

Unidad Didáctica

*Introducción a Los Números
Enteros*

Carlos Bernal (2011)

matematicascb@hotmail.com

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

El conjunto de los números enteros se representa por la letra Z donde:

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Una de las razones de la necesidad de trabajar con estos números es que en **N** no se puede restar (en general). Por consiguiente los números enteros son una generalización del conjunto de números naturales que incluye números negativos (resultados de restar a un número natural otro mayor), incluyendo el cero.

Además los números enteros surgen de la necesidad de representar cantidades con relaciones opuestas como el ganar y el perder dinero (ganar B/. 1000 se representa por +100 y a su vez una deuda de B/. 500 por -500). Análogamente representamos con números + y - cantidades opuestas como las temperaturas frías y calientes, altitudes sobre y bajo el nivel del mar, sentidos opuestos como subir y bajar, etc. En fin los números enteros al igual que los signos + y - son tan parte de nuestro entorno que aparecen en las pilas que los discentes colocan en sus juguetes y hasta en los detalles de la factura que nos hace llegar la compañía que nos brinda el servicio eléctrico. Estas y otras situaciones de aplicación se pueden utilizar para motivar el estudio del conjunto numérico.

Otras de las bondades del tema son sus conexiones intra-matemáticas y con otras materias; como por ejemplo en los conceptos trigonométricos como los ángulos positivos y negativos, el plano cartesiano para la localización de puntos que no es más que dos rectas numéricas una horizontal y otra vertical que tienen en común la posición cero. Con relación al algebra existe un paralelo entre las operaciones básicas con números enteros y las operaciones básicas con términos semejantes. En la física se aplican en magnitudes vectoriales como la velocidad y desplazamiento. En la contabilidad se aplican en los conceptos de balance como el de pasivo y activo.

La secuencia didáctica pretende que los estudiantes valoren la importancia de este conjunto de números como base fundamental para una comunicación eficaz en los diferentes contextos laborales y profesionales que el hombre ejerce. Sin la existencia estos números; no sabríamos precisar que significaría la expresión 5º C ¿es una tº sobre cero? ¿es una tº bajo cero? Pero con la aplicación de los signos + y - podemos precisarlo a través de una escritura simplificada y eficaz. Además de esto

que los estudiantes resuelvan problemas de localización aplicando desde ya el plano cartesiano de manera implícita. Que sepan interpretar y representar diversas situaciones simbólicamente utilizando números enteros. Elevar el potencial matemático presentándoles las diversas actividades que se puedan desarrollar aplicando números enteros.

Las actividades de la unidad se diseñaran para un día de clases de 40 minutos (secuencia de 8 horas). A demás cada actividad presentara al inicio las capacidades previas y las competencias que se pretenden alcanzar.

2. OBJETIVOS

- ✓ Reconocer la necesidad de trascender del conjunto números naturales al conjunto de los números enteros.
- ✓ Utilizar de manera implícita el plano cartesiano para resolver actividades de localización y dirección.
- ✓ Representar diferentes situaciones y magnitudes simbólicamente utilizando los números enteros.
- ✓ Interpretar de manera correcta expresiones compuestas con símbolos y números enteros.
- ✓ Diferenciar ángulos positivos de ángulos negativos y saber representarlos.
- ✓ Conocer y desarrollar actividades de ordenamientos de números enteros de manera ascendente y descendente haciendo uso de la recta numérica para su comprensión y resolución.

3. CONTENIDOS

3.1 La importancia de extenderse del conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros

- ✓ Definición del conjunto
- ✓ Actividades de localización y dirección
- ✓ Relaciones de orden en el conjunto de los enteros y la recta numérica
- ✓ Representaciones simbólicas de situaciones y magnitudes utilizando los enteros

4. CONTEXTUALIZACIÓN

El Instituto Profesional y Técnico de Azuero (IPTA) está ubicado en el Distrito de Los Santos, Provincia de Los Santos, País Panamá. Esta provincia es reconocida en el país como “la cuna del folclor” sus habitantes arraigan una cultura rural y las actividades más destacadas en la provincia es la agricultura y ganadería. La actividad comercial e industrial tiene poca representación en la región. El IPTA como su nombre lo dice es uno de los 69 colegios del país que se especializan en brindar una formación académica, técnica e industrial en ramas como la electricidad, electrónica, informática, autotrónica, etc.

El caso particular que nos compete en esta unidad didáctica son los estudiantes de 7º grado; los participantes tienen entre 12 y 13 años de edad.

5. PROBLEMÁTICA

Basándonos en las experiencias vividas en este nivel encontramos las siguientes dificultades:

- ✓ Los estudiantes que ingresan al 7º grado presentan deficiencias en las operaciones básicas con números naturales. Los supervisores en el área de matemáticas nos siguieren retroalimentar al menos dos semanas temas matemáticos del nivel anterior al inicio de cada año escolar. Esto se debe que el sistema carece de especialistas de matemáticas en la educación primaria (de 1º a 6º grado). Por lo tanto el estudiante carece de ciertas competencias matemáticas que debe adquirir en la secundaria.

- ✓ Algunos presentan dificultades en interpretar y manejar adecuadamente los números negativos. Uno de los errores más frecuentes es la omisión del signo menos tanto en la escritura y en la lectura de respuestas. Por ejemplo si el resultado es -2 ellos leen “dos” y cuando el resultado es -3 escriben “3”. El profesor debe enfatizar a través de actividades y reflexiones la importancia de los enteros negativos.

- ✓ La utilización de bancas individuales en el aula causa que las orientaciones del profesor vayan dirigidas a individuos y no a grupos de 2 ó 3. Limita la comunicación entre discentes; elemento importante para el aprendizaje matemático. Cuando el profesor promueve actividades en grupo estas bancas limitan el desarrollo de las mismas. Dificultan el trabajar con útiles escolares, el jugar y la interacción social debido a su diseño apropiado para niveles superiores.



6. METODOLOGIA Y RECURSOS

En cuanto a la manera de enseñar orientaremos a los estudiantes a través de preguntas y actividades para concebir la construcción del concepto y la importancia de los números enteros. Les aplicaremos actividades nuevas con relación al contexto estudiantil para motivarlos al pensamiento, desarrollo cognitivo y a la motivación por el tema matemático. Pretendo ubicarme dentro de los roles de un orientador, facilitador o guía y que los estudiantes sean los verdaderos constructores o forjadores del propio aprendizaje.

Con relación a los recursos contaremos con pizarras blancas, bancas individuales, acondicionador de aire, proyector multimedia y fotocopias de actividades diseñadas por el profesor.

7. SECUENCIA DIDÁCTICA

PRIMER TEMA

Definición del conjunto de los números enteros y algunas aplicaciones

Duración: 3 horas

Capacidades	Competencias matemáticas						
	PR	A	C	M	RP	R	LS
Razonar sobre la importancia y la relación estrecha que existe entre los números enteros con diversas situaciones del entorno	x	x	x				x
Interpretar diversas situaciones del entorno y traducirlas de manera simplificada utilizando los números enteros	x		x		x	x	x

PR: pensar y razonar, A: argumentar, C: comunicar, M: modelizar, RP: resolver problemas, R: representar, LS: lenguaje simbólico.

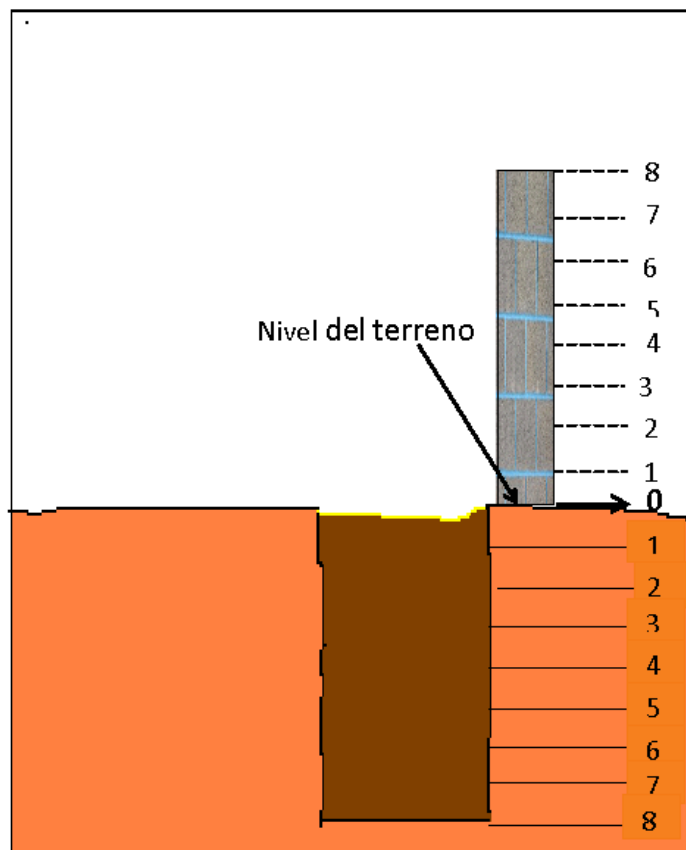


Figura 1

Se hizo una excavación de 8 pies de profundidad al lado de un muro de 8 pies de altura.

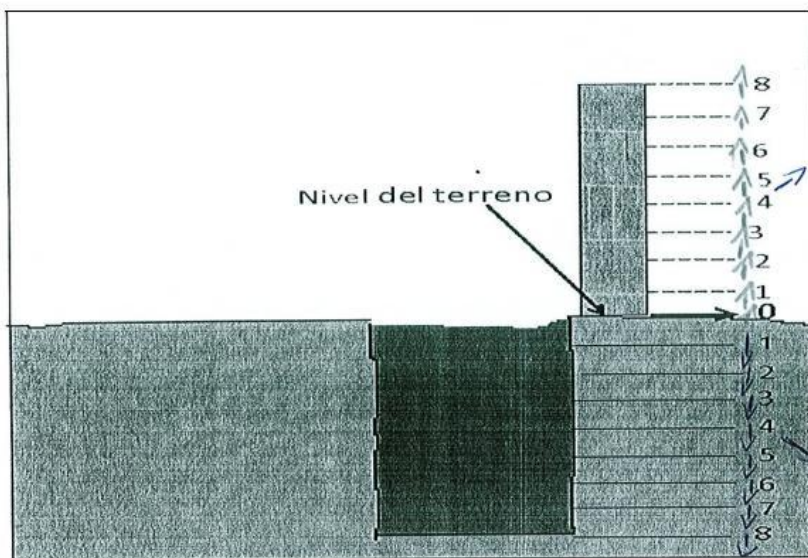
¿Qué diferencia existe entre los 8 pies de altura del muro y los 8 pies de profundidad de la excavación?

Con respecto a la figura 1 ¿Existe alguna diferencia entre los 4 pies sobre el nivel del terreno y los 4 pies bajo el nivel del terreno? ¿Cómo diferenciarlos?

¿Cómo saber cuando son 5 pies sobre el nivel del terreno o 3 pies bajo el nivel del terreno; sin tener que escribir las frases “sobre el nivel del terreno” o “bajo nivel del terreno”?

¿Podrías colocar a los números de arriba y abajo alguna seña o signo para diferenciarlos? ¡Inténtalo!

Evidencias



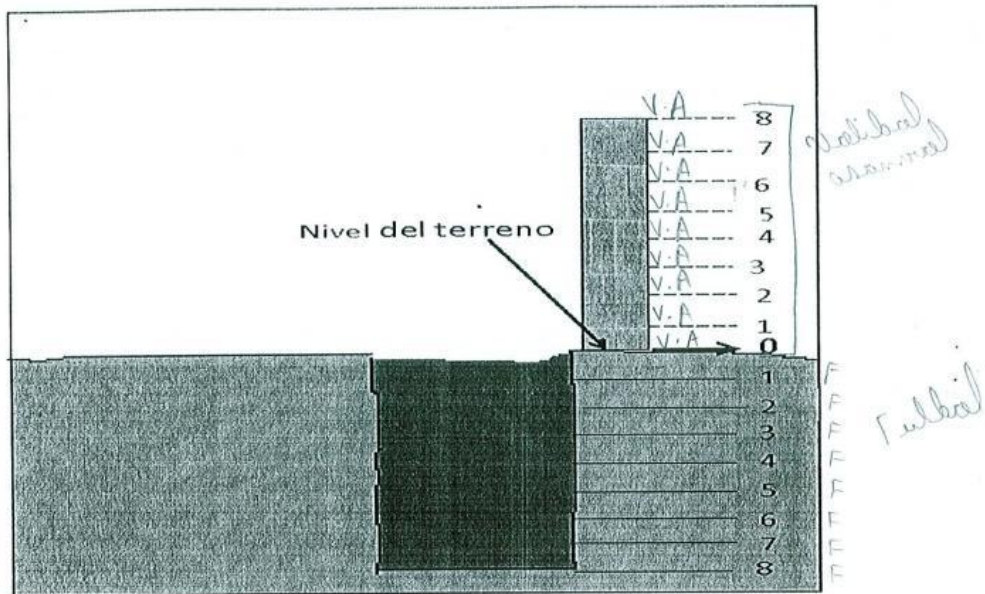
¿Qué diferencia existe entre los 8 pies de altura del muro y los 8 pies de profundidad de la excavación?
Con respecto a la figura 1 ¿Existe alguna diferencia entre los 4 pies sobre el nivel del terreno y los 4 pies bajo el nivel del terreno? ¿Cómo diferenciarlos?
¿Cómo saber cuando son 5 pies sobre el nivel del terreno o 3 pies bajo el nivel del terreno; sin tener que escribir las frases “sobre el nivel del terreno” o “bajo nivel del terreno”?
¿Podrías colocar a los números de arriba y abajo alguna seña o signo para diferenciarlos? ¿Y un nombre especial para el grupo de arriba y otro nombre para el de abajo? Si ¡Inténtalo!

~~Los números de arriba~~

* a los números de arriba le ponga este nombre porque crea que este es el mejor
superior

* a los de abajo le ponga este nombre porque crea que es el adecuado
inferior

Este estudiante a los números sobre el nivel los llamo Superior y los identificó con el signo \uparrow y a los números bajo el nivel llamo Menor y les colocó el signo \downarrow .



¿Qué diferencia existe entre los 8 pies de altura del muro y los 8 pies de profundidad de la excavación?
 Con respecto a la figura 1 ¿Existe alguna diferencia entre los 4 pies sobre el nivel del terreno y los 4 pies bajo el nivel del terreno? ¿Cómo diferenciarlos?
 ¿Cómo saber cuando son 5 pies sobre el nivel del terreno o 3 pies bajo el nivel del terreno; sin tener que escribir las frases "sobre el nivel del terreno" o "bajo nivel del terreno"?
 ¿Podrías colocar a los números de arriba y abajo alguna seña o signo para diferenciarlos? ¿Y un nombre especial para el grupo de arriba y otro nombre para el de abajo? Si ¡Inténtalo!

1. Los de arriba es más fuerte de volibol
 2. Los de abajo menor espesor y menor fuerte de futbol

Esta estudiante a los números sobre el nivel nombró volibol y los identificó con las letras V.A y a los números bajo el nivel llamó futbol y les colocó la letra F.

Estos resultados indican que se estableció en el estudiante una diferencia entre los números de arriba y debajo de cero y posteriormente también existirá una diferencia entre los números a

la derecha e izquierda de cero. De este modo se obtuvo una experiencia positiva para proceder con la definición formal del conjunto y a la resolución de ejercicios.

Ciertamente los matemáticos tuvieron la gran necesidad de crear un conjunto mas allá de los números naturales que estudiaste en primaria para resolver problemas como estos y que operaciones como $3 - 5$ que te dijeron en la escuela que no se podían resolver tuviera solución.

Este conjunto se llama los números enteros donde existen números enteros positivos y números enteros negativos.

Definamos ahora como positivos las medidas sobre el nivel del terreno y como negativas las medidas bajo el nivel del terreno. Para esto solamente colocamos delante de los números de arriba el signo “+” y a los de abajo el signo “-”.

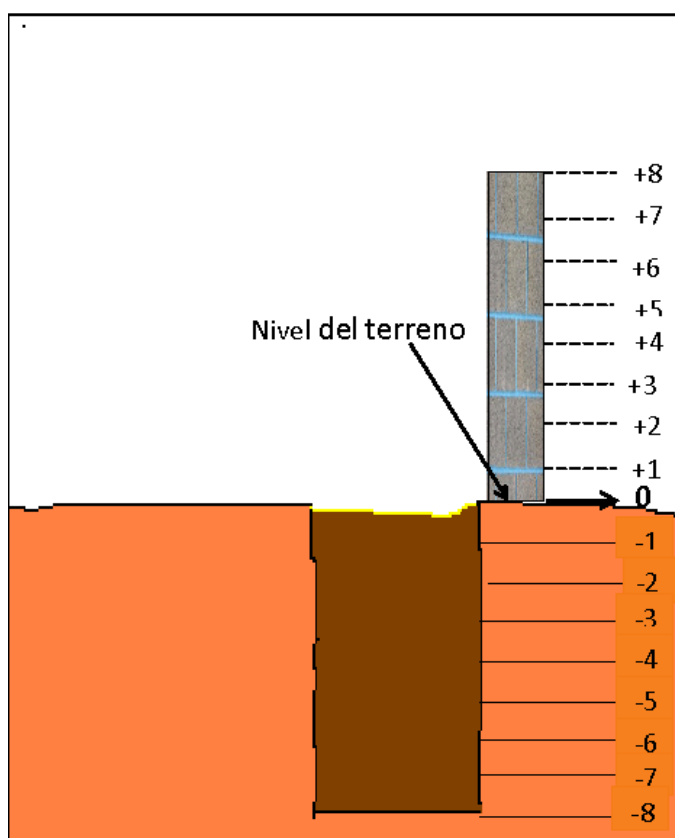


Figura 2

Luego podemos deducir fácilmente por ejemplo que -2 representa a los 2 pies bajo el nivel del terreno o que $+6$ representa a los 6 pies sobre el nivel del terreno.

Este conjunto al igual que los números naturales es infinito y se representa por la letra Z .

$$Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Además de las alturas hay otras magnitudes que varían en sentidos contrarios por ejemplo:

- ✓ Las temperaturas sobre y bajo cero: 20° C sobre cero se representa -20°C Y 5° C bajo cero como -5°C.
- ✓ Las fechas referidas a la era cristiana:

Año 100 AC
Año -100

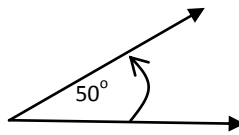
Nacimiento de Cristo
Año 0

Año 100 DC
Año +100

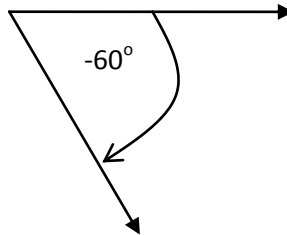
- ✓ La cantidad de dinero que posee, gana, debe o pierde una persona

- ✓ Ángulos positivos y negativos:

50° se representa



-60° se representa



- ✓ Y otros...

Actividades de afianzamiento

Simplifica la escritura de las siguientes situaciones utilizando los números enteros

Adeudar B/. 5	
7° C bajo cero	
Ganar B/. 100	
Quinientos años AC	
Después de 5 horas	
Año en que nació Jesús	
Cinco pasos a la derecha	
Bajar tres metros	
Tres pies sobre el nivel del mar	
Setecientos años DC	
Antes de 2 horas	

Traduce al lenguaje natural las siguientes expresiones

Año -300	
- B/. 200	
+32°C	
-5' nivel del mar	
La puesta esta a +6 pasos	
-3h	
+B/. 150	
Camina -5m y después +8m	

Construye los siguientes ángulos:

70°, -80°, 150° y 130°

SEGUNDO TEMA

Utilización implícita del plano cartesiano para resolver ejercicios de desplazamiento

Duración: 4 horas

Capacidades	Competencias matemáticas						
	PR	A	C	M	RP	R	LS
Establecer el signo del desplazamiento considerando como posición inicial el cero en cualquier representación grafica de los números enteros			x		x	x	x
Describir sucesiones de desplazamientos para trasladarse de una posición inicial a una final atravesando entre ellas otras no colineales.			x		x	x	x

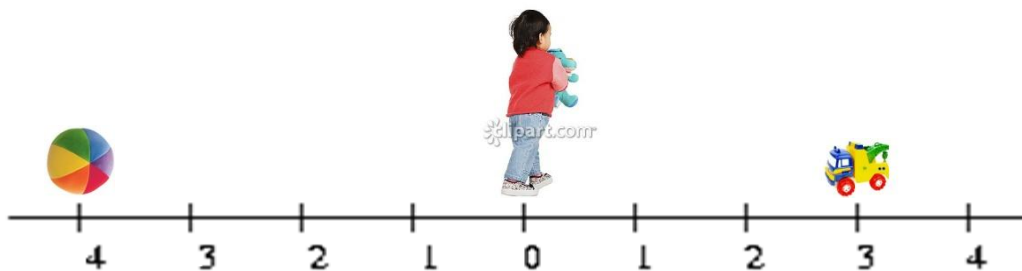


Figura 3

Ha este niño la mamá le ordenó que recogiera los juguetes.

Utilizando los números enteros y ubicando al niño en la posición inicial cero y si cada unidad en la figura representa un pie ¿A que distancia esta el carrito del niño? ¿A que distancia esta la pelota?

¿Hacia donde tiene que caminar para recoger el carro y hacia donde tiene que caminar para recoger la pelota?

¿Se podrían aplicar nuevamente los signos + y - en este caso?

Cuando una persona u objeto cambia de posición a esto se le llama desplazamiento.

¿Cuál sería el desplazamiento positivo y cual el negativo?

¿Si el niño determina recoger primero el carro hacia donde se desplazaría y que distancia recorre? ¿Qué signo se le otorgaría a este desplazamiento? ¿Cómo se escribiría?

¿Si el niño determina recoger primero la pelota hacia donde se desplazaría y que distancia recorre? ¿Qué signo se le otorgaría a este desplazamiento? ¿Cómo se escribiría?

Si observamos nuevamente la figura 2 utilizada en el primer día; observarás que a las unidades por encima del cero le otorgamos el signo + y a las de abajo el signo menos (-).

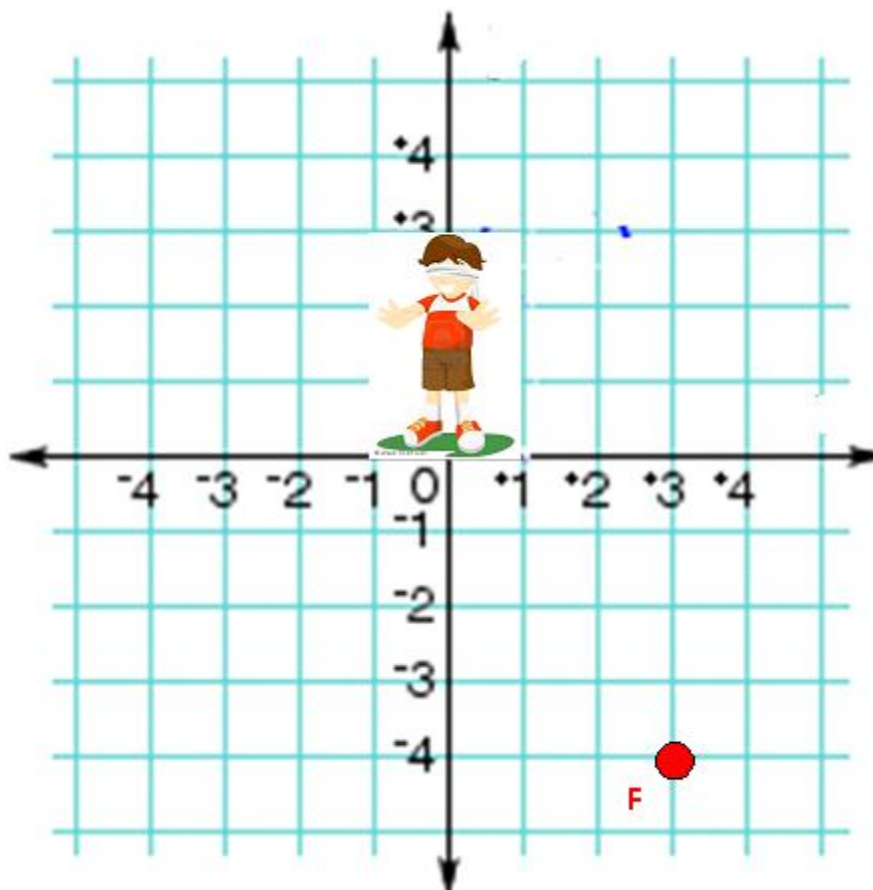
Si uniéramos la figura 2 con la figura 3 ¿Qué nueva figura surgiría?

*Se espera que los estudiantes traten de obtenerla.

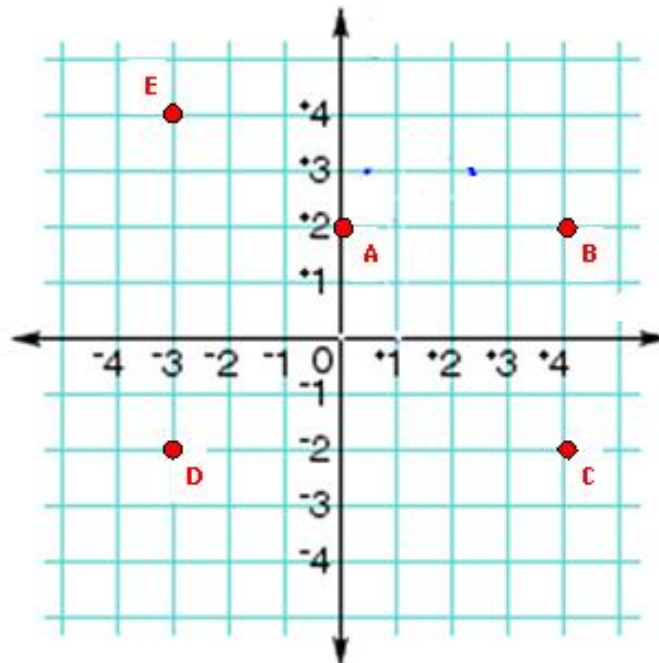
Si alguno la obtiene se le felicita y a los que quedaron cerca se les orienta.

✓ **Resuelve el siguiente ejercicio:**

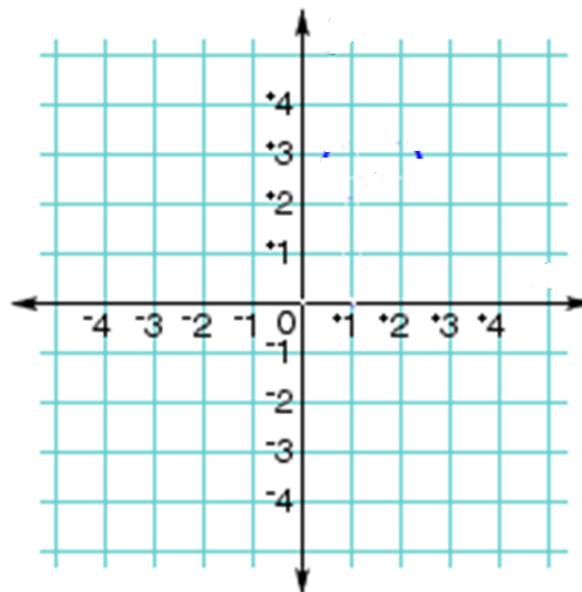
Juan esta vendado y con ayuda de sus compañeros debe llegar a la posición F que esta marcada en el piso para lograr puntos para su grupo. ¿Si fueras del grupo de Juan como lo orientarías? Guíate de la siguiente ilustración y considera cada unidad un paso y Juan colocado en la posición de inicio cero.



- ✓ Que desplazamientos horizontales y verticales tendría que hacer una persona para trasladarse desde la posición de origen cero; hasta la posición E pasando por las posiciones anteriores.



- ✓ Traza con lápiz rojo la siguiente secuencia de desplazamientos; teniendo como posición de origen el cero.
 -3 unidades verticalmente, -3 u horizontalmente, 8 u verticalmente,
 7 u horizontalmente, -5 u verticalmente, -4 u horizontalmente.



¿De cuantas unidades fue la distancia recorrida? ¿Con esta distancia que hemos calculado?
 ¿Cuántos cuadritos conforman el interior de la figura formada? ¿Qué significa esto?

✓ **Determina la dirección**

	<p>Para indicar las direcciones utilizamos las palabras Norte, Sur, Este y Oeste. La rosa de los vientos de aquí al lado muestra esas cuatro direcciones.</p> <p>Para tener más precisión puedes utilizar direcciones entre las cuatro direcciones principales: Noroeste (NO), Noreste (NE), Sureste (SE) y Suroeste (SO).</p> <p>Fíjate bien en las direcciones y sus nombres; después vas a aplicar estos conocimientos.</p>
--	--

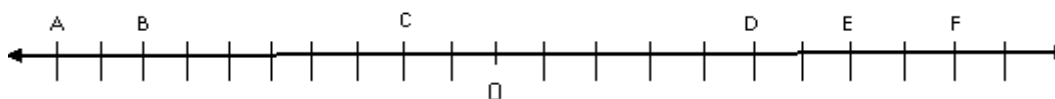
Guiándote del siguiente mapa escoge la respuesta correcta de las siguientes preguntas rellenando el pequeño círculo delante de cada alternativa.



Si nos transportáramos en helicóptero:

<p>A. ¿En qué dirección hay que ir desde Chitré para llegar a Soná?</p> <p><input type="radio"/> Norte</p> <p><input type="radio"/> Sur</p> <p><input type="radio"/> Este</p> <p><input type="radio"/> Oeste</p>	<p>B. ¿En qué dirección hay que ir desde Macaracas para llegar a Las Tablas?</p> <p><input type="radio"/> Norte</p> <p><input type="radio"/> Sur</p> <p><input type="radio"/> Este</p> <p><input type="radio"/> Oeste</p>	<p>C. ¿En qué dirección hay que ir desde Chitré para llegar a Tonosi?</p> <p><input type="radio"/> Norte</p> <p><input type="radio"/> Sur</p> <p><input type="radio"/> Este</p> <p><input type="radio"/> Oeste</p>
<p>D. ¿En qué dirección hay que ir desde Santiago para llegar a Penonomé?</p> <p><input type="radio"/> Norte</p> <p><input type="radio"/> Noreste</p> <p><input type="radio"/> Este</p> <p><input type="radio"/> Suroeste</p>	<p>E. ¿En qué dirección hay que ir desde Las Tablas para llegar a Tonosi?</p> <p><input type="radio"/> Sur</p> <p><input type="radio"/> Sureste</p> <p><input type="radio"/> Suroeste</p> <p><input type="radio"/> Oeste</p>	<p>F. ¿En qué dirección hay que ir desde Macaracas para llegar a Santiago?</p> <p><input type="radio"/> Norte</p> <p><input type="radio"/> Noreste</p> <p><input type="radio"/> Noroeste</p> <p><input type="radio"/> Oeste</p>

- ✓ **Orientándose por la siguiente figura. Determine los números enteros que correspondan a las posiciones A, B, C, D y F.**



A:	B:	C:	D:	E:	F:
----	----	----	----	----	----

Luego determine el número que corresponda a la posición final dadas las siguientes situaciones:

6 unidades a la izquierda de F:
4 unidades a la derecha de E:
16 unidades a la izquierda de D:
22 unidades a la derecha de A:
7 unidades a la izquierda de B:

TERCER TEMA

Relaciones de orden en los enteros

Duración: 1 hora

Capacidades	Competencias matemáticas						
	PR	A	C	M	RP	R	LS
Proporcionar argumentos para justificar por qué un número entero es mayor que otro		x	x		x		x

¿Qué es mejor ganar B/. 20 trabajando o estar sin dinero y tener una deuda de – B/. 50?

¿A que temperatura hay mas calor en 20º C o en 32º C?

En cual de estas situaciones hay más profundidad en 5 pies sobre el nivel del mar o en -3 pies bajo el nivel el nivel del mar.

Si en estas situaciones que representamos con números enteros hay diferencias de orden; desde luego que en los propios números enteros también existen.

Que valor es mayor 5 ó -100, 0 ó -9.

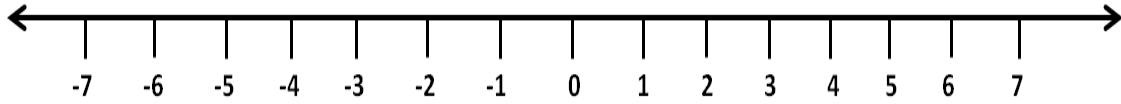
Un concepto matemático que es pertinente recordar es el de recta.

¿Qué es una recta? Una recta es una sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección y orientada en dos sentidos contrarios.

Este concepto guarda mucha relación con el conjunto de los enteros ya que este también es infinito en dos sentidos contrarios.

Es por ello que hemos utilizado rectas junto con los números enteros en las actividades anteriores.

Ahora bien la siguiente recta tiene un nombre:



Y se le llama recta numérica. La recta numérica nos permite apreciar el orden que existe en el conjunto de los números enteros.

Resuelve el siguiente ejercicio:

- ✓ Compara las siguientes pareja de números enteros y coloca en el medio el signo correspondiente de $<$ ó $>$.

5		3
-7		-1
-10		0
8		-8
300		-500

Observa cual es la posición de 5 con relación a 3 en la recta numérica.

Observa cual es la posición de -1 con relación a -7 en la recta numérica.

Observa cual es la posición de 8 con relación a -8 en la recta numérica.

¿Encuentras alguna relación entre los números que resultaron ser mayores?

Ordena el siguiente grupo de números de mayor a menor

-7, 11, -9, 15, 0, -1, 2 : _____

19, -13, 2, 0, 55, 40, -60 : _____

Ordenar los siguientes números de menor a mayor

-17, 23, 1, 4, -1, 0, -8 : _____

-80, 6, -3, 20, 0, -11, -25 : _____

8. Valoración final

Esta propuesta fue ejecutada y aún tiene sus efectos actualmente en estudiantes entre 12 y 13 años de la provincia de Los Santos en el interior del país. La experiencia vivida fue motivadora y aunque nos encontramos a inicio de curso tenemos buenas expectativas con relación al año escolar 2011. Las operaciones y la aplicación de los números enteros son una de las competencias básicas que todo discente de este nivel debe adquirir debido a su alta aplicabilidad y correlaciones intra y extra matemáticas. Este informe fue elaborado con la más sincera intención de brindar la mejor introducción de los números enteros a estos estudiantes de inicio de premedia.