

MODELACIÓN EN EL BACHILLERATO

Adriana Gómez Reyes; Ángel Homero Flores Samaniego

orodelsilencio@yahoo.com.mx; ahfs@unam.mx

IPN; UNAM. México

Modalidad: Comunicación breve

Nivel Educativo: Medio

Tema: II.1 La resolución de problemas como herramienta para la modelización matemática

Palabras clave

Modelación, bachillerato, funciones exponenciales.

Resumen

De acuerdo con Neumaier (2003) la modelación matemática es el arte de traducir problemas de un área de aplicación a formulaciones matemáticas manejables cuyos análisis teórico y numérico tienen como resultado una visión clara del problema, respuestas a éste y una guía útil para la aplicación que originó el modelo. De esta manera la modelación se convierte en el vehículo principal en la aplicación de la matemática en todos los ámbitos del conocimiento.

Los programas actuales de bachillerato (15 a 17 años) en México, consideran la modelación como metodología de enseñanza, por lo que abordamos esta forma de trabajo en particular en el tema de funciones exponenciales y logarítmicas.

La red de actividades estudiada considera una tarea de investigación, un problema relacionado con el carbono 14 y una rúbrica elaborada en forma conjunta con el grupo (Flores y Gómez, 2009). Los productos obtenidos son los reportes de investigación, los reportes de resolución de problemas por equipos y la rúbrica misma.

Antecedentes

En años recientes, se ha ido desarrollando en México la Reforma Integral para la Educación Media Superior (RIEMS), que tiene como finalidad unificar los distintos sistemas educativos existentes en el país. Dicha Reforma define, en el acuerdo 444 (SEP, 2008) las competencias que el egresado debe dominar, y las clasifica en genéricas y disciplinares. Entre las competencias genéricas, se abordan desde todas las disciplinas, se indica que los egresados deben ser capaces de *Construir hipótesis así como diseñar y aplicar modelos para probar su validez*, mientras que en las correspondientes al área de Matemáticas, destacan: *Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los*

contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

En estas competencias es clara la importancia de la modelación como estrategia de enseñanza, para lograr en los estudiantes el manejo tanto en la comprobación de hipótesis, como en la interpretación y análisis de la realidad. La matemática cumple un papel imprescindible en esta labor.

Marco teórico

Como marco de referencia se utiliza el correspondiente al modelo de enseñanza denominado Aprender Matemática, Haciendo Matemática (AMHM) descrito en Flores (2007). Dicho modelo parte de dos premisas:

- a) El estudiante es el centro de todo el proceso de aprendizaje; por tanto, es él quién debe hacer la matemática con el fin de aplicar lo que ya sabe a situaciones específicas y aprender la matemática que le permitirá resolver nuevos problemas y establecer nuevas relaciones entre conceptos.
- b) El estudiante es un ser humano que se desempeña en compañía de otros seres humanos y se relaciona con ellos, por tanto necesita sentirse seguro y con confianza para aprender dentro de una comunidad.

En este sentido, AMHM está centrado en el estudiante.

El Medio Ambiente de Enseñanza-Aprendizaje, es crucial para obtener un buen resultado y se define como todo aquello que contribuye a la adquisición del conocimiento en un aula, desde el mobiliario y su disposición, hasta los materiales y las actividades de enseñanza que se estudian y llevan a cabo. Este concepto corresponde en cierta medida con el concepto de *milieu* que utiliza Brousseau en su Teoría de las Situaciones Didácticas (Flores, 2007)

En el estudio de fenómenos, naturales o no, la modelación matemática es el proceso que lleva al planteamiento de modelos matemáticos que reproducen los datos obtenidos del fenómeno y ayuda a su comprensión. En la enseñanza se utiliza la modelación como una estrategia de enseñanza-aprendizaje. En este caso el objetivo del estudiante es encontrar el modelo matemático que le ayude a interpretar el fenómeno bajo estudio; y

el objetivo del profesor es que el estudiante utilice su conocimiento para encontrar el modelo o genere nuevo conocimiento, si el que posee no es suficiente para hallarlo.

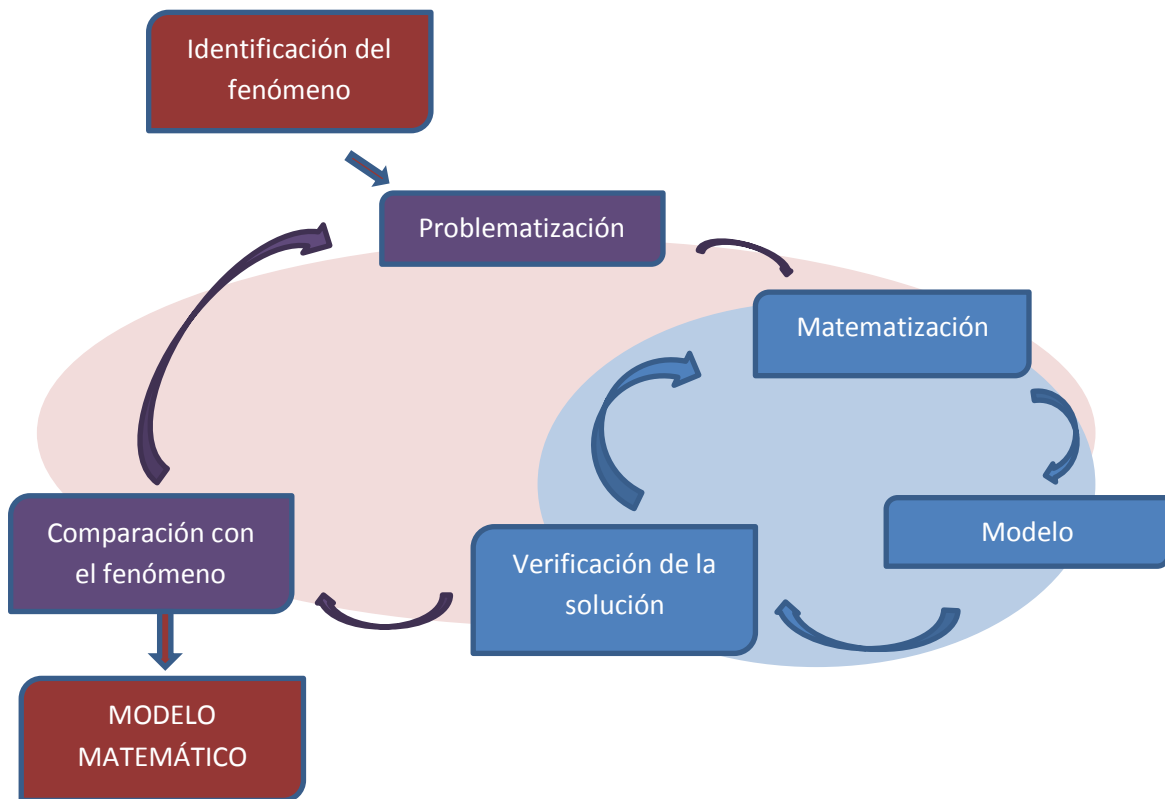


Ilustración 1. Diagrama del proceso de modelación.

El primer paso es identificar el fenómeno que se pretende estudiar. Una vez que se ha identificado las características que nos interesan se plantea el problema en estudio, pasando a la etapa de matematización, con la que se logra la generación de un modelo matemático propuesto, en este modelo se verifican los datos o soluciones obtenidas, si estas responden adecuadamente a la matematización del problema, dejando el modelo propuesto como un modelo útil o creando un ciclo para generar un nuevo modelo a través de una nueva matematización. Si se cierra el ciclo, se pasa a la comparación con el fenómeno original, generando un nuevo ciclo al revisar si la problematización es la adecuada o se dará una nueva problematización. Estos dos posibles ciclos son visibles en la ilustración 1.

En el marco del modelo AMHM se considera que, en las actividades de modelación, el estudiante debe tomar decisiones acerca del modelo matemático que mejor se adapte a

la situación y sobre el procedimiento para obtenerlo. Así, tenemos dos tipos de actividades de modelación matemática:

- *Actividades Piensa y Actúa*, en las que el estudiante tiene todos los elementos para obtener el modelo que mejor reproduzca el fenómeno en cuestión. El modelo se deduce del enunciado del problema o en la descripción de la situación.
- *Actividades de Ajuste de Curvas*, en las que el estudiante se enfrenta a una serie de datos numéricos obtenidos de la medición del fenómeno y debe procesarlos con el fin de obtener la ecuación de la función que mejor se adapte a la representación gráfica de los datos.

Durante la planeación las actividades se agrupan en redes, de forma que se complementan, actividades de distintos tipos se fortalecen unas a otras. En este caso tenemos una Actividad de Piensa y Actúa, referente al uso de Carbono 14 para la datación de fósiles, que se complementa con una investigación previa y la generación de una Rúbrica como se define en Gómez y Flores (2009) a partir de lo trabajado en el problema.

La presente investigación busca constatar, a través del modelo AMHM, como la modelación se utiliza en el nivel bachillerato, en particular en la enseñanza de funciones exponenciales.

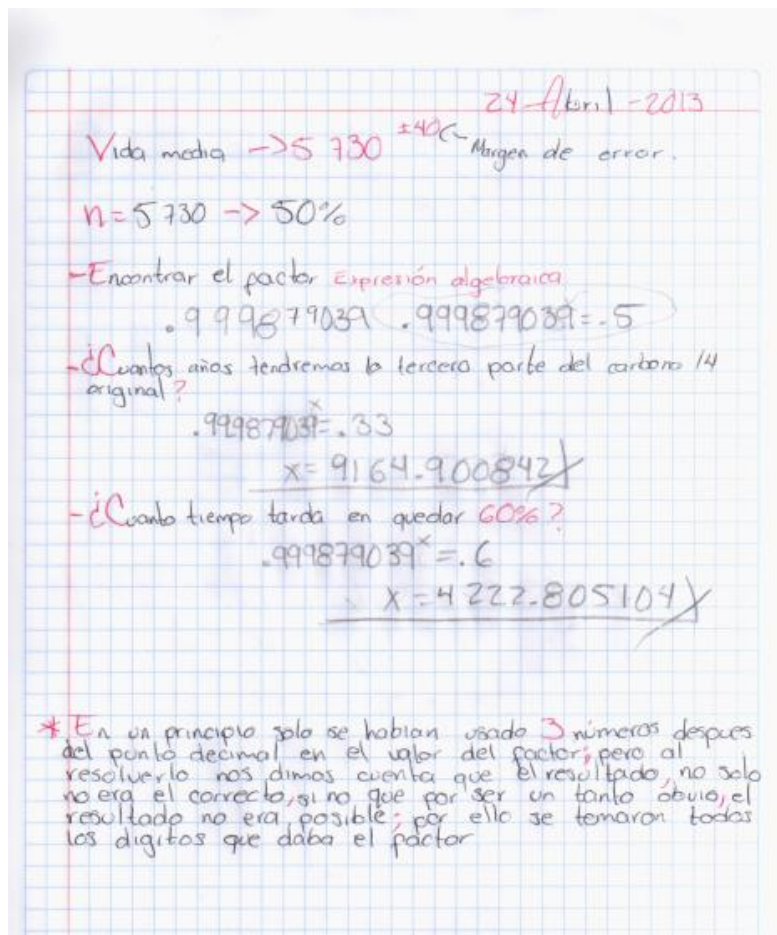
Metodología

Esta red de actividades se aplicó en un grupo de cuarto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). El programa de dicho semestre se enfoca en el estudio de la función, comenzando con polinomios, pasando por las funciones racionales, con radicales, trigonométricas y terminando con funciones logarítmicas y exponenciales.

Este grupo de cuarto semestre se caracteriza porque, en la clase de física, aprendió a usar la tabulación de la calculadora (no es graficadora) y lo aprovechan para revisar sus funciones. Necesitan tener la expresión algebraica y definir máximo, mínimo e intervalos para la tabla.

La primera actividad es la investigación que realizan fuera del aula, para revisar esta actividad se realiza una discusión en la clase, a partir de algunas preguntas detonadoras, tendientes a aclarar las palabras poco usuales, a comparar diferentes definiciones y aclarar el uso del Carbono 14 en la datación de fósiles.

Después de esta discusión, y teniendo el dato de que la vida media del Carbono 14 es de 5 730 años, se plantean algunas preguntas a resolver por equipos, a manera de problema: ¿En cuántos años tendremos la tercera parte del Carbono 14 original? ¿Cuánto tiempo debe pasar para encontrar el 60% del Carbono 14 original? La siguiente imagen presenta uno de los reportes del trabajo elaborado por uno de los equipos.



24 Abril - 2013

Vida media \rightarrow 5 730 ± 40 C Margen de error.

$n = 5730 \rightarrow 50\%$

- Encontrar el factor *Expresión algebraica*

$\cdot 999879039 \cdot 999879039 = .5$

- ¿Cuántos años tendremos la tercera parte del carbono 14 original?

$\cdot 999879039^x = .33$

$x = 9164.900842$

- ¿Cuánto tiempo tarda en quedar 60%?

$\cdot 999879039^x = .6$

$x = 4222.805104$

* En un principio solo se habían usado 3 números después del punto decimal en el valor del factor; pero al resolverlo nos dimos cuenta que el resultado no solo no era el correcto, si no que por ser un tanto obvio, el resultado no era posible; por ello se tomaron todas las dígitos que daba el factor

Ilustración 2. Reporte de resolución de problemas.

Cabe destacar como en el reporte subrayan los datos obtenidos en la investigación, y marcan, como si fuera una indicación (que no se les dio), que necesitan encontrar el factor que corresponde al modelo exponencial. Para terminar el reporte se les pide que

comenten su trabajo, por lo que explican las dificultades que tuvieron con el número de decimales utilizados, pues la precisión no era adecuada.

Este tipo de reportes, como producto de la investigación, resulta muy útil pues nos muestra lo que los estudiantes están destacando como importante y como está construido el modelo que se necesitan, se puede observar como proponen un modelo (primer ciclo de la ilustración 1) y cuando esta no concuerda con los datos de la investigación previa, vuelven a matematizar para corregir su modelo. Una vez convencidos del modelo, pasan a comparar con el fenómeno y lo utilizan para contestar las preguntas que se plantean.

La Rúbrica desarrollada por el grupo se presenta en la Tabla 1, después de haber trabajado varios problemas relacionados con crecimiento y decaimiento exponencial, en particular después de trabajar el problema del Carbono 14, se realizó para concluir la red con la discusión que se genera.

	Experto	Medio	Principiante
Usar la calculadora	Tabula Rápido Analiza resultados	Tiempo razonable Trata de tabular Tarda en razonarlo	Lento Copia al compañero
Despejes de $\log \rightarrow \exp$ $\exp \rightarrow \log$	Mentalmente Rápido Lo hace por diversión	Hace apuntes Revisa el proceso	Se aburre Se equivoca
Gráfica	Se imagina la gráfica (la forma)	Conoce los ejes Conoce algunas gráficas	Confunde ejes No es proporcional Repite
Aplicaciones	Distingue cuando los puede usar Da ejemplos Organiza los datos	Analiza Reconoce algunos problema Empieza a organizar	No sabe para que No lee el problema No analiza Confunde
Diferentes bases	Sabe cambiar bases Distingue \ln de \log Sabe utilizarlas	Sabe el proceso Se le complica	¿Qué es eso?

Tabla 1. Rúbrica sobre función exponencial

Se comenzó por definir cuales creen que son los rubros que se deben considerar al revisar la función exponencial. El grupo definió cinco rubros: el uso de la calculadora, los “despejes” de logaritmos a exponenciales y viceversa, la gráfica, las aplicaciones y el uso de diferentes bases. En cada uno de estos rubros se fue discutiendo en el grupo, a manera de plenaria, cuáles serían las características que permitirán clasificar el trabajo

con estas funciones como un trabajo experto, un trabajo principiante o intermedio. Podemos destacar que el grupo basa sus calificaciones en criterios muy operativos, pero hablan de aprendizajes avanzados como analizar, organizar o distinguir.

Es curioso que el grupo define como trabajo experto el que se hace por diversión, en contraposición con que el aprendiz se aburre, este tipo de comentarios son significativos al observar la actitud de los estudiantes ante la matemática que están construyendo.

Agradecimiento

El presente trabajo se enmarca en un proyecto de investigación más amplio con registro en el programa INFOCAB (PB101213) que funciona en el Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México

Conclusiones

La red que se utilizó tiene como actividad principal una actividad de modelación del tipo Piensa y Actúa, y en los productos obtenidos se puede observar como utilizaron los conocimientos que tenían previamente, tanto operativos, como en la generación de modelos. Se observa cómo pueden tener dificultades en el desarrollo del trabajo, pero son capaces de superarlos, a través de la discusión que se da al interior de los equipos.

En la rúbrica se destaca que aún tienen un concepto muy operativo de las funciones, es un indicador para el profesor de que debe trabajar más la parte conceptual, pero también muestra que hay una buena actitud hacia lo que están aprendiendo.

A partir de estas observaciones podemos concluir que la modelación es una estrategia importante para esta construcción de la matemática del bachillerato, e incluso para lograr un buen ambiente de trabajo y una buena actitud hacia la matemática.

Bibliografía

Flores. H. (2007). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante, *Acta scientiae*, vol. 9, num. 1, pp. 28-40.

Flores, H.; Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, vol. 21, núm. 2, 2009, p. 117-142

Neumaier, A. (2004). *Mathematical Model Building*, Capítulo 3 in: Modeling Languages in Mathematical Optimization (J. Kallrath, ed.), Applied Optimization, Vol. 88, Kluwer, Boston, EUA. Consultado en <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/model.html>.

SEP. (2008, 21 de octubre). Acuerdo número 444 por el que se establecen las competencia que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato. *Diario oficial*. Recuperado en <http://www.ofmx.com.mx/documentos/pdf/Acuerdo444.pdf>