

Formación de maestros: “conocimiento matemático para la enseñanza”

José Wilde Cisneros
Universidad de Antioquia
jose.cisneros@udea.edu.co

Resumen: En este taller se discute sobre el conocimiento matemático para la enseñanza, que pone en juego el profesor durante el proceso educativo; se plantean algunas tareas matemáticas en diferentes contextos. Se presenta la fundamentación teórica de tareas vinculadas con el modelo del “conocimiento matemático para la enseñanza” (MKT) propuesto por Ball (2005) y colaboradores. Se aplica el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT), en las categorías del Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) y el Conocimiento Especializado (CSK). Se propone una herramienta de análisis epistémico para identificar conocimientos presentes en las tareas asociadas a diferentes contextos.

Palabras clave: Conocimiento matemático para la enseñanza, formación de maestros, análisis epistémico, instrumentos (artefactos).

Contextualización

Las tareas que promuevan un aprendizaje significativo en los estudiantes desde el punto de vista matemático, constituye uno de los propósitos a los que se enfrenta el maestro desde su formación inicial y durante su práctica profesional. A partir de determinada tarea, siempre pueden formular otras diferentes y contextualizadas que, generalmente el maestro diseña o escoge (de libros de texto) y actúa en función del desarrollo de la clase y la respuesta de los estudiantes.

El foco de interés en este taller se ubica en el “conocimiento matemático para la enseñanza” que debe tener un maestro, el conocimiento que dispone para la enseñanza de las matemáticas. Se pretende determinar atributos que manifiestan los maestros a partir de las tareas en el aula, con la intención de profundizar sobre el conocimiento para la enseñanza que es específico del profesor de matemáticas.

Durante el taller se pretende argumentar y debatir los conocimientos que debe tener un maestro para la enseñanza de temas relacionados con diferentes contextos matemáticos y a la vez, poner en juego el tipo de conocimiento del maestro para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. De igual forma, emplear una herramienta para el análisis didáctico - matemático (Godino, Rivas, Castro & Konic, 2008; Castro, Godino & Rivas, 2011) que contribuye al cuestionamiento de los conocimientos del maestro durante la enseñanza de temas específicos.

Marco teórico

Conocimiento matemático para la enseñanza

El concepto de conocimiento matemático para la enseñanza emerge de los sistemas de práctica docente, en el ámbito matemático, y en la caracterización de las tareas que realizan los profesores. Tareas que

implican el conocimiento de ideas matemáticas, habilidades del razonamiento y reflexiones sobre la naturaleza de la competencia matemática (Ball, Hill & Bass 2005).

El estudio del conocimiento que deben tener los maestros que enseñan matemáticas ha sido un asunto de reflexión, dirigido a la forma de qué debe ser aprendido y cómo será aprendido por los estudiantes. Durante estos procesos reflexivos intervienen las creencias de los docentes, algunas fundamentaciones teóricas y otras formas de pensamiento que, interactúan con las condiciones socioculturales para llevar a cabo acciones que se formalizan finalmente en el aula (Salazar, 2005). Investigadores como (Shulman, 1986-1987; Ball y colaboradores, 2001-2004-2008; Godino y colaboradores, 2007-2009-2011) han propuesto, desde diversas perspectivas epistemológicas del conocimiento matemático y de la educación matemática, diferentes modelos que han permitido describir, explicar, valorar y guiar el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Shulman (1986–1987) considera que debe existir un conocimiento base para la enseñanza, conocimiento que debe orientar el quehacer del docente en el aula: conocimiento del contenido, conocimiento didáctico general, conocimiento del currículo, conocimiento de los alumnos, conocimiento de los aspectos teleológicos y el conocimiento pedagógico del contenido (PCK).

A partir de estas categorías, investigadores como Ball (2000); Ball, Lubienski y Mewborn (2001) introdujeron la noción de “conocimiento matemático para la enseñanza” (MKT). Hill, Ball, y Schilling (2008) definen este conocimiento como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno” (p.374). Es un conjunto de conocimientos del contenido, del currículo y la pedagogía necesarios para llevar a cabo el proceso de enseñanza de las matemáticas. Es aquel conocimiento que caracteriza al maestro que enseña matemáticas “Tal conocimiento no es algo que tendría un matemático como virtud por haber estudiado matemáticas avanzadas... más bien es un conocimiento especial para la enseñanza de las matemáticas”. (Ball et al., 2001, p. 448)

En la investigación (Hill et al., 2005) sobre la influencia del conocimiento matemático la enseñanza, en el desempeño de los estudiantes, se afirma que “el conocimiento del contenido juega un papel fundamental incluso en la enseñanza de contenidos matemáticas” (p. 399). La manifestación de éstos conocimientos, pueden evidenciarse en la manera como los estudiantes abordan tareas en diferentes contextos matemáticos, así como en los conocimientos requeridos por el maestro en los diferentes procesos de enseñanza.

Durante el desarrollo de este taller el foco de atención se ubica en la naturaleza del conocimiento matemático necesario para enseñar y cómo éste ayuda en el proceso enseñanza, estableciendo una base práctica en el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT), que se define como “una clase de conocimiento profesional de las matemáticas diferente del exigido en otras ocupaciones matemáticas (por ejemplo, física, contabilidad)” (Ball et al., 2005, p. 17)

Ball et al., (2005) establecen dos categorías del Conocimiento Matemático para la Enseñanza: el Conocimiento del Contenido y Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK); en la primera categoría se ubican, Conocimiento Común del Contenido (CCK), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), y Conocimiento en el Horizonte Matemático. En la segunda categoría se ubican tres tipos de conocimiento: el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT), y el Conocimiento del Currículo; en la Figura 1 se aprecia estas categorías de conocimiento.

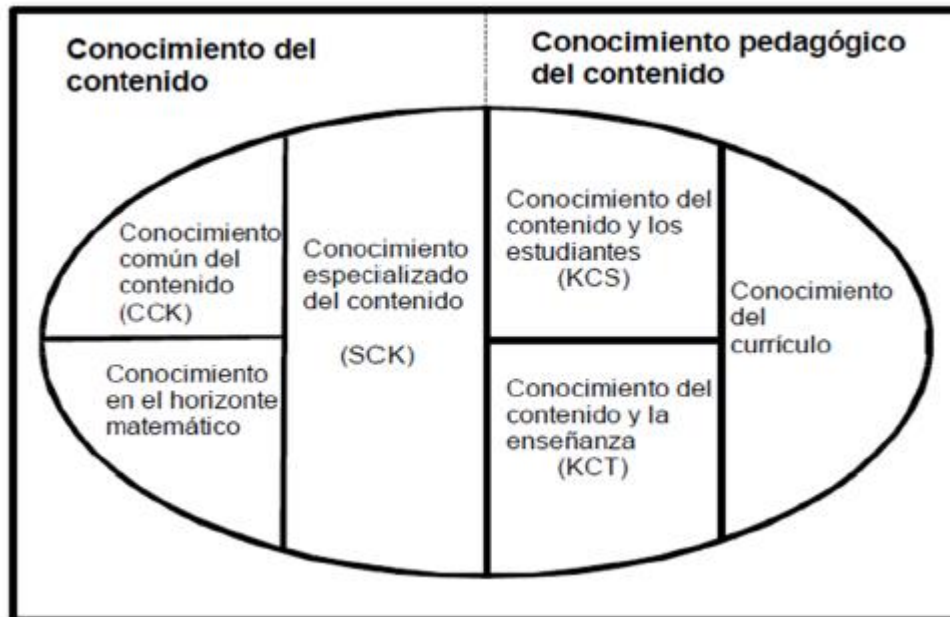


Figura 1. Conocimiento matemático para la enseñanza MKT (Hill et al., 2008, p. 377).

Sobre las competencias

Las tareas buscan articular el conocimiento matemático para enseñar a saber: (1) conocimiento común del contenido, el cual involucra el conocimiento matemático del currículo escolar; (2) conocimiento especializado del contenido utilizado por el profesor en la enseñanza; (3) conocimiento del contenido y de los estudiantes en su interacción del conocimiento matemático y el conocimiento acerca de los alumnos. (Ball, Thames y Phelps, 2008; Hill, Ball y Schilling, 2008).

Las revelaciones de estas formas de conocimiento se verán reflejadas al indagar sobre las competencias exhibidas por el grupo de maestros que participan en el taller, donde se propone articular las categorías del conocimiento matemático para la enseñanza y conectarlas con la propuesta de Godino et al., (2008) y Castro et al., (2011), los cuales proponen una herramienta de análisis epistémico de las tareas, basada en el modelo “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007), conocida como Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) y a partir de su uso, se focalizan tres objetivos: El primero, referente al conocimiento didáctico específico, por cuanto permite explorar objetos y significados puestos en escena en la solución de una tarea; el segundo, identificar posibles conflictos de significado y predecir dificultades y errores que podrían surgir en las soluciones que los estudiantes brindarían a la tarea, y el tercero, explorar cómo el uso de las entidades primarias permite predecir e identificar conflictos potenciales.

Sobre la actividad

Desde la perspectiva del desarrollo del conocimiento didáctico-matemático (Godino, 2009; Hill, Ball y Schilling, 2008) se considera que la preparación de una actividad matemática con fines instruccionales no solamente debe considerar la ‘solución matemática’ sino un conjunto de posibles conflictos y modos de abordarlos.

Se referencia la actividad como un proceso social, realizado por un sujeto, que de manera sistemática conduce a la transformación activa de la realidad. Es decir, la actividad está en relación al conjunto de acciones organizadas, estructuradas, orientadas y dirigidas socialmente con el objetivo de alcanzar un fin (Leontiev, 1978).

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, los estudiantes y los docentes utilizan signos y artefactos (símbolos matemáticos, gráficos, palabras, gestos, calculadoras, etc.) para llevar a cabo la actividad escolar. Tales signos y artefactos se denominan medios semióticos de objetivación, éstos son entendidos como los objetos, instrumentos, artefactos, recursos lingüísticos y signos que las personas intencionalmente usan en la construcción social de significados con el fin de lograr una forma estable de conciencia, hacer evidentes sus intenciones y desplegar acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades (Radford, 2006).

El uso de los artefactos escogidos por el profesor propicia el desarrollo del conocimiento en contextos socioculturales en tanto que “...en las prácticas socioculturales debe buscarse las condiciones de posibilidades de saber” (Radford 2013, p.5).

Metodología

Con la finalidad de explorar las competencias que exhiben los maestros para identificar y analizar tareas asociadas, el taller se realizará en dos momentos. El primer momento se propone analizar y resolver tres problemas que involucran diferentes contextos matemáticos, se incluye una posible solución comentada del problema. Se formulan cuestionamientos sobre los conocimientos requeridos por el maestro para su enseñanza. El segundo momento, se ponen en cuestión las categorías del conocimiento del maestro, en torno a las soluciones dadas por los participantes, además, se propone el análisis de Castro et al., (2011), el cual incluye:

[...] la identificación de objetos matemáticos o entidades primarias referidas, puestas en juego en la solución del problema, agrupadas en los siguientes tipos: elementos lingüísticos (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas), conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición), procedimientos (técnicas, operaciones, algoritmos), propiedades (enunciados para las cuales se requiere una justificación o prueba) y argumentos (justificaciones, demostraciones, o pruebas de las proposiciones usadas). Así mismo, para cada una de estas entidades se identifican posibles conflictos de significado que podrían surgir durante la actividad de resolución del problema. p. 77

Taller

El taller consta de los siguientes problemas o tareas:

Problema 1

Una caja de detergente tiene una capacidad de 60 copas y recomienda para las máquinas lavadoras utilizar $1\frac{1}{5}$ de taza por lavada. ¿Cuántas lavadas pueden realizarse con una caja de ese detergente?

Problema 2

Observa la siguiente secuencia

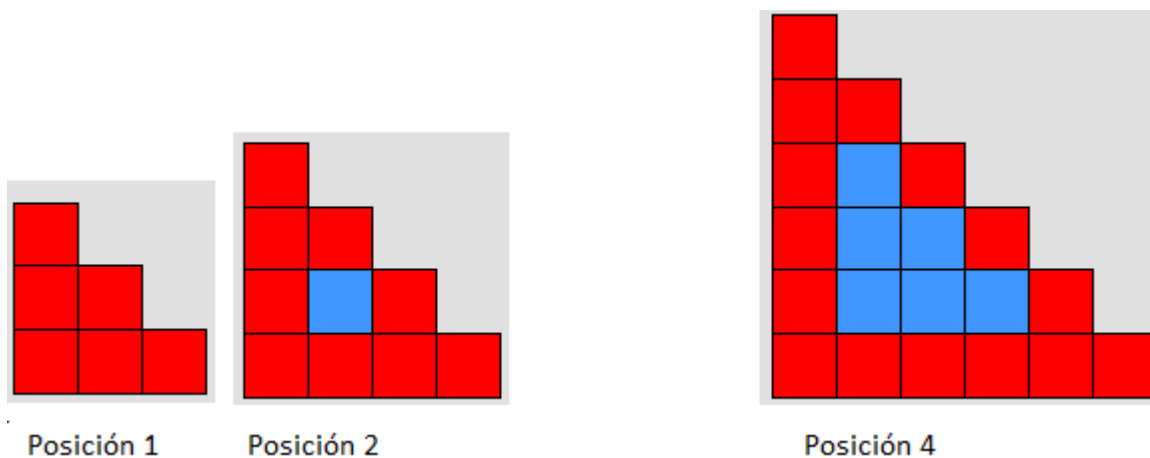


Figura 2. Secuencia de cuadrados.

- Determine la cantidad de cuadrados azules y rojos que hay en las posiciones 3 y 7. ¿Cómo encontrar el número de cuadrados azules y rojos en cada posición?
- ¿Existe alguna relación entre la posición y la cantidad de cuadrados rojos? Explique su respuesta.
- ¿Existe alguna relación entre la posición de la figura y la cantidad de cuadrados azules? Explique su respuesta.
- Si en la figura de la posición 6 hay 15 cuadrados blancos ¿Cuántos cuadrados azules habrá?
- ¿Cuál posición tendrá 20 cuadrados azules? Explique su razonamiento.
- ¿Cómo determinar la cantidad de cuadrados azules y blancos en cualquier posición?

Tabla. Número de cuadrados según posición.

	Posi. 1	Posi. 2	Posi. 3	Posi. 4	Posi. 8	Posi. 20	...	Posi. n
N° Cuadrados azules			12					
N° Cuadrados rojos		1		6				
Total de cuadrados		10	15					

- g. En la posición 2, el número de cuadrados se puede expresar como $1+2+3 = 6$ cuadrados, ¿cómo se puede expresar el número de cuadrados de la posición 1, de la posición 3, de la posición 5, y de posiciones posteriores?
- h. ¿Cuántos cuadrados tiene la posición 16? ¿Cómo encontró la cantidad de cuadrados?
- i. ¿Qué estrategia se puede utilizar para expresar el número de cuadrados conociendo la posición? Justifique su respuesta.

Problema 3

El siguiente problema se soluciona con los siguientes materiales, los cuales tienen las siguientes áreas:

- Cuadrado amarillo: 1 cm^2 cada uno (unidad).
- Rectángulo verde: $b \text{ cm}^2$ cada uno.
- Cuadrado azul: $b^2 \text{ cm}^2$.
- Rectángulo rojo: $a \text{ cm}^2$ cada uno.
- Cuadrado de color naranja: $a^2 \text{ cm}^2$.

Problema 3.1

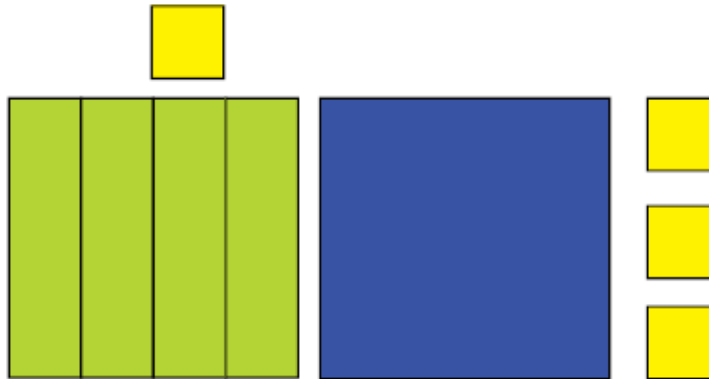


Figura 3. Propiedad distributiva: $(a+b)^2$

Con los materiales anteriores se puede “representar” una expresión algebraica como $b^2 + 4b + 4$.
Construye un rectángulo o un cuadrado con todos los artefactos anteriores y calcula su área.

Problema 3.2.

Con los siguientes artefactos, construye una expresión algebraica

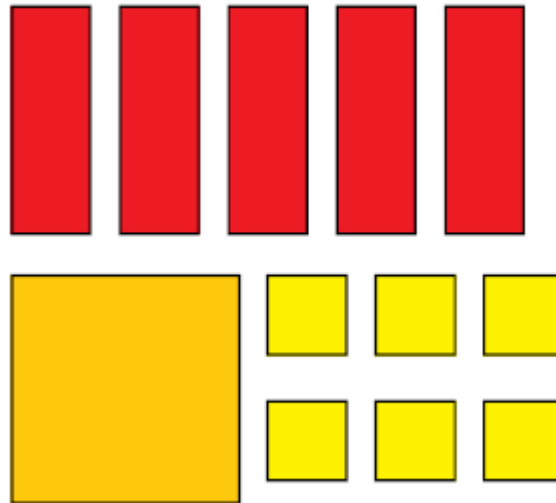


Figura 4. Propiedad distributiva: $x^2 + b x + c$

Construye un rectángulo o un cuadrado con los materiales anteriores y calcule su área.

Conclusiones

Durante las discusiones y análisis que se proponen en el taller, se espera que el maestro reflexione no solo sobre el conocimiento del contenido, sino sobre los conocimientos que se requieren para la enseñanza. Se espera que los maestros, logren reconocer la complejidad del entramado de conocimientos que se requieren para la planeación y desarrollo de las tareas matemáticas para la enseñanza de temas específicos.

En las situaciones en las que el profesor de matemáticas lleva a cabo su tarea al aula con situaciones contextualizadas, la integración entre conocimiento matemático y conocimiento pedagógico del contenido debe ser cada vez más evidente. Así, el maestro de matemáticas debería considerar la "forma" en que la matemática es comunicada a los alumnos a través de las tareas que elige.

Los estudiantes pueden presentar dificultades en el aprendizaje, debido a la complejidad del conocimiento matemático, y a la instrucción que presentan las actividades de aprendizaje que se les proponen, para evitar tales dificultades, se le sugiere al maestro efectuar un análisis epistémico y de reconocimiento de conflictos, empleando la fundamentación propuesta en el EOS (Godino et al., 2002, 2009) y la herramienta GROS (castro et al., 2011). Los conflictos de significado pueden relacionar las tres categorías de conocimiento matemático para la enseñanza: Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) y el Conocimiento Especializado (CSK).

Referencias Bibliográficas

Ball, D., Hill, H. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: ¿Who know mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-46.

- Ball D., Thames M. & Phelps G. (2008): *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?*. Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.
- Castro, F., Godino, J. & Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores. *Revista Unión*, 3,73-88.
- Godino, J., Rivas, M., Castro, W. & Konic, P. (2008). Epistemic and cognitive analysis of an arithmetic-algebraic problem solution. In *ICME 11*. Morelia: ICME.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática (Unión 20)*, 13-31.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches. En *Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. (Versión ampliada en español disponible en <http://www.ugr.es/local/jgodino>)
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Leontiev, A. (1978). *Actividad, conciencia, personalidad*. Ediciones Ciencias del Hombre.
- Radford, L (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 7-21, 103-129.
- Radford, L (2013). Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Salazar, S. (2005). El conocimiento pedagógico del contenido como categoría de estudio en la formación docente. *Revista Actualidades investigativas en educación* 5(2).