

## O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES ENVOLVENDO CALCULADORA

Ivanete Maria Barroso Moreira  
ivanetemaria@hotmail.com  
UEPA – Brasil

Tema: II.1- A Resolução de Problemas como Ferramenta para a Modelagem Matemática.  
Modalidade: CB  
Nível educativo: Não especificado  
Palavras-chave: Fração; Calculadora; Resolução de problemas; jogos.

### RESUMO

*Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações-problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos para alunos surdos e ouvintes. O experimento foi desenvolvido em uma escola pública do Município de Ananindeua no Estado do Pará, os sujeitos foram 45 alunos da 5ª série (6º ano) do ensino fundamental. A metodologia utilizada foi a Engenharia Didática, os estudos prévios foram realizados a partir de uma revisão de trabalhos sobre o ensino de frações e uma consulta a 100 docentes sobre o processo de ensino aprendizagem de frações; a parte experimental deu-se por meio de atividades tendo situações problemas como ponto de partida e uma calculadora virtual de frações como recurso didático. Este experimento trouxe entre outros, os seguintes resultados: a viabilidade da calculadora virtual de fração como recurso didático para o ensino de operações com frações; a sensibilização para novas reflexões na formação de professores sobre o uso de novas metodologias e um novo olhar na resolução das operações de frações com denominadores diferentes sem a utilização da ferramenta m.m.c.*

### Introdução

Um conhecimento, qualquer que seja, deve ter significado e importância para um indivíduo em comunidade/sociedade. Dentre os vários conteúdos matemáticos existentes, acreditamos ser o conjunto dos Números Racionais na forma fracionária o de maior complexidade.

Para diversos pesquisadores, as frações quando são empregadas em situações cotidianas e analisadas no cenário pedagógico, assumem interpretações que variam de acordo com a visão, interesse e questionamentos aos quais determinadas pesquisas desejam responder. Após um estudo preliminar sobre as pesquisas existentes sobre Fração, encontramos algumas investigações tratando de diversos olhares como: os que trazem propostas e prática docente no ensino de frações como as de Colombo, Flores e Moretti (2005), Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005, e Nascimento (2008); algumas examinaram as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem das frações, como as de Bezerra

(2001), Notari (2002) e Magina e Campos (2008); tem-se as que explanam sobre o ensino das operações com frações e suas dificuldades, que são as de Silva (2007), Oliveira e Aguilá (2005), Guerra e Silva (2008), Fonseca (2005) e Silva e Almouloud (2008); e também as que apresentam o uso de recursos tecnológicos no ensino de frações, de acordo com Fagundes (2005) e Rosa (2007).

O uso da calculadora no ensino de conteúdos matemáticos tem sido estudado em diversos trabalhos. Alguns desses trabalhos apresentam resultados positivos como: Medeiros (2004) que investigou a mudança nas estratégias de alguns alunos da 6ª série do ensino fundamental, quando eles passam a usar a calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos; e Em Sá *et al* (2006) são apresentados os resultados do ensino das operações com números relativos por meio de atividades envolvendo a calculadora como recurso didático e jogos, onde a multiplicação é trabalhada em uma única atividade. Mediante o exposto, focaremos neste texto, a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações problema e jogos, mediadas por uma Calculadora virtual de Fração.

Neste trabalho, temos como objetivo apresentar os resultados desta experiência no ensino das operações com frações em atividades mediadas por uma calculadora virtual em uma turma de 5ª série do ensino fundamental de uma escola do município de Ananindeua-Pará. O objetivo do experimento foi investigar a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações-problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos.

### **Metodologia**

Participaram do estudo 45 alunos de 5ª série do ensino fundamental de uma instituição pública estadual do município de Ananindeua-Pará, com faixa etária variando entre 9 e 11 anos. Sendo que nenhum desses alunos se encontra na situação de repetência e/ou dependência. As atividades foram aplicadas em treze encontros, com duração de 1h e 30 minutos cada uma.

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: *diagnóstico inicial; elaboração das atividades, aplicação das atividades, fixação, diagnóstico final e análise dos resultados.*

O *diagnóstico inicial* da turma foi realizado por meio de um pré-teste com questões sobre adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, com o objetivo de avaliar o conhecimento prévio da turma acerca dessas operações. Os resultados nos indicaram que a turma não tinha domínio dos algoritmos das operações em questão. Com os resultados do pré-teste, houve a *elaboração das atividades*, sendo cinco atividades para cada operação (adição, subtração, multiplicação e divisão) de fração, as quais foram desenvolvidas pelos alunos, no laboratório de informática, organizados em grupos de três pessoas e utilizando como recurso pedagógico a Calculadora de Fração (máquina virtual).

Abaixo temos uma imagem do modelo de máquina que foi utilizado no computador. A Calculadora de Fração é um software educativo, baseado em uma calculadora convencional.



Figura 01: Interface da máquina virtual de frações

A área de trabalho construída é semelhante à de um aplicativo simples. O layout, na parte superior, possui uma barra vertical e campos destinados a representar a fração numericamente. Antes da realização da primeira atividade, houve um momento de exploração da máquina de calcular virtual. Neste momento, foi exposto que; para calcular basta clicar nos valores que se deseja operacionalizar e no algoritmo da operação desejada (+, -, x e ÷).

A interface possui teclas numéricas e de algoritmos, como a tecla: “Limpar”, que serve para reiniciar as operações; “+/-” reservada para efetuar operações com valores positivos e/ou negativos e; os modos “Ensino” e “Normal”. Os “modos”, procedimentos utilizados

neste instrumento, são dois: “Modo: Normal”, ativada por meio da tecla “Normal”, representa os resultados, da operação desejada, na forma fracionária e na forma decimal; e “Modo: Ensino de Fração”, ativada por meio da tecla “Ensino”, representa os resultados somente na forma fracionária, esta interface tem como vantagem a praticidade de execução das atividades.

Após a elaboração, propusemos a *aplicação das atividades*, tendo antes um momento de exploração da máquina de calcular. Com o manuseio iniciou-se a 1ª atividade, que tinha como objetivo, fazer com que os alunos descobrissem um algoritmo para o cálculo da adição de frações com denominadores diferentes, porém, foi notório o desconforto por parte dos alunos ao resolverem os primeiros problemas com a calculadora, por não conseguirem abstrair de onde surgiam alguns elementos contidos nas respostas. Levando-nos a alterar a ordem de apresentação dos conteúdos, no caso a troca da atividade de adição de fração com denominadores diferentes pela atividade de multiplicação de frações, por terem características peculiares, na resolução dos problemas.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos tiveram a percepção imediata do acontecia na operação após o uso da calculadora para resolver os problemas, ou seja, após o uso da calculadora e serem desafiados a descobrirem uma maneira de obter os resultados produzidos pela máquina sem o uso da mesma, os alunos chegaram à conclusão que poderiam usar o algoritmo assim descrito  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ , pois o resultado das questões era visivelmente organizado desta forma, comprovado pelas falas de alunos:

- *A12- Professora, o que eu percebi, eu acho, é que na calculadora, parece que é “multiplicado o de cima, com o de cima e o de baixo com o de baixo” vamos ter o resultado, tentei fazer isso no papel, e deu certo.*
- *A24- Eu também, achei igual a dela, assim é fácil resolver.*

O fato da descoberta do algoritmo motivou a turma a realizar a 2ª atividade que foi desenvolvida no encontro seguinte. A atividade tinha como objetivo que os alunos descobrissem um algoritmo para o cálculo da divisão de frações. Durante o desenvolvimento da atividade os alunos foram novamente desafiados a descobrirem uma maneira de obter os resultados produzidos pela máquina sem o uso da mesma.

Os alunos sentiram dificuldades, pois começaram a perceber que para se resolver uma divisão de frações, em vez de utilizarem a operação ‘divisão’, eles precisavam usar a operação ‘multiplicação’, como na atividade anterior. Neste momento foi notória a mudança de atitude dos alunos em relação à atenção e cuidados nas resoluções, conseguindo chegar à generalização dos algoritmos, descrita para a divisão da seguinte

forma  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$ . Como se percebe nas falas dos alunos:

- *A35- E tem mais professora, a multiplicação ainda “tá” esquisita, por que parece que “tá” sendo multiplicado o número que “tá” em baixo da fração pelo que “tá” em cima da outra fração, e o que “tá” em cima de uma pelo que tá embaixo da “outra”, ou alguma coisa assim.*
- *A16- Professora, “olha só”, se Eu pego e multiplico as frações assim [em forma de x], eu tenho o resultado dela. Certo?*

Na 3ª atividade, os alunos já conseguiam perceber a operacionalização existente em relação a multiplicação direta dos denominadores, mas sentiram dificuldades em encontrar como se realizava a multiplicação dos numeradores. Este obstáculo durou até a compreensão, mediada, da semelhança de resolução da operação de divisão de frações, sendo extremamente proveitoso este estímulo de conhecimento, ao final do esforço os grupos de alunos chegaram a conclusão que poderiam usar o algoritmo assim

descrito  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a.d+c.d)}{.d}$ . Vejamos duas falas de alunos para ilustrar esta trajetória:

- *A18- Professora, todos os resultados dessas contas, tem a parte debaixo multiplicada direto!*
- *A33- Deixa de ser ‘hããã’, nós vamos multiplicar em ‘X’ o de cima pelo de baixo, colocar o sinal de adição, depois o outro de baixo pelo de cima, e colocar tudo isso em cima e depois vamos multiplicar os dois de baixo e colocar em baixo. Eu não tô certo ‘fessora’?*

Na 4ª atividade, os alunos resolveram sem esforço, pois conseguiram fazer a relação com a descoberta do algoritmo da adição com frações, perceberam a semelhança entre as duas

operações, os grupos então chegaram ao algoritmo  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a.d-c.d)}{b.d}$ . As falas

abaixo comprovam esta realização:

- *A21- Professora, eu já resolvi as questões ...*
- *A33- Claro, professora, nós já somos craque nessas continhas.*

Para *fixação* dos algoritmos “descobertos” pela turma foram utilizados os jogos: “Qual é o resultado?” para multiplicação e divisão e a “Trilha da Corrida das Frações” para adição e subtração com denominadores diferentes.

O efeito do desenvolvimento das atividades foi avaliado 12 semanas após as atividades de fixação, por meio de um pós-teste com as mesmas questões do pré-teste que constituiu o *diagnóstico final* da pesquisa.

### **Análise dos Resultados**

Com o objetivo de avaliar os efeitos das atividades propostas foi aplicado o pós-teste e para realizarmos a *análise dos resultados* obtidos com a experiência desenvolvida em sala de aula, criamos uma tabela comparativa entre os resultados obtidos no pré e pós-teste.

Analisando a tabela comparativa, no anexo A e B, podemos notar que em relação ao item “erro”, em todos os casos, há uma diminuição no número de alunos que no pré-teste erraram as questões, e acreditamos que esses resultados são tão expressivos quanto no item acerto. Uma comprovação dessa importância aparece nas questões que não tiveram acertos, questões 6, 7, 8, 10, no primeiro momento com um aumento deste percentual para 77,8%, 91,1%, 88,9% e 82,2%, para as mesmas questões, no segundo momento.

Quanto ao item “acerto”, que se repetiu entre 2,2% e 4,4%, no primeiro momento, houve um aumento expressivo desses valores, chegando ao percentual de 88,9% (maior valor) para os que tiveram 2,2% e 95,6% para os que tiraram 4,4% no segundo momento.

Estes resultados indicam que o conteúdo trabalhado foi assimilado de forma significativa. A partir disto acreditamos que esses conhecimentos adquiridos serão extremamente importantes na aplicação de outros conteúdos no decorrer da vida acadêmica desses alunos. De acordo com as tabelas (Anexo A e B), também podemos perceber a discrepância dos resultados entre o pré e o pós-teste.

Analisando o resultado dos acertos e erros do pós-teste tem-se um crescimento considerável das melhorias nas resoluções, conseqüentemente nas construções dos

algoritmos, com atividades mediadas pela Calculadora de Fração e sem o recurso do mmc.

### **Considerações Finais**

Os resultados obtidos indicaram que o experimento com o uso da calculadora de fração virtual, como recurso didático em atividades para o ensino das operações com frações, permite que os alunos acessem as regras operatórias, sem que as mesmas sejam previamente proporcionadas pelo professor e os jogos como atividade de fixação motivaram os discentes a exercitarem as operações envolvendo a adição e subtração de fração com denominadores diferentes com base nas regras por eles descobertas.

A análise dos resultados dos pré e pós-testes nos permitem concluir que: o uso das atividades com a máquina virtual de calcular, para levar os alunos a descobrirem as regras das operações com adição e subtração de fração com denominadores diferentes e o uso de jogos para fixar tais regras, são alternativas metodológicas que levam a bons resultados tanto no campo do conhecimento matemático, quanto na capacidade de se expressão e registro de observações e conclusões. Neste contexto acreditamos que no caso entre o resultado do pré-teste e o desempenho dos alunos no pós-teste, pode estar relacionado, de acordo com Campos e Magina (2004), ao fato desses conteúdos serem apresentados em suas bases na 4ª série do ensino fundamental, não têm explícitos os seus invariantes, e que existe uma tendência considerável, dos professores, em não levar em consideração o grau de dificuldade inerente em cada item do ensino deste conteúdo e sua operacionalização, encontrados nas séries posteriores e a necessidade crescente de novas metodologias e técnicas para o seu ensino.

### **Referências**

- Araújo, L. I. de; Gitirana, V. (2004) Analisando as competências de cálculo de crianças que usaram calculadora em sua formação. In: *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – Anais*: 1 CD-ROM. Recife.
- Bezerra, J. B. (2001). Introdução do Conceito dos Números Fracionários e de suas Representações: uma abordagem criativa para a sala de aula. PUC: São Paulo - Brasil.
- Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*, 1997. Brasília - Brasil.
- Brousseau, G. (1996). Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. et. al. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*, p. 48-72. Porto Alegre: Artes Médicas.

- Brousseau, G. (1996). Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. *Didáctica da Matemática*, p. 35-111. Portugal: Instituto Piaget, 1996.
- Campos, T. e Magina, S. (2004). *Primary school teachers' concepts of fractions and teaching strategies*. Copenhagen - ICME 10.
- Engler, A.; Gregorini, M. I.; Müller, D.; Vrancken, S.; Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisas*, n 23, p.23-29. Santa Fé - Argentina.
- Malaspina, M. da C. O. (2007). *O Início do Ensino de Fração: uma investigação com alunos de segunda série do Ensino Fundamental*. São Paulo: PUC - Brasil.
- Medeiros, K. M. de. (2004). A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. In: *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – Anais*: 1 CD-ROM. Recife.
- Mendes, I. A.; Sá, P. F. de. (2006) *Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula*. Natal: Flecha do Tempo.
- Moreira, P. C.; Ferreira, M. C. C. (2008). A Teoria dos subconstrutos e o Número Racional como operador: das estruturas algébricas às cognitivas. *Revista Bolema*, ano 21, nº 31: p. 103-127. Rio Claro - SP.
- Nascimento, J. (2008). Perspectiva para aprendizagem e ensino dos números racionais. *Revista de Iniciação Científica da FFC*, v. 8, n. 2, p. 196 – 208.
- Notari, A. M. (2002). *Simplificação de frações aritméticas e algébricas: um diagnóstico comparativo dos procedimentos*. São Paulo: PUC.
- Oliveira, M. S. S.; Aguila, M. J. S. D. (2005). *Dificuldade no processo de ensino - aprendizagem na resolução de problemas envolvendo fração na 5ª série do Ensino Fundamental*. UEPA, Belém - Brasil.
- Onuchic, L. R. Allevato, N. S. G. (2008). As diferentes “Personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. *Revista Bolema*, ano 21, nº 31: p. 79 a102. Rio Claro-SP.
- Pais, L. C. (2001). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Rodrigues, W. R. (2005). *Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. São Paulo: PUC.
- Sá, P. F. de. (2004). A resolução de problemas nas aulas de Matemática. In: Apoluceno, I.; Teixeira, E. Org. *Investigações para Revelar: Aspectos da Educação na Amazônia*. Série Educação e Sociedade Amazônica: Belém.
- Sá, P. F. (1999). Ensinando Matemática através da Redescoberta. *Revista Traços*. Belém, v. 2, n. 3, p. 77-81.
- Sá, P. F.; Silva, R. C.; Barros Neto, A. J.; Alves, F. J. C. (2006). Calculadora em sala de aula: uma experiência no ensino de números relativos. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. *Anais*: 1 CD-ROM. Águas de Lindóia-Brasil.
- Sá, P. F.; Jucá, R. S. (2005). A máquina de calcular como recurso didático no ensino dos números decimais. In: XVII ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE NORDESTE. *Anais*: 1 CD-ROM, Belém-Brasil.
- Silva, A. da F. G. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. São Paulo: PUC.

## ANEXOS

### Anexo A

Tabela 1: Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de adição e subtração com frações com denominadores diferentes.

QUESTÕES	ACERTO(%)		ERRO(%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1- Ana Maria está lendo um livro. Em um dia ela leu $\frac{1}{2}$ do livro e, no dia seguinte leu $\frac{1}{7}$ do livro. Que fração corresponde a parte que Ana Maria já leu do livro?	2,2%	88,9%	97,8%	11,1%
2- Uma escola oferece aos seus alunos duas atividades em educação física: basquete e vôlei. Entre os alunos da escola, $\frac{2}{4}$ se inscreveram em basquete e $\frac{1}{6}$ em vôlei. Que fração corresponde a todos os alunos inscritos?	2,2%	86,7%	97,8%	13,3%
3- Para encher um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com $\frac{1}{2}$ das figurinhas enquanto Sandra contribuiu com $\frac{1}{4}$ das figurinhas. Que fração corresponde as figurinhas das duas juntas?	4,4%	93,3%	95,6%	6,7%
4- A área total de uma fazenda foi utilizada para o plantio. A plantação de milho foi feita em $\frac{3}{4}$ da fazenda, e o cultivo de frutas diversas em $\frac{1}{12}$ . Qual é a fração que corresponde a área total da fazenda?	4,4%	95,6%	95,6%	4,4%
5- Dona Carmem deu uma caixa de bombons para seus filhos Carlos e Raimundo. Carlos comeu $\frac{5}{9}$ dos bombons dessa caixa e Raimundo comeu $\frac{3}{2}$ . Qual é a fração que representa a parte dos bombons que eles comeram da caixa?	2,2%	88,9%	97,8%	11,1%
6- Em um loteamento com $\frac{3}{7}$ de terreno, foram vendidos avista $\frac{1}{4}$ dos lotes e o restante foi vendido a prazo. Que fração do loteamento foi vendida a prazo?	0%	77,8%	100%	22,2%
7- Em uma cidade, $\frac{3}{4}$ da população votou na eleição para prefeito. As mulheres correspondiam a $\frac{1}{2}$ das pessoas. Que fração representa os votos dos homens?	0%	91,1%	100%	8,9%
8- Em uma lanchonete restam $\frac{5}{8}$ de um bolo para serem vendidos. No final da tarde foram vendidos $\frac{1}{3}$ . Que fração do bolo não foi vendida?	0%	88,9%	100%	11,1%
9- Augusto levou $\frac{4}{3}$ de uma pizza para casa, mas só comeu $\frac{1}{12}$ . Que fração da pizza Augusto não comeu?	2,2%	84,4%	97,8%	15,6%
10- Paulo foi ao parque de diversões e tem $\frac{8}{5}$ de sua mesada para gastar. Com os brinquedos ele já gastou $\frac{5}{2}$ . Que fração restou de sua mesada para comprar um lanche?	0%	82,2%	100%	17,8%

Fonte: Pesquisa de campo.

**Anexo B**

Tabela 15: Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de multiplicação e divisão com frações.

QUESTÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	ERRO		ACERTO	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1- Uma bandeira tem três cores: vermelho, amarelo e branco. Nessa bandeira $\frac{1}{3}$ corresponde à faixa vermelha e, dessa faixa $\frac{1}{4}$ foi reservado para desenhar um emblema. Qual é a fração da bandeira na qual está o emblema?	62%	11%	38%	89%
2- Você dedica $\frac{1}{2}$ do tempo livre para estudar. Desse tempo de estudo $\frac{1}{5}$ você gasta estudando matemática. Qual é a fração do tempo livre que você utiliza para estudar matemática?	67%	7%	33%	93%
3- De uma folha de papel de seda. Rodrigo só tem a $\frac{1}{2}$ . Dessa metade, ele usou $\frac{1}{3}$ para fazer um remendo em sua pipa. Que fração da folha de papel de seda ele usou para remendar a pipa?	64%	11%	36%	89%
4- Gastei $\frac{1}{4}$ de hora para ir a pé da escola até a casa da minha tia. Minha irmã foi de bicicleta e gastou $\frac{1}{6}$ do tempo que gastei. Que fração da hora ela gastou?	64%	4%	36%	96%
5- Uma jarra de suco está preenchida com $\frac{1}{3}$ de sua capacidade. Fabiana tomou $\frac{1}{7}$ do suco que havia na jarra. Que fração da jarra representa o que ela bebeu?	64%	7%	36%	93%
6- Quantos pacotes de $\frac{1}{6}$ kg de leite são necessário para obtermos pacotes de $\frac{1}{2}$ kg de leite?	100%	9%	0%	91%
7- Dona Marina quer embalar $\frac{2}{3}$ de kg de balas de coco em saquinhos com $\frac{4}{9}$ de Kg. Quantos saquinhos ela conseguiu encher?	100%	18%	0%	89%
8- Dona Carmem distribuiu $\frac{1}{3}$ do bolo, dando $\frac{1}{6}$ a cada um de seus sobrinhos. Quantos sobrinhos a dona Carmem tem?	100%	7%	0%	93%
9- Para fazer um vestido uma costureira gasta $\frac{3}{2}$ de metro de linha. Quantos vestidos iguais a esse podem ser feitos com $\frac{5}{9}$ de metros de linha?	100%	18%	0%	89%
10- Tatiana usa $\frac{1}{12}$ metros de fita para enfeitar toalhinhas. Quantas toalhinhas ela poderá enfeitar com $\frac{4}{3}$ de fita?	100%	13%	0%	87%

Fonte: Pesquisa de campo/2009