

**COLEGIO DE NUESTRA SEÑORA DEL BUEN CONSEJO**

**TEMÁTICA**  
**MODELOS MATEMÁTICOS Y PEDAGÓGICOS EN CIENCIAS FORMALES**

**TÍTULO**  
**Una relación geométrica a partir de los rompecabezas**  
**Ponencia**

**NOMBRE: Ismelda García Pinzón**

**DOMICILIO: Calle 15c No 97<sup>a</sup>-39**

**TELEFONO: 4154400      300-5701171**

**[ismeldaehud@gmail.com](mailto:ismeldaehud@gmail.com)**

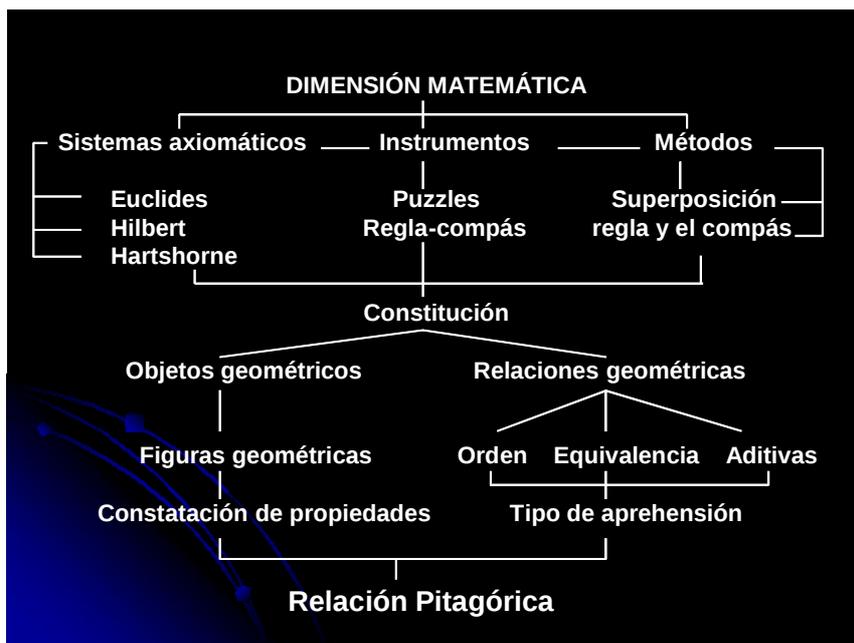
## RESUMEN

La enseñanza de los conceptos matemáticos ha enfatizado en la transmisión de definiciones establecidas, acudiendo por necesidad a la memorización y mecanización de las mismas por ejemplo, el primer acercamiento que se tiene con el tan famoso “Teorema de Pitágoras” es su fórmula, sin espacio al menos de hacer una reflexión de lo que en este lenguaje verbal y representación simbólica se está diciendo ya que, no se brinda al estudiante una situación que le exija razonar, conjeturar y argumentar. Es así, como la búsqueda de los aspectos didácticos básicos requeridos para el diseño de una secuencia de actividades que propicie la formulación geométrica de la relación pitagórica se cristaliza en el marco teórico referido, bajo la ejecución de las fases preliminares y a priori correspondientes a la ingeniería didáctica.

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En la fase de análisis preliminar se buscó ilustrar la relación entre aspectos concernientes a la dimensión de orden matemático y aspectos concernientes a la dimensión de orden de gestión en el aula referidos al estudio de la fundamentación didáctica que corresponde a la didáctica de la geometría euclidiana en torno al Teorema de Pitágoras. Comprender que no sólo el enfoque disciplinar permite capturar los elementos requeridos para el diseño de una secuencia de actividades encaminadas al propósito establecido, sino que también es necesario considerar otros componentes que hacen parte del contexto de interacción tejido por los individuos encargados de desarrollar la tarea, es por esto que se hace evidente la elaboración de un marco de fundamentación epistemológica que evidencie cómo es que relaciones matemáticas pueden ser determinadas por medio de procesos que vinculan métodos, objetos e instrumentos. Para ello, se realizó un análisis epistemológico que considera las producciones organizadas de tres importantes geómetras a través de la historia: De Euclides (330-275 a.n.e) se toma el libro I de los *Elementos* el cual involucra dos teorías fundamentales, la de las paralelas y la de área. De David Hilbert (1862-1943) la categoría de “teoría” que establece a partir de la formalización realizada al trabajo de Euclides. Y de Hartshorne (1960-actual) la teoría de las disecciones realizada a partir de los axiomas de Hilbert y el área en la geometría de Euclides. Este tejido de producciones que se da a partir de tres perspectivas diferentes nos lleva a privilegiar un trabajo que vincula *instrumentos, métodos y sistemas axiomáticos* en la constitución de un objeto matemático, más específicamente de la relación pitagórica en su dimensión geométrica.

Es la estructura disciplinar, más específicamente la geometría euclidiana la que permite conocer si hay algún tipo de relación que determine la constitución de objetos geométricos para ello, la vinculación de tres elementos fundamentales (instrumentos, métodos y sistemas axiomáticos) cuyo estudio determinará cómo a partir de unos puntos de partida (definiciones, nociones comunes y postulados) mediados por unos instrumentos (rompecabezas, la regla y el compás) y métodos asociados (método de superposición, método de la regla y el compás) se logra no sólo la constitución del objeto matemático “relación geométrica” sino además el descubrimiento de relaciones que permitan afianzar el razonamiento que implica la adquisición de conocimiento geométrico.



**Resultados de la Fase Preliminar de la Ingeniería Didáctica**

Esta pertinencia de instrumentos durante la elaboración de conceptos matemáticos resalta la función que llega a cumplir *los rompecabezas, la regla y el compás* en la formulación y consolidación de la relación pitagórica correspondiente al desarrollo geométrico de un sujeto, es por esta razón que en el diseño de la secuencia se evidencia un trabajo con *rompecabezas* en la formulación de la relación y un trabajo con *regla y compás* en la consolidación del teorema.

### **METODOLOGÍA UTILIZADA:**

Aunque la manipulación de los diferentes instrumentos se da en forma individual (hasta donde la cantidad de material presente y número de asistentes lo permita), la socialización de las diferentes actividades se dará en un primer momento por parejas y luego en forma grupal. El desarrollo del taller requiere la ejecución de las siguientes tres etapas:

*Etapa de exploración*, es la etapa en que la actividad se centra en el trabajo con los puzzles<sup>1</sup> buscando la formulación de relaciones binarias (de orden, de equivalencia), relaciones ternarias (estar entre, aditivas). En este caso, los puzzles se toman como un material de exploración porque ofrecen rutas de construcción de figuras que exigen explicitar propiedades de las formas y condiciones axiomáticas para que la relación formulada tenga satisfactores por otra parte, dentro del trabajo con los puzzles se admite la superposición de figuras como un primer medio de justificación correspondiente a la trama argumentativa que se despliega durante la actividad. Esta acción de evidenciar propiedades y condicionar procedimientos ofrece además la elección del puzzle adecuado el cual a su vez dará las pautas para el análisis que se llevará a cabo en la tercera etapa concerniente a la práctica demostrativa.

<sup>1</sup> Se manipularán 3 tipos de rompecabezas escogidos por criterios de complejidad para encontrar diferentes entradas en el desarrollo de conocimiento geométrico en educación básica.

*Etapa de conjeturación* esta etapa considera el tránsito entre la conjeturación y la constitución de un teorema, el objetivo pretendido es vincular condiciones axiomáticas con propiedades de las formas y la constitución de magnitudes geométricas. La ejecución de esta etapa permitirá no sólo la obtención de una cierta relación sino además ilustrará alternativas de enseñanza de la geometría.

*Etapa de matematización*, esta es una etapa compleja ya que en ella se pretende consolidar las relaciones geométricas instituidas a partir de la reflexión y el análisis propuesto en las dos etapas anteriores, se pretende evidenciar la necesidad de la organización en sistemas axiomáticos con el fin de constituir elementos para una práctica demostrativa de teoremas o prueba de problemas<sup>2</sup>.

Todas las etapas anteriormente descritas son consideradas fundamentales para la elaboración de una relación.

### **ACTIVIDADES:**

#### **ACTIVIDAD No. 1**

Esta actividad refiere a la construcción de formas con las piezas del rompecabezas, la acción se centra en los objetos (cuadrados, rectángulos, triángulos) que forman parte de las relaciones y en la exploración de sus propiedades en cuanto área, lados, ángulos.

#### **Primera fase:**

*Paso 1.* Luego de hacer entrega de las fichas que constituyen los diferentes puzzles a trabajar, se indica qué fichas tomar (a partir del color), dado que el trabajo de manipulación se realizará en su mayor parte por parejas, los asistentes tendrán el tiempo suficiente para una observación y comparación de las mismas para así pasar a la construcción de figuras.

*Paso 2.* Se hace un intercambio de puzzles (de una pareja a otra) y se sigue el mismo procedimiento y así sucesivamente hasta que todos los asistentes hayan tenido la experiencia con los puzzles escogidos.

*Paso 3.* Se hace una socialización para identificar preguntas, recomendaciones y estrategias de construcción.

*Paso 4.* Después de haber llevado a cabo la experiencia con los tres puzzles, se pide que por parejas se intercambien determinadas fichas con las cuales deberán armar la misma figura solicitada en el paso 1.

- ¿se pueden aplicar las estrategias y recomendaciones del paso anterior a partir del intercambio de las fichas para armar las mismas figuras obtenidas inicialmente con cada rompecabezas?

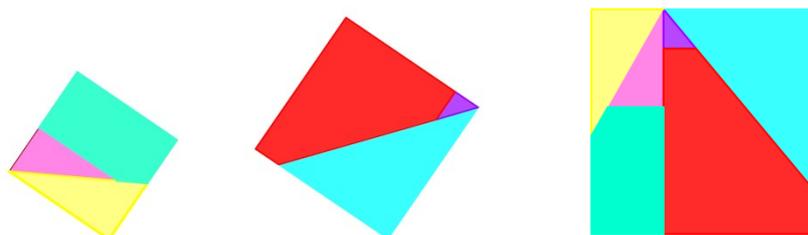
---

<sup>2</sup> Proclo describe que las proposiciones enunciadas en los *Elementos* de Euclides se constituyen o bien en problemas o bien en teoremas, los primeros obedecen a una construcción y los segundos a una demostración.

- ¿qué condiciones creen que deben cumplir las primeras figuras para poder armar la otra?

Como búsqueda a la respuesta de esta última pregunta se dará inicio a una segunda actividad que implica además del trabajo con los puzzles un trabajo sobre una hoja blanca.

Figuras asociadas:



### **Segunda fase:**

Sobre una hoja blanca deberán distribuir las figuras realizadas de modo que el único contacto entre ellas esté dado por vértices dos a dos.

- ¿el contorno de qué figura surge al realizar dicha distribución?
- ¿qué características tiene esta figura? pueden decir su nombre, los elementos por los cuales está compuesta, su clasificación etc.

Durante esta socialización que describe los elementos constituyentes de la figura geométrica encontrada haciendo énfasis en una de sus propiedades.

Se pide a los asistentes que dibujen esta nueva figura retomando los puntos dados por los vértices encontrados por las figuras y se le da un nombre a cada vértice.

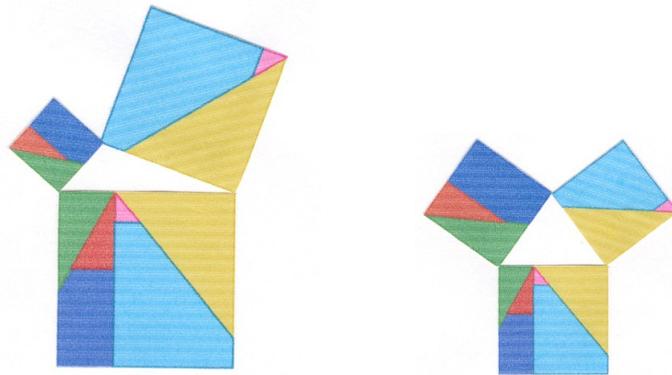
Ahora se deberán intercambiar algunas de las fichas y deberán proceder del mismo modo que se acabó de realizar.

- ¿se mantiene el mismo contorno de la figura?
- ¿sufrió algún cambio la figura observada?

### **ACTIVIDAD No. 2**

Como objetivo correspondiente a la etapa de conjeturación descrita en la metodología propuesta, esta actividad pretende vincular el estudio de implicaciones de las formas y el estudio de las relaciones, realizados durante la actividad anterior, con el fin de formular las condiciones sobre los objetos y las condiciones sobre las relaciones de dichos objetos, como paso exigido en el tránsito entre la conjeturación y la constitución de teorema.

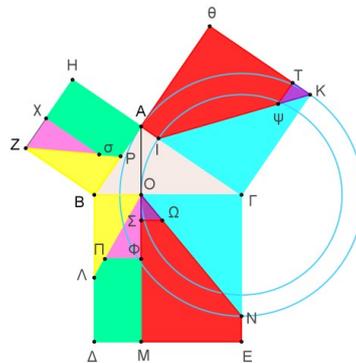
Figuras asociadas:



### **ACTIVIDAD No. 3**

Esta actividad corresponde a la construcción de uno de los puzzles con regla y compás para finalizar con la socialización referida al proceso demostrativo.

Figura asociada:



### **Conclusiones:**

Los procesos matemáticos se desarrollan a partir de la formulación de relaciones, pero la formulación de estas relaciones no son generalmente de carácter espontáneo en los grupos sociales, se requiere el desarrollo de habilidad tanto en el uso de instrumentos como en las formas para organizar sistemáticamente los elementos que hacen posible el uso de la relación en diversos contextos.

La elaboración de relaciones matemáticas puede ser desarrollada por medio de procesos que vinculan instrumentos, métodos y sistemas axiomáticos.

El uso de tipos de instrumentos ofrece diferentes representaciones de los objetos matemáticos las cuales permiten movilizar una misma percepción para que se pueda ver de distintas maneras lo que normalmente sólo se ve de una manera.

Además de la importancia que tiene el enfoque disciplinar es necesario considerar otros componentes como la dimensión instrumental en la que se sitúa el grupo que construye saber geométrico en el aula.

## **Bibliografía:**

- DÍAZ GODINO, Juan. (2002). Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. (pp. 117-124). (Ed.), Actas do ProfMat 98. Madrid.
- EUCLIDES. (1991). Elementos. Volumen No 1. (pp. 7-264). (Ed.), GREDOS, S.A. Madrid. España.
- GUERRERO G, Ana. (2002). Geometría en el plano y en el espacio. Edición No 1. Ed. Universidad Nacional. Bogotá.
- HARTSHORNE, Robin. (2000) Geometry: Euclid and Beyond. Cap. 1. Euclid's Geometry. (pp.5-27). University of California. Department of Mathematics. California.
- HILBERT, David. (1991). Fundamentos de la Geometría, Textos Universitarios 5, (pp.6-11). Raycar, S.A. España.
- LEÓN CORREDOR, Olga Lucía. CALDERÓN, Dora Inés (2003). Argumentar y Validar en matemáticas. Cap. V. La validación de sentidos matemáticos como un desarrollo de la argumentación: el caso de la geometría. (pp. 32-43). Cali. Colombia.