente en este caso, de la combinatoria.

Steinbring (1990) propone cuatro niveles de meta-conocimiento, que caracterizan; además, la capacitación de los docentes en servicio:

a) El conocimiento estocástico en relación a su nivel personal, el cual hace referencia a la reflexión respecto del conocimiento matemático del docente; es decir, ligado a nuestra investigación respondería a la pregunta ¿qué sabe el docente de combinatoria?

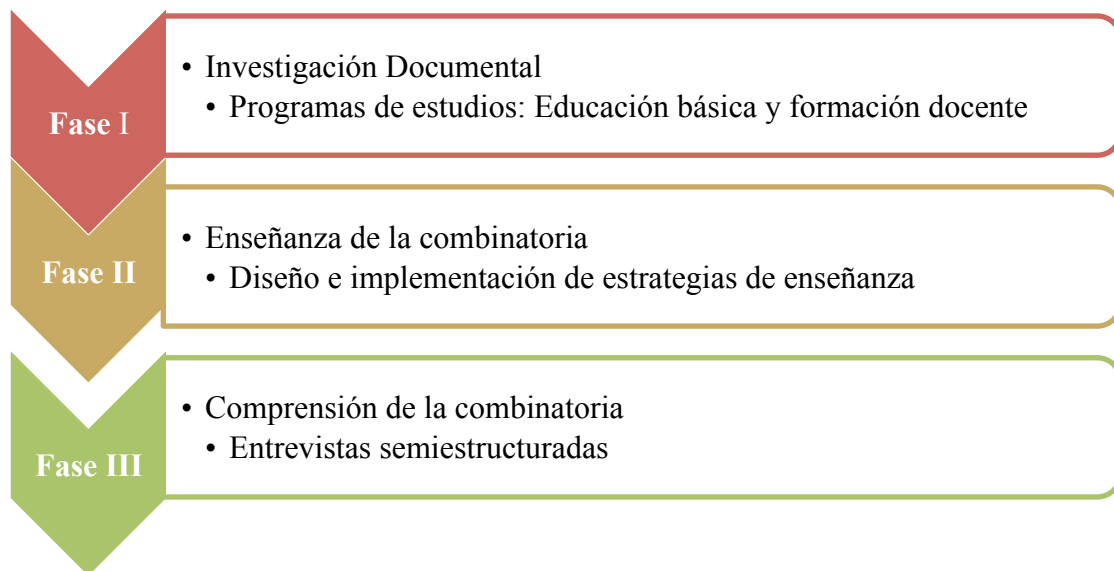
b) El nivel didáctico; es decir, qué sabe el docente de la propuesta curricular

c) El nivel de enseñanza, hace referencia a cómo es que lo propuesto institucionalmente es llevado al aula por el docente, qué propone para llevar a cabo tal acción.

d) El nivel de aprendizaje se refiere a la reflexión respecto de las tareas, tipos de representación, lenguaje, etc. que el docente propone para lograr en el estudiante un aprendizaje.

### EL PROCESO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación de tipo cualitativa, se desarrollará en tres fases (véase la Figura 1). La primera Fase tiene como fin documentarse sobre el estado de la combinatoria en el nivel educativo de primaria. La segunda Fase se interesa por el diseño e implementación de estrategias de enseñanza que revelen el conocimiento de la combinatoria de los docentes de primaria. La tercera Fase profundizará en la comprensión de la combinatoria de los docentes pro medio de entrevistas individuales semiestructuradas.



**Fig**

**ura 1. Proceso de la investigación**

Las acciones que se desarrollaran durante la investigación son las siguientes:

- ✓ Revisión de los Planes y Programas vigentes de Educación Básica, específicamente del nivel primaria. Esto con el fin de identificar en ellos la propuesta de enseñanza para la combinatoria.

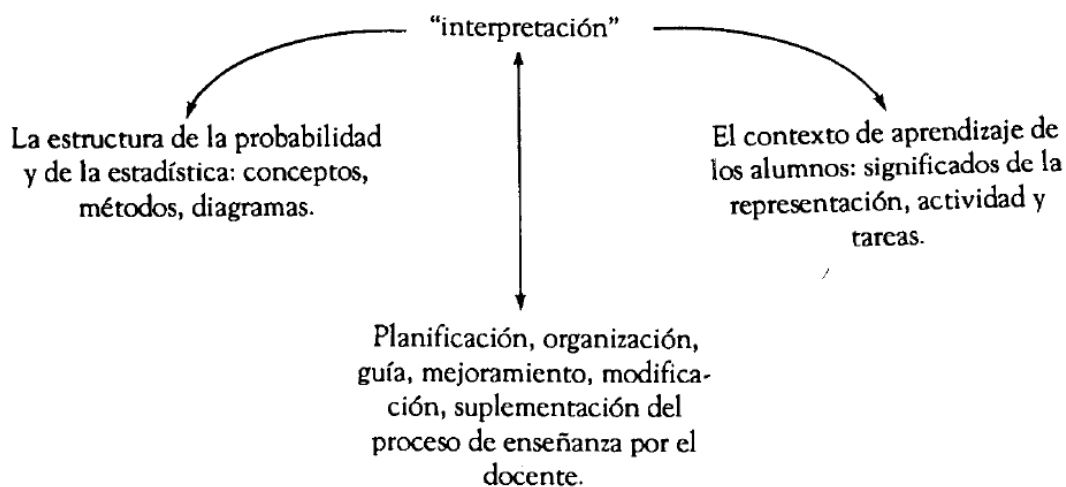
## 4. Didáctica de la Estadística y la Probabilidad

- ✓ Revisión del Plan de Estudios de la licenciatura en Educación Primaria. La revisión se hará del plan anterior al vigente dado que los profesores que se encuentran actualmente en servicio, y que representan la población de estudio, fueron formados bajo los lineamientos de ese plan. El propósito de ello es identificar el contenido que sobre probabilidad y combinatoria se plantea para la formación de profesores. Posteriormente, se revisará el plan vigente a fin de hacer una comparación con el plan anterior, considerando que si están cambiando las reformas educativas para la formación del estudiante, debieran entonces cambiar también los programas de formación para el profesor.

El análisis de los programas de estudio de nivel educativo básico primario seguirá los criterios de análisis derivados de la célula de análisis de la enseñanza propuestos por Ojeda (2006):

- Ideas fundamentales de la estadística
  - Otros conceptos matemáticos, aritméticos por ejemplo
  - Recursos semióticos empleados para organizar y tratar datos (tablas, figuras, gráficas, simbología matemática, lengua natural)
  - Términos utilizados para la referencia a ideas fundamentales de estadística
  - Tipos de situaciones planteadas para el estudio de las ideas fundamentales.
- ✓ La revisión de los planes y programas conducirá al diseño de una serie de actividades que permita indagar el conocimiento sobre combinatoria tiene el profesor de primaria.
  - ✓ Propuesta de diseño y puesta en práctica de una estrategia de enseñanza para combinatoria por parte de los profesores.

Las ideas que se seguirán para el diseño de la propuesta son las que Heinz Steinbring propone en su artículo *La interacción entre la práctica de la enseñanza y las concepciones teóricas*; las cuales consideran, en primera instancia, que la estructura de la probabilidad y estadística gira en torno a la terna: parte matemática, alumno y profesor, cuya relación se muestra en la siguiente figura (Figura 2), lo que va a permitir analizar el concepto matemático de tal manera que se pueda interpretar para llevarlo a la matemática escolar:



**Figura 2. Interrelación de los tres niveles epistemológicos del conocimiento estadístico**

Fuente: Steinbring (1990), p. 211

## 4. Didáctica de la Estadística y la Probabilidad

- ✓ Análisis de la propuesta de diseño de enseñanza y su implementación.
- ✓ Se realizarán entrevistas semiestructuradas a los docentes en servicio. El objetivo es profundizar sobre la comprensión del contenido y enseñanza de la combinatoria.

### REFLEXIONES

La investigación se encuentra en proceso con la revisión de las propuestas institucionales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en la educación básica, sin embargo se pretende que de los resultados obtenidos se deriven acciones que favorezcan la capacitación y actualización del docente de primaria, considerando que hay otros aspectos; además del conocimiento matemático, que son necesarios para un buen desempeño del docente en el aula, como lo es la reflexión sobre su propio conocimiento (matemático, didáctico, respecto del estudiante, etc.), sobre sus procesos cognitivos y sus estrategias. Todo esto a fin de lograr una mejora en su práctica para la enseñanza especial de este contenido.

### REFERENCIAS

- Heitele, D. (1975). *An epistemological view on fundamental stochastic ideas*. Educational Studies in Mathematics, núm 6, pp. 187-205.
- Inzunza, S. y Guzmán, M. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación Matemática*, vol. 23, núm. 1, pp. 63-95.
- Maldonado, J. y Ojeda, A. (). Ideas fundamentales de estadística en Educación Primaria: Una perspectiva epistemológica. Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/43%20Maldonado.pdf>
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años (257-281)*. México: Santillana.
- Rivera, M. (2013). *Elementos de la combinatoria en la Educación Primaria*. Tesis de Maestría no publicado. Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- SEP (2011). Plan de estudios. Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública, México.
- Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza. Fundamentos de la nueva reforma. . *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*. Vol. 9 N° 2. Universidad de Granada – España. Recuperado el 9 de febrero de 2009, en <http://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART2.pdf>
- Steinbring, H. (1990). *La interacción entre la práctica de la enseñanza y las concepciones teóricas*. En R. Morris (Ed). Estudios en Educación Matemática. La enseñanza de la estadística (209-220). Francia: UNESCO (1990).