

AS PESQUISAS SOBRE A UTILIZAÇÃO DE CALEIDOSCÓPIOS E ESPELHOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: DE ONDE VÊM, PARA ONDE VÃO?

Rosemeire de Fátima Batistela - Marli Regina dos Santos
rosebatistela@hotmail.com - marliregs@gmail.com
UEFS, UFV, Brasil

Tema: V.4 - Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Modalidad: Comunicación breve

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: caleidoscópios; espelhos; pesquisas; ensino de geometria.

Resumo

*A utilização de caleidoscópios no ensino de geometria tem sido objeto de interesse de pesquisadores no Brasil desde os anos de 1990. As primeiras propostas de utilização de caleidoscópio no ensino são de Alspaugh (1970), Daffer & Clemens (1977), Walter (1981), Ball & Coxeter (1987), e no Brasil, Barbosa (1957) e Murari (1995), seguidos por outros trabalhos orientados por Murari nos anos que se seguem. A primeira referência relacionada à caleidoscópio está na obra *Ars magna Lucis et umbrae* de Kirscher em 1646, na qual ele explica o processo que envolve a imagem refletida por meio da reflexão da luz e óptica. No Brasil, sua aparição como material didático, provavelmente da década de 1950/1960, se deu na obra “Brincando com espelhos” da professora Maria Julieta Sebastiani Ormastroni a qual focava as reflexões possíveis nos espelhos. Desde então várias pesquisas foram e estão sendo realizadas. Nosso objetivo nesta apresentação é expor o panorama das pesquisas sobre a utilização de caleidoscópios e espelhos para o ensino de geometria no Brasil e buscar compreender o que estas pesquisas têm apontado em termos de possibilidades de utilização no ensino e de possibilidades de pesquisas vislumbradas.*

As pesquisas sobre o uso de instrumentos de espelhos para fins de ensino de geometria

Na década de 1990, no Brasil, encontramos as primeiras obras que se mostram como pesquisas a respeito da utilização de instrumentos com espelhos, a partir dos primeiros trabalhos de Claudemir Murari sobre este tema, o qual fora orientado por Ruy Madsen Barbosa.

Em tempos anteriores, entre as décadas de 1950 a 1960, tem-se a obra “Brincando com espelhos”, escrita pela professora Maria Julieta Sebastiani Ormastroni, pertencente à coleção “Cientistas de Amanhã”, do IBECC - Instituto Brasileiro de Educação Ciência e Cultura/SP. Trata-se de uma obra dirigida ao ensino de Ciências, cujo enfoque são as reflexões possíveis nos espelhos. Em 2004, Nilson José Machado apresenta a obra

“Brincando com o espelho” no qual apresenta brincadeiras para serem feitas com espelhos, possibilitando explorar as primeiras noções de geometria com crianças.

Barbosa (1957) na obra “Estudo sobre espelhos planos angulares” apresenta uma proposta pedagógica com o objetivo de contribuir para o ensino de Física no ensino secundário. No desenvolvimento do texto, há detalhes sobre a construção de imagens em espelhos planos angulares que contempla a variação de pontos-objeto colocados entre os ângulos dos espelhos.

Murari (1999) defende a tese de doutorado na qual disserta sobre o ensino e a aprendizagem de geometria por meio de espelhos e caleidoscópios, trazendo um estudo diferenciado com alunos de sétima e oitava séries, por meio de atividades que envolvem pavimentações regulares do plano e o uso de espelhos e caleidoscópios. O autor constatou que o visual obtido nos caleidoscópios se mostram atrativos para os alunos e conseqüentemente à aprendizagem dos conceitos, relações e propriedades geométricas necessárias para a construção das bases. Em Murari (1999), encontramos que a primeira referência relacionada a caleidoscópio é na obra *Ars magna Lucis et umbrae* de Kirscher em 1646, a qual explica o processo que envolve a imagem refletida por meio da reflexão da luz e óptica. No Brasil, apesar de o vocábulo encontrado no dicionário ser *calidoscópio*, a forma mais usualmente utilizada é “*caleidoscópio*”.

Martins (2003) foi a primeira pesquisa realizada sob orientação de Murari e a respeito do tema. Neste estudo, Martins elaborou uma proposta, na qual foram utilizados caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e softwares educacionais, para a exploração de conceitos relacionados às tesselações do plano por polígonos e do espaço por poliedros, a qual foi realizada com alunos da oitava série do ensino fundamental. Ela constatou que os recursos pedagógicos utilizados e explorados pelos alunos nas atividades propostas, possibilitaram a apreensão de conceitos, propriedades e relações geométricas e contribuíram para o desenvolvimento da percepção espacial e do senso crítico e artístico dos estudantes, bem como tornaram as aulas metodologicamente diversificadas.

No mesmo ano, Almeida (2003) desenvolveu uma pesquisa com alunos da segunda série do ensino médio, apresentando uma proposta para o ensino da geometria, via resolução de problemas, utilizando as pavimentações por polígonos regulares do tipo 1-uniforme e 2-uniforme, caleidoscópios e um jogo educacional de sua própria autoria,

um quebra-cabeça que, quando montado representa uma pavimentação. Em suas considerações, ela aponta seus propósitos de, por meio de seu estudo, oferecer instrumentos e recursos que auxiliem na integração multidisciplinar entre matemática, física e artes.

Batistela (2005) construiu e apresentou um kit de espelhos elaborado a partir de um levantamento bibliográfico no qual buscou identificar instrumentos feitos com espelhos e que são utilizados no ensino de geometria. A autora intencionou auxiliar o professor no ensino de conceitos geométricos em sala de aula, por meio das possibilidades educacionais dos instrumentos pesquisados e da beleza do visual obtido nos espelhos. A ampla bibliografia apresentada em seu trabalho revela a preocupação dos autores consultados em lançar mão de recursos atrativos, explorando as diversas possibilidades que estes instrumentos oferecem para o ensino de geometria. O kit de espelhos, elaborado pela autora, possibilita a visualização de retas, plano, polígonos, pavimentações planas por polígonos regulares e não regulares, poliedros, poliedros de Platão e de Arquimedes e é composto por espelhos planos paralelos, espelhos articulados, caleidoscópio modificado para trabalho em grupo com 3 e 4 espelhos, espelhos articulados especiais, caleidoscópios generalizados e mira.

Gouveia (2005) elaborou uma proposta de ensino na qual aborda os fractais geométricos obtidos por meio da criação de bases caleidoscópicas transformadas. Fazendo uso de software de geometria dinâmica, caleidoscópios e sequências numéricas, o autor trabalha diversos conceitos matemáticos em atividades desenvolvidas em um curso para alunos de primeiro ano de licenciatura em matemática. A ênfase de seu estudo recai, principalmente, no estudo das sequências numéricas obtidas a partir do número de regiões, ou no número de cores, de uma base transformada.

Reis (2006) abordou o ensino de geometria esférica fazendo uso de caleidoscópios generalizados, um software de geometria esférica, esferas de isopor, tesselações esféricas, entre outros materiais. Trabalhando com alunos da licenciatura em matemática, analisou as possibilidades e limitações dos materiais manipuláveis para o ensino dos conceitos envolvidos em atividades baseadas na resolução de problemas. Ela identifica materiais manipuláveis, descreve a forma como foram utilizados pelos alunos e aponta o papel desses materiais na construção dos conceitos. No estudo, a autora

também apresenta e compara as geometrias euclidiana e elíptica relacionando alguns axiomas e postulados geométricos.

Santos (2006) apresenta um estudo no qual professores de matemática e arte participam de uma capacitação envolvendo o estudo de pavimentações do plano e o uso de caleidoscópios. Os resultados de sua análise apontam para questões relacionadas à possibilidade de efetivação de um trabalho interdisciplinar, bem como aos limites que se colocam aos aspectos relacionados à construção conjunta de conhecimento e à presença enfática da experiência dos professores em suas ações durante os encontros realizados, indicando posturas e ações que podem contribuir com a sua prática.

Buske (2007) analisou como o *origami* e o caleidoscópio podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos da geometria. O trabalho foi desenvolvido com a finalidade de levar os alunos do segundo semestre de um curso de licenciatura em matemática a investigarem situações propostas utilizando as construções feitas com *origami* e caleidoscópio por meio de resolução de problemas, focando conteúdos como construções fundamentais, polígonos e poliedros. Tal trabalho permitiu à autora a observação e análise de diversas possibilidades e limitações do uso do *origami* e caleidoscópio no estudo de conceitos relacionados à geometria, e também traz sugestões para aperfeiçoar as ações desenvolvidas.

Em sua dissertação, Neves (2011) produziu um conjunto de atividades para analisar como o uso do caleidoscópio associado ao estudo dos ornamentos planos pode contribuir no ensino de grupos de simetria e transformações geométricas em um curso de graduação em matemática. Baseado na metodologia de resolução de problemas as atividades tiveram a finalidade de fazer com que os alunos usassem o caleidoscópio para reproduzir ornamentos planos e, a partir de então, discutissem, com base em argumentos geométricos e algébricos, quais as possibilidades (e impossibilidades) dos mesmos.

Os trabalhos acima citados, em termos de suas referências, sustentam suas propostas de ensino em Daffer & Clemens (1977), Jacobs (1974), Ball & Coxeter (1987), Alspaugh (1970) e Walter (1972, 1981). Estes autores são precursores na abordagem do tema, em especial com foco em situações lúdicas e cotidianas. Seus textos são repletos de situações curiosas e prometem atrair a atenção do leitor pela riqueza de informações matemáticas e articulações com temas artísticos, entre outras coisas.

No âmbito de pesquisas interinstitucionais, Santos & Batistela (2013) apresentam uma pesquisa interinstitucional que vem sendo desenvolvida por essas pesquisadoras no âmbito do ensino superior focando a utilização de espelhos e caleidoscópios em atividade de geometria neste nível. Tem-se como proposta a realização de uma pesquisa com foco na formação inicial e em ações de extensão, a fim de compreender como a proposta pode vir a ser inserida, efetivamente, no transcorrer do curso, quais os aspectos envolvidos e como os participantes compreendem a importância do uso dos recursos na educação básica, buscando analisar o modo como novas propostas apresentadas, principalmente em dissertações e teses acadêmicas ocorrem no ambiente de ensino e como podem ser viabilizadas efetivamente.

Em Batistela & Santos (2013) estão expostos os resultados parciais de uma pesquisa a respeito das potencialidades observadas pela investigação dos instrumentos espelho em atividade de geometria. Como resultados parciais, estas autoras apresentam que o trabalho em atividade de geometria em caráter de investigação utilizando os instrumentos do kit exposto em Batistela (2005) se mostra muito proveitoso e acertado pois os estudantes de graduação tem se envolvido nas atividades investigativas e sempre que possível levado estes para as escolas da educação básica.

Considerações finais

No que tange às pesquisas a respeito do ensino de matemática, especificamente de temas geométricos no ensino, consideramos o trabalho de Murari (1999) como um marco para o início de investigações a este respeito. Os trabalhos anteriores, tais como o livro “Brincando com espelhos” e o trabalho de Barbosa (1957) não apresentavam resultados de investigação, pois se trata de um material instrucional criado com objetivo pedagógico, e o segundo era direcionado para estudo de física. Os trabalhos posteriores de Barbosa (mesmo os que aqui não foram citados), até mesmo a obra “Brincando com o espelho” de 2004, também não se caracterizam como trabalhos resultantes de pesquisas realizadas *lato* ou *strictu sensu*.

As pesquisas que aqui foram apresentadas foram elaboradas no âmbito da Universidade Estadual Paulista. Compreendemos que as pesquisas e a utilização de instrumentos de espelho para o ensino de matemática caminham na direção de avançarem para escolas agora quando colocadas em situação de multiplicação no ensino superior. Muito embora

todos os autores acessados e expostos nesta ocasião tenham apresentado possibilidades de trabalho com os instrumentos para o ensino de geometria e propostas de atividade, com estudantes da educação básica e do ensino superior, tais pesquisadores, a menos das autoras Batistela e Santos, não apresentam em seus currículos trabalhos, nos últimos cinco anos pelo menos, que apontem para uma continuidade de pesquisas ou que indiquem a continuidade de suas pesquisas ou outras pesquisas a este respeito. Contudo, as autoras Batistela e Santos apresentam uma pesquisa interinstitucional que vem sendo desenvolvida desde 2012, a qual aparece para nós como um elemento muito importante que está sendo efetivado no horizonte de possibilidades da educação matemática utilizando-se de instrumentos construídos com espelhos para o ensino de geometria, explorando as possibilidades e limites na implementação de atividades desse tipo junto a alunos de Licenciatura em Matemática.

Referências bibliográficas

- Almeida, S. T. (2003). *Um estudo de pavimentações do plano utilizando caleidoscópios e o software Cabri-Géomètre II*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Ball, W.W. R. & Coxeter, H. S. M. (1987). *Mathematical recreations and essays*. New York: Dover.
- Barbosa, R. M. (1957). Estudo sobre espelhos planos angulares. *Atualidades pedagógicas*, 1(40), 5-8.
- Batistela, R. F. & Santos, M. R. (2013). A matemática possível de ser trabalhada com a utilização de espelhos planos, espelhos articulados e caleidoscópios. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, pp. 1-14. Curitiba, PR, Brasil.
- Batistela, R. F. (2005). *Um kit de espelhos planos para o ensino de geometria*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Daffer, P. G. O. & Clemens, R. S. (1977). *Geometry: an investigative approach*. Menlo Park: Addison-Wesley.
- Gouveia, F. R. (2005). *Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópio e software de geometria dinâmica*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Jacobs, H. J. (1974). *Geometry*. New York: W. H. Freeman.
- Kingston, J. M. (1957). Mosaics by reflection. *The Mathematics Teacher*, 1(1), 280-286.
- Martins, R. A. (2003). *Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Murari, C. (1992). *Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª séries, via caleidoscópios*. (Tese inédita de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Neves, P. R. V. (2011). *Um Estudo das Simetrias sob o Ponto de Vista Geométrico e Algébrico*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.

- REIS, J. A. S. (2006). *Geometria esférica por meio de materiais manipuláveis*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Santos, M. R. & Batistela, R. F. (2013). O uso dos caleidoscópios em cursos de licenciatura em matemática: possibilidades investigativas. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, pp. 1-12. Curitiba, PR, Brasil.
- Santos, M. R. (2006). *Pavimentações do plano: um estudo com professores de Matemática e Arte*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Silva, V. C. (1997). *Ensino de geometria através de ornamentos*. (Tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Walter, M. (1972). An example of informal geometry: mirror cards. *Readings in geometry from the Arithmetic Teacher*. Washington: National Council of Teachers of Mathematics.
- Walter, M. (1981). One mirror, two mirrors.... *Mathematics teaching*. 1(96), 54-56.