

Análisis a priori de una situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial a estudiantes de las carreras de humanidades, en el nivel superior

Elizabeth Advíncula Clemente ¹

Resumen

En este trabajo de investigación, se aborda la función exponencial debido a la dificultad que presentan los alumnos para entender su noción y comportamiento, tanto en forma gráfica como analítica.

Se busca determinar qué situación didáctica se podría diseñar para enseñar la función exponencial a estudiantes de las carreras de humanidades del nivel superior, de manera que participen en la construcción de dicho conocimiento. Se propone una secuencia didáctica para enseñar la función exponencial a estudiantes de las carreras de humanidades del nivel superior de manera que la interacción entre profesor, alumno y situación didáctica les permita construir el concepto de la función exponencial.

El problema de investigación

En este trabajo de investigación, se aborda la función exponencial debido a la dificultad que presentan los alumnos para entender su noción y comportamiento, tanto en forma gráfica como analítica, como lo señala Laura Rivera (2009).

Asimismo, Edison de Faria Campos (1997) menciona tres dificultades que tienen los estudiantes para construir la noción de la función exponencial: dificultades para elevar números a distintas potencias y en ocasiones dificultad para interpretar el significado de esas operaciones, dificultades para interpretar la naturaleza y estructura en la función exponencial (estructura creciente, forma de crecimiento y la justificación del trazo

¹ Pontificia Universidad Católica del Perú-Perú

continuo de su representación gráfica), y dificultades para relacionarla con la función logarítmica.

Ante esta problemática, Marcela Ferrari (2001) menciona la necesidad de proponer una alternativa de enseñanza que permita que los estudiantes participen en la construcción de su conocimiento a partir de situaciones que los acerque a algunas aplicaciones de esta función.

Así también, Lezama (1999) menciona la necesidad de proponer una situación didáctica, que le permita al alumno dotar, de un significado propio y útil, al conocimiento que se desea impartir así como percatarse de que el conocimiento adquirido pueda ser utilizado en la resolución de otros problemas, no solo dentro del campo de las Matemáticas sino también en algunos fenómenos observables, con tasas de crecimiento o decrecimiento constantes, tales como fenómenos vinculados con la Economía, la Medicina, la Química, la Física, entre otros.

Así, el problema de investigación de este trabajo responde a las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué situación didáctica se podría diseñar para enseñar la función exponencial a estudiantes de las carreras de humanidades del nivel superior, de manera que participen en la construcción de dicho conocimiento?
- ¿Qué secuencia didáctica se recomienda seguir para enseñar la función exponencial a estudiantes de las carreras de humanidades del nivel superior de manera que la interacción entre profesor, alumno y situación didáctica les permita construir el concepto de la función exponencial?

Marco teórico

El marco teórico de esta investigación se basa en la Teoría de las situaciones didácticas, establecida en Francia por Guy Brousseau a fines del siglo XX y concebida en una hipótesis sobre la construcción del significado de una noción.

Para Brousseau (2000), una situación didáctica es un conjunto de relaciones entre el saber matemático, el profesor y el alumno.

Es decir, esta teoría estudia la naturaleza de los fenómenos que ocurren dentro del aula durante el proceso de enseñanza aprendizaje de un contenido matemático, tomando en cuenta los conocimientos impartidos, la forma en la cual se enseñan, la forma mediante la cual aprenden los alumnos y las posibles restricciones bajo las cuales se llevan a cabo.

Según la teoría de las situaciones didácticas, el alumno aprende adaptándose a un medio, que es factor de contradicciones, de dificultades y de desequilibrio. El saber adquirido, producto de la adaptación del alumno, se manifiesta cuando este se apropia del conocimiento (Brousseau, 1986).

En la teoría de las situaciones didácticas Brousseau establece que en el proceso de enseñanza se requiere de la participación activa del alumno, quien ha de manifestar una respuesta al interactuar con un objeto de conocimiento. También, manifiesta que la devolución se da en la comunicación entre profesor y alumno frente a un objeto de conocimiento, en ambos sentidos. Así, la devolución es el acto mediante el cual es el profesor le devuelve al alumno la responsabilidad de su propio aprendizaje, le delega la exploración, la búsqueda, la necesidad de hallar respuestas y de avanzar de manera tal que esto sea aceptado quizás sin ser percibido por el mismo. A su vez, el alumno al involucrarse con el problema, devuelve al profesor el papel de mediador entre los saberes sociales y los producidos en el aula, produciéndose así, el proceso de aprendizaje de ambos (Ferrari, 2001).

Las fases de las situaciones didácticas son: 1) Fase de acción, se relaciona con el medio, que favorecen el surgimiento de teorías implícitas que después funcionarán en la clase como modelos, 2) Fase de formulación, en la que se favorece la adquisición de modelos y lenguajes explícitos, 3) Fase de validación, en la que se requiere de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto explicaciones de las teorías relacionadas, con medios que subyacen en los procesos de demostración, 4) Fase de institucionalización, que tienen por finalidad establecer y dar un status oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase.

En esta investigación, la situación didáctica propuesta tiene por finalidad proponer las condiciones necesarias para que los alumnos puedan producir y aprender los conocimientos relacionados con la función exponencial.

Metodología

Se empleará como metodología de investigación la Ingeniería didáctica, que se caracteriza por construir sus productos a partir de un esquema experimental apoyado en realizaciones didácticas en clase, en base a la concepción, realización, observación y análisis de situaciones de enseñanza; considerando que la validación es interna y se fundamenta en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori (Artigue, 1995).

Las fases de la metodología de la Ingeniería didáctica son cuatro: 1) la fase de análisis preliminar, 2) la fase de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, 3) la fase de experimentación; y finalmente, 4) la fase de análisis a posteriori y validación.

Este trabajo comprenderá las dos primeras fases de la Ingeniería didáctica, pues tiene por objetivo el diseño de una situación didáctica; es decir, incluirá el análisis preliminar para el diseño de una situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, y el análisis a priori, a partir de la interacción entre el saber matemático (función exponencial), el profesor y el alumno.

Algunos ejemplos y análisis de resultados

A continuación mostramos a modo de ejemplos los resultados del análisis de dos preguntas, 1b) y 2a) de la situación didáctica propuesta. Este análisis se basa en la información recogida al aplicar en aula la situación didáctica propuesta, con dos grupos de estudiantes de las carreras de humanidades del curso Matemáticas en el semestre 2009.2, en Estudios Generales Letras, Pontificia Universidad Católica del Perú. En cada grupo había 64 alumnos.

Situación 1

Miguel, hace dos meses, presentó síntomas de gripe y fue a una consulta con el doctor para que le dé algún tratamiento. Debido a las noticias sobre la propagación del virus de la influenza, el doctor le recomendó quedarse en observación. Luego de unas horas, le indico el siguiente tratamiento: tomar una dosis oral de 75 mg de Oseltamivir, un antiviral selectivo contra el virus de la influenza, dos veces al día durante 5 días.

Si la vida media del Oseltamivir es de 8 horas, entendiendo que la vida media de un medicamento es la cantidad de tiempo necesaria para que la mitad de la cantidad de medicamento ingerido sea eliminada del torrente sanguíneo, y Miguel solo ha tomado la primera dosis, responda las siguientes preguntas:

- a) Complete la siguiente tabla calculando, en primer lugar, la variación de la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas y, posteriormente, la variación porcentual de dicho medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas. Anote sus resultados utilizando tres decimales.

Intervalo de tiempo $[t_i; t_f]$	Cantidad inicial C_i	Cantidad final C_f	Variación = $C_f - C_i$	Variación porcentual = $\frac{C_f - C_i}{C_i} \times 100\%$
$[0; 8]$				
$[8; 16]$				
$[16; 24]$				

A partir de los resultados obtenidos en la tabla anterior, responda lo siguiente:

- b1) ¿Cuál es la variación de la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas? ¿Esta variación es constante?
- b2) ¿Cuál es la variación porcentual de la cantidad del medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas? ¿Esta variación porcentual es constante?

Análisis de resultados

- Una minoría de parejas no entendió el concepto de vida media y obtuvo resultados incorrectos para la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas, llegando a obtener una variación constante de la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas y una variación porcentual variable cada 8 horas.
- La mayoría de parejas entendió el concepto de vida media y completó la tabla correctamente. Lo que les permitió concluir, posteriormente, que la variación de la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas era variable, pero que la variación porcentual del medicamento en el organismo de Miguel cada 8 horas era constante.
- La mayoría de parejas logro establecer la diferencia entre variación y variación porcentual.

Situación 2

Considerando que Miguel solo ha tomado la primera dosis de Oseltamivir y que la variación porcentual del medicamento en su organismo a lo largo del tiempo es constante, responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántos miligramos de Oseltamivir permanecerán en el organismo de Miguel después de 1, 2, 3 y 4 horas de haberlo ingerido?

Anote sus resultados en la siguiente tabla, utilizando tres decimales:

Tiempo t (en horas)	Cantidad de medicamento en el organismo después de t horas (en mg)
0	75
1	
2	
3	
4	

Análisis de resultados

- La mayoría de grupos, no consideró el dato sobre la variación porcentual constante a lo largo del tiempo. Algunos, consideraron variación constante a pesar de que no era dato y obtuvieron resultados incorrectos para la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada hora, llegando a obtener una variación constante de la cantidad de medicamento en el organismo de Miguel cada hora y una variación porcentual variable de medicamento cada hora.
- Algunos de los grupos que consideraron que la variación porcentual era constante a lo largo del tiempo utilizaron como estrategia formar una progresión geométrica, para indicar la variación porcentual constante de la cantidad de medicamento que quedaba en la sangre después de cada hora. Luego, calculaban el valor de la razón de la progresión y completaban la tabla correctamente. Otros grupos, utilizaron como estrategia la variación porcentual para indicar la cantidad de medicamento que quedaba en la sangre de Miguel de hora en hora hasta las 8 horas para lograr una ecuación y así poder completar la tabla.

Referencias bibliográficas

Artigue, M., Douady, R. y Moreno, L. (1998). Ingeniería didáctica en educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica

Brousseau, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques.

Brousseau, G. (2000) Ecuación y didáctica de las Matemáticas. Revista de Educación Matemática 12. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. México: Editorial SEP.

De Faria, E. (2006). Ingeniería didáctica. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 1, Número 2. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, Universidad de Costa Rica. Asociación de Matemática Educativa.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y evolución de la relación con el conocimiento. En Pedro Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. México: Una empresa docente, Grupo Editorial Iberoamérica.

Ferrari, M. (2001). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo. Tesis de Maestría no publicada, Área de educación superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN, México.

Lezama, J. (1999). Un estudio de reproducibilidad: El caso de la función exponencial. Tesis de Maestría no publicada. Área de Educación superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN, México.

Rivera, L. (2009). Ingeniería didáctica de la función exponencial. Recuperado el 20 de agosto de 2009, de http://www.itesm.mx/va/dide2/enc_innov/3er08/memorias/pdfs/laura_rivera_01.pdf.