

A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ANÁLISE DE UM EPISÓDIO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Célia Barros Nunes
celiabns@gmail.com

Universidade do Estado da Bahia – Departamento de Educação, Campus X – Brasil

Comunicação Breve

Formação e Atualização Docente

A Resolução de Problema como Veículo de Aprendizagem Matemática

Palavras-chave: Formação de professores. Resolução de Problemas. Ensino-aprendizagem de matemática. Padrões.

Resumo

Este trabalho tem como propósito discutir e analisar um episódio que ocorreu num ambiente de resolução de problemas com professores em formação inicial e continuada, na Universidade do Estado da Bahia – UNEB, Campus X, Teixeira de Freitas, Bahia, ao se trabalhar com os padrões numéricos na perspectiva da resolução de problema, a fim de contribuir na formação desses profissionais. Trabalhar com essa metodologia significa que o problema é o ponto de partida no processo ensino-aprendizagem da Matemática. Nela, o professor deixa de ser o transmissor do conhecimento e passa a ser um guia, orientador, mediador e incentivador da aprendizagem, oportunizando os alunos a construírem seu próprio conhecimento. Assim, o aluno não aprende passivamente, e sim pelo seu próprio esforço. Dos encontros já realizados podemos aferir que os problemas apresentados têm mostrado que o contexto da metodologia supracitada representa uma aprendizagem significativa para os cursistas e também para o seu desenvolvimento profissional, uma vez que essa perspectiva metodológica é extremamente nova para eles.

Introdução

Dentre as tendências atuais da Educação Matemática, a Resolução de Problemas ocupa lugar central e, a cada dia vem se fortalecendo como uma das experiências de aprendizagem fundamental no ensino da Matemática. Nesse sentido, esse artigo pretende discutir e analisar um episódio que ocorreu num ambiente de resolução de problemas com professores em formação inicial e continuada ao se trabalhar com os padrões numéricos na perspectiva da resolução de problemas, pela forte ligação que há entre esses objetos como atividades de exploração e de investigação.

Fundamentando esse trabalho discutir-se-á brevemente a resolução de problemas na formação do professor incluindo os padrões numéricos. A seguir, apresenta-se sumariamente a metodologia utilizada na pesquisa e como foi realizado um dos encontros trabalhados com padrões numéricos utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avalição de matemática através da resolução de problemas, seguida de uma descrição e análise das interações e discussões realizadas nesse encontro.

A Resolução de Problemas e os Padrões na Formação do Professor

Resultados de estudos mostram que um dos caminhos viáveis a mudanças na educação perpassa, essencialmente, pela formação de professores,

(...), pois é na formação inicial, bem como na continuada que o professor tem possibilidades de autoconhecimento, oportunidade de desenvolver estratégias pedagógicas e, a partir dessas estratégias, promover dinâmicas de aprendizagem diferenciadas. (Araújo; Rodrigues e Nunes, 2012).

Entretanto, sabe-se que mudanças nessas dimensões na prática docente não acontecem espontaneamente. A mudança deve acontecer a partir dos cursos de Licenciatura, uma vez que eles têm como propósito central formar professores de Matemática para atuarem em diversos níveis de ensino na Educação Básica.

Segundo as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática (Brasil, 2001), o professor egresso de um curso de Licenciatura deve ter, além de uma sólida formação de conteúdos matemáticos, uma formação pedagógica dirigida a sua prática e uma formação geral complementar envolvendo outros campos do conhecimento.

O professor não deve parar apenas na Licenciatura, na formação inicial, é preciso uma formação continuada para que o mesmo possa se sentir seguro ao lecionar, tendo como base estudos e pesquisas que possivelmente o fará desempenhar suas práticas com mais segurança. Ele precisa de uma formação continuada que lhe possibilite a profissionalização, o aperfeiçoamento constante, a reflexão sobre a prática pedagógica, formação esta realizada em serviço com o objetivo de compensar as deficiências da formação inicial e mantê-lo atualizado com relação às tendências atuais pedagógicas. Segundo Rosa e Schnetzler (2003), três razões têm sido normalmente apontadas para justificar a formação continuada de professores

[...] a necessidade de contínuo aprimoramento profissional e de reflexões críticas sobre a própria prática pedagógica, pois a efetiva melhoria do processo ensino-aprendizagem só acontece pela ação do professor; a necessidade de superar o distanciamento entre contribuições da pesquisa educacional e a sua utilização para a melhoria da sala de aula, implicando que o professor seja também pesquisador de sua própria prática; em geral, os professores têm uma visão simplista da atividade docente, ao conceberem que para ensinar basta conhecer o conteúdo e utilizar algumas técnicas pedagógicas (Rosa, e Schnetzler, 2003, p.27).

A formação continuada deve representar uma ruptura com os modelos tradicionais e também representar a capacidade do professor entender o que acontece na sala de aula,

identificando interesses significativos no processo de ensino-aprendizagem na própria escola, valorizando e buscando o diálogo com colegas e especialistas.

A Resolução de Problemas vem sido fortalecida nas últimas décadas como metodologia de ensino. Nessa perspectiva visa-se que o aluno seja o próprio construtor de seu conhecimento, e que o professor haja com uma postura de mediador do conhecimento e não como transmissor, estimulando e motivando os alunos a desenvolver o modo de pensar matemático.

Dentre os documentos curriculares temos os PCNs (2001) que veem a Resolução de Problemas como um dos caminhos para melhor se ensinar matemática. Destacam que o problema é sempre o ponto de partida para ensinar um conteúdo e não as definições de conceitos. E para se chegar a uma solução o aluno irá utilizar de seus conhecimentos prévios e assim chegar a um novo conhecimento. Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2008, p. 52) destacam

Resolver problemas é uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e, assim, ela não deveria ser uma parte isolada do programa de Matemática. [...] Os contextos dos problemas podem variar desde experiências familiares envolvendo as vidas dos estudantes ou seu dia-a-dia na escola, até aplicações envolvendo as ciências ou o mundo do trabalho. [...] Bons problemas dão aos estudantes a oportunidade de solidificar e estender sua compreensão e estimular nova aprendizagem.

Não há dúvida de que ensinar matemática através da resolução de problemas não é tarefa fácil. O professor deve estar bem preparado para trabalhar ao usar esse caminho, no sentido de que as tarefas devem ser selecionadas e planejadas a cada dia, levando em consideração o conhecimento prévio dos estudantes e as necessidades de atender ao currículo.

Uma forma de se trabalhar com resolução de problemas em sala de aula vem sendo apresentada por Onuchic, desde 1988, é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que se constitui num caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Nela o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente, durante e através da resolução de problemas, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores do conhecimento. A avaliação contínua deve estar integrada ao ensino-aprendizagem, no intuito de acompanhar o crescimento dos alunos.

A realização de uma aula trabalhada com essa metodologia segue um roteiro de atividades que, segundo Onuchic e Allevato (2009), pode servir como referência ou orientação aos professores para se trabalhar em sala de aula com qualquer conteúdo

matemático através da resolução de problemas. A princípio, o professor deverá preparar o problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, que chamaremos de *problema gerador*. Já em sala de aula, depois de entregar o problema a cada aluno, forma-se grupos e o professor solicita a leitura do problema em conjunto e, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo, buscam resolvê-lo.

O professor, numa atitude de observador e incentivador, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. Incentiva-os, também, a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto.

Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver *problemas secundários* que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática e, conceitos relacionados e técnicas operatórias.

Dando continuidade ao trabalho, representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Nesta fase, o professor deverá também se colocar como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Considera-se que este momento, denominado *plenária*, é bastante rico para a aprendizagem, uma vez que pode-se discutir a produção de conjecturas, bem como a confirmação das mesmas, a sua justificativa matemática e uma eventual demonstração.

Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas o professor tenta, com toda a classe, chegar a um *consenso* sobre o resultado correto. Por fim, o professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e demonstrações, se for o caso. Esse momento é denominado de *formalização*. Destaque-se aqui a participação ativa dos alunos.

Há uma forte ligação dos padrões com a resolução de problemas com atividades de exploração e de investigação, conforme salientam Vale e Pimentel.

[...] A resolução de problemas não rotineiros e não tradicionais é um poderoso caminho que envolve os alunos na exploração e formalização de padrões, levando-os a conjecturar, a verbalizar relações entre os vários elementos do padrão e a generalizar (Vale e Pimentel, 2009, p.10)..

Ressaltam as autoras que o trabalho com padrões pode proporcionar o desenvolvimento de conceitos matemáticos e, paralelamente, permite preparar os alunos para aprendizagens posteriores, além de desenvolver capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação. Por outro lado, permite o estabelecimento de conexões entre tópicos matemáticos e mesmo fora da matemática.

Procedimentos Metodológicos

Uma das primeiras ações no desenvolvimento da pesquisa foi promover um curso de extensão para professores em formação inicial e continuada, no intuito de trazê-los para uma reflexão de sua prática docente e de se engajarem no mundo da pesquisa, criando neles a cultura da reflexão, a cultura de se estudar em grupo, de forma que pudessem ganhar confiança na sua atuação como professor e, além disso estabelecer uma parceria entre a Universidade e as Escolas Públicas. Assim, foi criado o projeto e desenvolvido em oito encontros no próprio campus da UNEB. Os professores em formação inicial eram alunos do curso de Licenciatura em Matemática e os de formação continuada, professores da Rede Municipal de Educação, num total de 30 participantes, sendo que 70% deles correspondiam à formação inicial.

Tais encontros buscou trazer para o conhecimento desses professores as novas tendências em Educação Matemática, enfatizando, sobretudo a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem e nessa perspectiva, foi apresentada e trabalhada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e que aqui relatamos um dos encontros que abordou os padrões numéricos como uma possível abordagem ao desenvolvimento algébrico no Ensino Básico.

Análise e Discussão da Atividade Proposta

Como dito anteriormente, a fim de trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi apresentado o problema: Telhados e Tijolos (em anexo), extraído do livro organizado pelas autoras Vale e Pimentel (2009), que teve como objetivo investigar regularidades numéricas para obter o desenvolvimento da capacidade de generalização.

Para alcançar tal objetivo, ao apresentarmos o problema *gerador* de novo conteúdo, pretendíamos que os participantes (a) identificassem a combinação da estratégia numérica e a figurativa através do problema proposto; (b) passassem da linguagem

corrente e numérica para a linguagem algébrica de forma natural e (c) introduzissem, de modo intuitivo, o conceito de álgebra como aritmética generalizada. Iniciamos o trabalho buscando utilizar a dinâmica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Em um trabalho com pequenos grupos os alunos, colaborativamente, se engajavam para encontrar resposta ao problema proposto. Durante a atividade a pesquisadora, autora desse artigo, circulava entre os grupos, observando, mediando o trabalho e respondendo a problemas secundários sempre que era solicitada ou achava oportuno.

Depois do problema resolvido, um representante de cada equipe mostrava como o grupo havia encontrado a solução e daí emergia uma discussão produtiva com apresentação de estratégias e resultados. Os itens 1 e 2 do problema (em anexo) foram respondidos sem maiores dificuldades, enquanto que o item 3 demandou mais tempo e mais reflexão para se chegar a quantidade de quadrados e triângulos da figura sete, bem como para uma figura de uma ordem qualquer n , que se chegaria a um padrão de generalização, conforme discussão abaixo, a partir da composição da figura 4, para se chegar a figura 7 e a figura de ordem n (em anexo).

Aluna A: Oh, deixa eu explicar. Vemos que aqui tem um padrão: 1, 2, 3, 4 mais um, 5 triângulos, vezes 4, 20, dividido por 2, 10 triângulos. Então para a figura 5, seis vezes cinco, trinta, dividido por 2, 15 triângulos...

Essa dedução da aluna foi feita a partir da figura do problema do item 1 (em anexo).

Aluno B: Então aqui são sete quadradinhos, a gente “bota” mais um triângulo, então vai ficar oito vezes sete ...

Aluna A: Acho que a fórmula vai ficar assim, n^2 mais $n-1$ vezes n dividido por dois...

Aluno B: Calma aí, você já pulou umas cinquenta etapas aí...

Aluna A: Ah não, é $n + 1$...

Aluno B: Poxa, aqui tem que adicionar mais um triângulo aqui não é? Ele quer um triângulo com sete retângulos...

Aluna C: Sim, tá anotado aí...

Aluno B: Eu sei, preste atenção aqui... Então se ele quer 7 retângulos, ele vai ter 8 triangulizinhos, não vai?

Aluna A: Oh colega, ele fala a composta da figura 7...

Aluno B: Então meu amor, aqui não é $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 7^2$? Ou você quer que eu desenhe...

Observa-se a discussão e interação, sobretudo entre dois alunos do grupo, na tentativa de chegar a solução da sétima figura e posteriormente descobrir a lei de recorrência, em

que o número de triângulos é $n(n+1)/2$ e o número de quadrados é n^2 de acordo com a figura solicitada.

Professora: *E aí, como estão indo...*

Aluno B: *Tá indo aqui...*

Professora: *A dificuldade tá em encontrar o número de triângulos, não é?*

Aluno B: *É...*

Sintetizando a discussão acima, o grupo, bem como outros, depois de uma boa reflexão conseguiu chegar a um consenso sobre a solução do problema para a figura de ordem n , apresentando-a assim: Na figura n , haverá $n^2 + n(n+1)/2$.

Este trabalho permitiu à professora pesquisadora identificar dificuldades dos participantes a situações que envolvessem a generalização de uma determinada lei de recorrência.

Vale salientar que, nessa tarefa, houve uma maior participação dos professores em formação inicial, nesse caso, os alunos da licenciatura, provavelmente, pelo fato de trabalharem mais a abstração e generalização durante o curso. Aproveitando esse ambiente de aprendizagem, pra finalizar, a professora disse-lhes que o problema possibilitou chegar a uma conjectura e que a mesma poderia ser provada e, então perguntou-os de que forma? Um dos alunos de formação inicial disse que poderia ser usado o princípio da indução finita, uma vez que o problema estava inserido no universo do conjunto dos números naturais. Como não havia mais tempo para explorar esse princípio, a prova da conjectura ficou para outro encontro.

É neste momento que, muitas vezes, os alunos tomam consciência daquilo que a aula trouxe de novo para o seu conhecimento matemático (Silvestre, 2012). Além disso, criar um ambiente de sala de aula em que os alunos envolvem-se na apresentação e argumentação de ideias é fundamental no processo ensino-aprendizagem. Comunicar matematicamente depende essencialmente das oportunidades, do encorajamento e do apoio que são dados aos alunos para falar, escrever, ler e ouvir nas aulas de matemática (NCTM, 2008).

Considerações Finais

Há necessidade de se investir em uma formação do professor, na qual haja espaço para o diálogo, exposição de dificuldades encontradas, reflexão coletiva e elaboração de novas possibilidades para o trabalho docente. Nesse sentido, vemos a resolução de problema como um ambiente propício para tais ações.




Com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é possível vir a ajudar o professor a compreender e mostrar aos alunos a Matemática como disciplina que pode ser construída por todos, desde que lhes dê oportunidade para tal. Há uma maior participação do aluno, de modo que sua contribuição é valorizada, permitindo-lhes oportunidades de construção de conceitos, de desenvolvimento de raciocínio e de comunicação matemáticos e uma progressão nos modos de representação, conforme descritos nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2008).

Referencias Bibliográficas

- Araújo, F.S.; Rodrigues, S.A.M.; Nunes, C.B. (2012). *A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na Formação de Professores*. In; Anais da II Semana de Matemática do IFES, 2011. Vitória/ES. 2012.
- Brasil. (2001). *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática*, 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF.
- National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Edição Portuguesa. Tradução de MELO, M. 2ª Edição.
- Nunes, C. B. (2010). *O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. Tese de doutoramento (não publicada), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil.
- Onuchic, L. R.; Allevato, N. S. G. (2009). Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas. *Educação Matemática em Revista – SBEM – RS*, 10, 1, 95-103.
- Onuchic, L.R. (1999). Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A.V. (org). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectiva*, pp. 199-220. São Paulo: Editora UNESP.
- Rosa, M.I.F. P. S; Schnetzler, R.P. (2003). A investigação-ação na formação continuada de professores de ciências. *Ciência e Educação*, Bauru, 9, 27-39.
- Silvestre, A.I. (2012). O papel do professor na aula de Matemática. *Educação e Matemática. Revista da Associação de Professores de Matemática*. n.º. 118, Mai-Jun, 23-27.
- Vale, I. Pimentel, T. (2009) (coord.). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática : propostas curriculares para o ensino básico*. Gráfica Visão.

Anexo

Problema Proposto: Tijolos e Telhas

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5
				
$2 = 1 + 1$	$7 = \dots + \dots$	$\dots = 9 + \dots$	$26 = 16 + 10$	$\dots = \dots + \dots$

Considere a seqüência seguinte:

- Esboce as figuras em falta, sabendo que seguem a mesma lei de formação. Repare que:



- Seguindo os exemplos, complete a tabela com os números adequados.
- Por quantos e é composta a figura 7? E a figura 20? E a figura de uma ordem qualquer n ? Apresente o seu raciocínio.

Figura 1 - Tijolos e telhas.
Fonte: VALE E PIMENTEL, 2009, p. 42.