



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



CIAEM
CME
desde - since 1961



Diseño de tareas en Geometría Dinámica en la formación inicial de profesores de matemáticas de la Universidad de Nariño

Edinsson **Fernández-Mosquera**

Área de Educación Matemática, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño

Colombia

edinfer@udenar.edu.co

María Fernanda **Mejía-Palomino**

Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali

Colombia

mariamejia1216@gmail.com

Andrés **Chaves-Beltrán**

Área de Educación Matemática, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño

Colombia

ancbel@yahoo.es

Resumen

Se caracterizarán algunas secuencias de tareas diseñadas y puestas en acto, en el marco de línea de investigación “*TIC en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*” que se han gestado en el seno del Programa de estudios de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de la Universidad de Nariño, teniendo en cuenta varios referentes teóricos y metodológicos provenientes de la Didáctica de las Matemáticas. Así, se presentarán algunas tareas en relación a las propiedades de objetos geométricos como: cónicas, cuerpos geométricos y las funciones cúbicas como lugares geométricos, en relación a Ambientes de Geometría Dinámica (en 2D y 3D). También se mostrará la comprensión de fenómenos didácticos de complementariedad de artefactos físicos (palillos, plastilina, mecanos articulados como el pantógrafo) y virtuales (Geometría Dinámica) para el diseño de tareas (Laborde, 2001).

Palabras clave: geometría dinámica, tareas, complementariedad de artefactos, formación inicial de profesores, micro-ingenierías didácticas.

Introducción

Al hacer una breve historia de la línea *TIC en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* de la Universidad de Nariño, esta emergió a la luz del desarrollo y ejecución del proyecto de investigación “*La noción de lugar geométrico en la enseñanza de las cónicas a partir de una caracterización global y puntual al integrar el Cabri II Plus*”, Fernández-Mosquera (2011), auspiciado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la misma Universidad.

Teniendo en cuenta los desarrollos teóricos y metodológicos que han surgido de la Didáctica de las Matemáticas, así como de las complejidades de la integración de las *Tecnologías Digitales* en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemáticas, se han utilizado los siguientes enfoques: la *Teoría de las Situaciones Didácticas* (TSD) de Brousseau (2007) y su metodología articulada *Ingeniería Didáctica* (ID) de Artigue (1995); el *Enfoque Instrumental* (EI) de Rabardel (2011); la concepción colaborativa de *Recursos Pedagógicos Vivientes* (RPV) de Guin y Trouche (2007) y Trouche (2004) y la *Teoría de la Mediación Semiótica* (TMS) de Mariotti (2009).

Con estos referentes se comenzó a indagar algunas preguntas de investigación, a diseñar, analizar y proponer estrategias didácticas para comprender las actividades matemáticas que se originan en una clase cuando se integra la tecnología digital; a comprender los fenómenos didácticos y los contratos didácticos que suceden entre profesor y estudiantes; a contrastar concepciones en los profesores en ejercicio y en formación, en relación al uso de estas tecnologías; a organizar y gestionar las interacciones entre el sujeto con el medio. Esto ha conllevado al diseño de diversas tareas implementadas en instituciones educativas de la ciudad de Pasto, Nariño – Colombia.

Así por ejemplo, en Moncayo y Pantoja (2012), Mingán y Enríquez (2013), Chaucanes y Enríquez (2017), al utilizar la TSD y la ID, se sistematizaron experiencias de intervenciones didácticas entre un Profesor de Matemáticas y sus estudiantes cuando trataban de comprender, representar y visualizar desde un punto de vista matemático, didáctico y cognitivo las propiedades de objetos geométricos como las cónicas, cuerpos geométricos y las funciones cúbicas como lugares geométricos, teniendo al Cabri II Plus o bien al Cabri 3D como parte de un *medio* didáctico.

Así mismo, también se ha empleado el EI y la concepción colaborativa de los RPV para ayudar a diseñar tareas y considerar la intervención y configuración didáctica de un profesor de matemáticas cuando decide integrar los Ambientes de Geometría Dinámica, en una clase de Geometría. Con estos marcos teóricos, se empezó a comprender los fenómenos de complementariedad de artefactos físicos (palillos, plastilina, mecanos articulados como el pantógrafo) y virtuales (Cabri II Plus y Cabri 3D) para el diseño de tareas (Laborde, Kynigos, Hollebrands & Strässer, 2006) alrededor de la comprensión de las características geométricas de por ejemplo, el cubo (Hernández & Bastidas, 2014) o las homotecias (Ortega, 2017) y se diseñó un módulo de formación de docentes alrededor de las cónicas (España, 2010) que integró instrumentos desarrollados a partir de herramientas provistas por la plataforma e-learning Moodle y Cabri II Plus.

De la misma forma, al haber utilizado la TMS se pudo comprender las relaciones que existen entre la continuidad de producción de conjeturas y la producción de una demostración en problemas de circunferencias, en Geometría Analítica, como se realizó en Díaz y Zuluaga (2012) o en situaciones didácticas de congruencia de triángulos en Geometría Euclídea, en Fernández

(2017) cuando los profesores de matemáticas hacen que el Cabri II Plus cumpla una función mediadora entre el saber matemático que gestiona el profesor y la construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes.

Al final de esta disertación, se concluirá conectando los resultados obtenidos de los trabajos realizados al interior de esta línea con las perspectivas investigativas a futuro que se pueden direccionar contrastando con las prospectivas y tendencias internacionales que en el campo de las TIC en la Educación Matemática se puedan dar.

Los diseños en los trabajos de grado

A continuación, se presentarán los aspectos más relevantes de los diseños de secuencias de tareas y puestas en acto de cada uno de los trabajos desarrollados al interior de ésta línea de acuerdo con los marcos teóricos utilizados. Así por ejemplo, los diseños de tareas alrededor de la TSD fueron el resultado de los siguientes trabajos: Moncayo & Pantoja, (2012); Mingán & Enríquez, (2013); Chaucaes & Enríquez (2017).

Moncayo y Pantoja (2012): enfoque didáctico para la conceptualización de la parábola como lugar geométrico integrando Cabri.

Este estudio consistió en una propuesta didáctica que acercó a los estudiantes a la comprensión del significado de parábola como lugar geométrico mediante el diseño e implementación del Cabri. La propuesta didáctica fue realizada con cuatro estudiantes del grado noveno de Educación Media de Colombia, divididos en dos grupos. En su diseño, puesta en práctica y sistematización se consideraron las fases correspondientes a la metodología de microingeniería didáctica: análisis preliminares, análisis a priori, diseño de actividades y puesto en acto, análisis a posteriori y conclusiones.

Las cuatro actividades específicas fueron:

- Construcción geométrica de la Parábola a través de los conceptos de mediatriz y de distancia de un punto a la recta.
- Construcción de una Parábola como una configuración geométrica, analizando después las partes que la componen.
- Construcción geométrica de la Parábola con base en la propiedad de la circunferencia.
- Construcción de una Parábola como lugar geométrico en Cabri Géomètre II Plus.

Conclusiones por destacar de este diseño. La implementación de las cuatro situaciones, indujo a que el estudiante interactuara con relaciones geométricas y otros conceptos, desde una perspectiva dinámica, permitiéndole la transición del nivel de percepción *visual* al nivel *teórico*. Así mismo, el estudiante avanzó paulatinamente en la comprensión de parábola como lugar geométrico, pasó de la simple visualización del nivel espacio - gráfico, a la utilización de la propiedad foco - directriz y más tarde la constituyó como una herramienta conceptual para la validación de parábolas y la identificación de sus elementos geométricos más representativos.

Mingán y Enríquez (2013): Traducciones entre diversos sistemas de representación de la función cúbica integrando el Cabri.

Una de las justificaciones de este estudio fue que el actual sistema educativo de Colombia no considera como primordial la enseñanza de la función cúbica, quedando relegada a estudios de años de escolaridad avanzados después de la Educación Básica y Media. Este estudio mostró que su enseñanza se restringe al estudio básico de algunos sistemas de representación, lo anterior

se observó reflejado en una encuesta realizada a docentes de grado noveno de básica secundaria y a docentes que han tenido experiencia en la enseñanza de la funciones polinómicas.

Por lo cual, en este trabajo, se diseñó una propuesta didáctica para que los estudiantes de grado noveno de básica secundaria, realizaran traducciones de los elementos en los sistemas de representación matemáticos (Descripción verbal, tablas, gráficas y expresiones algebraicas) de la función cúbica e identifiquen las propiedades matemáticas de las mismas. Esta secuencia didáctica se realizó siguiendo las directrices de la TSD bajo una micro - ingeniería didáctica.

Las tres situaciones específicas fueron:

- Construir una caja sin tapa con una pieza de cartulina de medidas de 4 cm de ancho y 5 cm de largo en el Cabri y encontrar el volumen máximo volumen que puedan contener a través de las potencialidades que ofrece la geometría dinámica.
- La traducción de la forma general de la función cúbica al sistema de representación gráfico a través de la variación de sus parámetros.
- La traducción del sistema gráfico al sistema de representación algebraico a partir de la visualización de los efectos de los parámetros de la función cúbica.

Conclusiones por destacar de este diseño. La enseñanza de la función cúbica basada en la utilización de los diferentes sistemas de representación, dotó y enriqueció al estudiante de elementos sintácticos para identificar, relacionar, interpretar y comunicar las diferentes acciones matemáticas propuestas en el desarrollo de las situaciones didácticas para la caracterización de la función cúbica y sus propiedades.

La visualización básica y funcional de la información implícita en los sistemas de representación permitió además de la solución del problema de la caja de volumen máximo, el reconocimiento de la función cúbica y sus propiedades asociadas al problema.

Chaucanes y Enríquez (2017): La Elipse y las Esferas de Dandelin, un estudio a través de la transición de doble vía entre la geometría plana y la geometría espacial usando Cabri 3D.

Este trabajo se realizó para promover el proceso cognitivo de visualización a través de la *Elipse*, vista como sección cónica, para lo cual se realizó una secuencia didáctica donde se integró el Cabri 3D y el *Teorema de Dandelin* desde un enfoque tanto bidimensional como tridimensional, el cual se desarrolló mediante el concepto de *transición de doble vía*.

La secuencia didáctica se diseñó con el propósito de orientar paso a paso las propiedades internas que posee el Teorema de Dandelin, para que a través de sus características se promueva el proceso cognitivo de visualización, en docentes en formación, al momento de realizar la transición de doble vía entre la geometría plana y la geometría espacial. La experimentación se realizó entre docentes en formación que forman parte del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, obteniendo datos para realizar un análisis. La síntesis de los datos recolectados evidenció que la secuencia didáctica permitió a los participantes reconocer la propiedad matemática característica de los focos de la *Elipse*, mediante las situaciones didácticas diseñadas que a la postre, permitieron promover la visualización espacial a través de la integración del AGD Cabri 3D y el Teorema de Dandelin.

A continuación, se presentará los diseños de complementariedad de artefactos en la comprensión de conceptos geométricos como el cubo o la homotecia, diseños que se han realizado hasta el momento cuando se conjugan la TSD con el EI.

Hernández & Bastidas (2014): Uso complementario de materiales manipulativos y del Cabri 3D en la comprensión de las propiedades geométricas del cubo.

En este trabajo se determinó el uso complementario entre materiales manipulativos y Cabri 3D en la comprensión de las propiedades geométricas del cubo en niños de quinto grado de educación básica primaria. De la misma forma, se tuvo como hipótesis principal que el uso complementario de materiales manipulativos y un Ambiente de Geometría Dinámica, permite la comprensión de las propiedades del cubo. En concordancia con lo anterior, se diseñó y ejecutó una secuencia de cuatro situaciones didácticas de la siguiente manera:

- La primera: cubo con palillos. Es decir, construir cubos con materiales manipulativos, a partir de ciertas condiciones dadas.
- La segunda: comparar y clasificar los objetos tridimensionales implicados en el cubo de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades en el Cabri 3D.
- La tercera: se estudiaron los hexaminós. Aquí se construyó cubos a partir de sus representaciones bidimensionales. Es decir, se manipularon objetos tridimensionales a partir de su representación bidimensionales en el papel.
- La ultima: se desdobló el Cubo desde un punto de vista dinámico usando Cabri 3D. Aquí se partió de una construcción geométrica bidimensional para plegar posteriormente el cubo (de su representación 2D a 3D).

Conclusiones por destacar de este diseño. Cada artefacto utilizado para el desarrollo de la secuencia didáctica generó en cada una de las cinco estudiantes, un conocimiento distinto pero al entrelazarse se perfeccionaron con el fin de proporcionar una comprensión más fina de las propiedades del cubo.

Ortega (2017). Complementariedad para la enseñanza del concepto de la homotecia con artefactos como Cabri Géomètre II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las Representaciones Homotéticas Cotidianas.

Aquí se trata sobre el uso complementario de materiales didácticos y manipulativos (físicos y virtuales) en el ámbito de la Geometría Escolar como es el Pantógrafo y Cabri Géomètre II Plus con relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la transformación geométrica de Homotecia en situaciones didácticas orientadas a estudiantes de noveno grado de la Educación Básica de Colombia. Por ejemplo, aquí se presentarán adelantos de un Trabajo de Grado de Pregrado en desarrollo respecto al uso complementario de estos artefactos, así mismo, se muestra el proceso de instrumentalización donde se tratarán las potencialidades y limitaciones de estos recursos. De manera transversal, se presentan tres situaciones didácticas que involucran dichos materiales con la intención de que los estudiantes puedan comprender homotecias de figuras geométricas.

Con respecto a la TMS, se efectuó el siguiente trabajo.

Díaz y Zuluaga (2012): De la producción de conjeturas a la demostración en un contexto de geometría sintética – analítica: El caso de la circunferencia.

Aquí se planteó cómo la continuidad entre la producción de conjeturas y la producción de la demostración, conlleva al aprendizaje de la Geometría Analítica, de la cual se tomó como tópico principal la circunferencia; la experimentación se realizó con seis estudiantes de grado undécimo, las actividades consistieron en tres situaciones aplicadas en cuatro sesiones de dos horas cada una. El marco teórico se organizó a la luz de la TMS. La base de la metodología

estuvo arraigada en la *Etnografía educativa*. También, hizo parte de la metodología el enfoque teórico denominado *ciclo didáctico*, el cual fue importante para organizar las actividades, pues se dispuso de tres momentos: actividades con el artefacto; actividades que permiten la producción de signos individuales y actividades que permiten la producción de signos colectivos, a partir de ellas, el docente ayuda al aprendiz, a transformar los significados personales asociados con la solución de la actividad a significados matemáticos asociados con la cultura matemática.

Se observó y se analizó todas las producciones de los estudiantes, cuando estos se enfrentaron a la solución de las actividades, éstas se resolvieron integrando Cabri, el cual fue importante para acompañar al estudiante en la producción de conjeturas, por tanto, se destacó el factor heurístico que proporciona la *Geometría Dinámica* para la exploración, la visualización y el arrastre, en la elaboración de argumentos. Estos argumentos estuvieron arraigados fuertemente a la validación empírica que ofreció el AGD.

Por último, tomando en consideración el enfoque de los RPV se efectuó el siguiente trabajo:

España (2010). Aproximación didáctica al proceso de diseño de un módulo para la formación docente en el conocimiento matemático de las cónicas en un Ambiente de Aprendizaje Informático.

El diseño de cursos para la formación docente en Matemáticas y Tecnología es un naciente campo de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Con el fin de explorar este nuevo dominio, este trabajo realizó un acercamiento al proceso de elaboración de un módulo sobre cónicas, configurado por Objetos de Aprendizaje que integran instrumentos desarrollados a partir de herramientas provistas por la plataforma e-learning *Moodle* y el Cabri. La estrategia metodológica de esta investigación comprendió básicamente la estructuración de un ambiente de aprendizaje informático, que integró tres ejes articuladores: (i) historia de las matemáticas; (ii) conocimientos didácticos y (iii) recursos pedagógicos vivientes; relacionados en torno del saber matemático de las cónicas.

De esta manera, se propuso una secuencia de aprendizaje basada en el diseño y producción de RPV (Guin & Trouche, 2007; Garzón, 2008) que integró Cabri. Asimismo, se presentó una estrategia metodológica que puede ser implementada con la plataforma Moodle proponiendo una serie de materiales didácticos organizados en una estrategia modular que facilita su estudio en la formación profesional de profesores de Matemáticas en formación inicial y en servicio cuando se desea integrar efectivamente las TIC en la Educación Matemática.

A manera de conclusión

Los diseños realizados han estado permeados por una comprensión de los desarrollos teóricos y metodológicos de la Didáctica de las matemáticas. En ese sentido, se comprueba con Lagrange, Artigue, Laborde & Trouche (2003) que existe una gran complejidad al diseñar e integrar efectivamente las TIC (en este caso, los ambientes de Geometría Dinámica) en las clases de geometría a nivel escolar. Asimismo, estos diseños permiten que sigan evolucionando el campo de indagación alrededor de las TIC en Educación Matemática y vislumbrar que se debe seguir haciendo diseños didácticos con tecnologías digitales emergentes, como es el caso de las tecnologías móviles (teléfonos Smartphone, Tablet y Calculadoras Algebraicas y Gráficas) que permiten una presentación atractiva de contenidos matemáticos para los estudiantes, puesto que la mayoría ya están familiarizados con un ambiente digital. La interacción que permiten

estos dispositivos móviles con el usuario, hace posible complementar, modificar y manipular de manera virtual los contenidos presentados por los docentes.

Así mismo, es altamente pertinente continuar indagando acerca de la interacción entre artefactos manipulativos y digitales para la comprensión de las matemáticas escolares.

Otra perspectiva a futuro en esta línea de investigación, es continuar con las indagaciones científicas al rededor del diseño de tareas en geometría tridimensional pues se ha dado un resurgimiento del estudio de la geometría espacial con la Geometría Dinámica 3D a partir de software como el Cabri 3D y el GeoGebra 3D.

Es de resaltar que existen algunas limitaciones en los estudios realizados, ya que han sido estudios locales, a partir del nivel de micro-ingenierías que han tenido como objeto, el estudio de un determinado tema, y han toman en cuenta, principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula pero no han sido estudios globales que involucre una mayor población, dado que han sido estudios efectivamente estudios de casos y han sido más fáciles de llevar a cabo en la práctica, sin embargo, a este nivel micro, tal y como menciona Artigue (1995), no dejan ver la complejidad esencial de los fenómenos asociados con la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje, así que las macro-ingenierías se hacen necesarias, pero se necesitaría un programa de investigación de mayor envergadura que haga involucrar más tiempo y mayor población estudiantil.

Finalmente, se pretende que con estos diseños, se acumulen en un repositorio virtual para que se constituyan finalmente en Recursos Pedagógicos Vivientes (RPV), y se lleguen a conformar grupos de trabajos de maestros en ejercicio y formación donde sean ellos los que rediseñen y ejecuten de nuevo estas tareas en ambientes reales de clase con sus propios contextos educativos.

Referencias y bibliografía

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno & P. Gómez (Eds.). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas* (Primera ed.). (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Chaucanes, D. & Enríquez, J. (2017). *La Elipse y las Esferas de Dandelin: un estudio a través de la transición de doble vía entre la geometría plana y la geometría espacial usando Cabri 3D*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. Recuperado el 3 de mayo de 2017 de <http://sired.udenar.edu.co/>
- Díaz, D. & Zuluaga, D. (2012). *De la producción de conjeturas a la demostración en un contexto de geometría sintética – analítica: El caso de la circunferencia*. (Tesis de pregrado). Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/4791/1/CB-0478777.pdf>
- España, M. (2010). *Aproximación didáctica al proceso de diseño de un módulo para la formación docente en el conocimiento matemático de las cónicas en un Ambiente de Aprendizaje Informático*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. Recuperado el 3 de enero de 2015 de <http://sired.udenar.edu.co/285/>
- Fernández-Mosquera, E. (2011). *Situaciones para la enseñanza de las cónicas como Lugar Geométrico desde lo Puntual y lo Global integrando Cabri Géomètre II Plus*. (Tesis de Maestría en Educación

- Matemática no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado de: <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/4643>
- Fernández, J. (2017). Secuencia de tareas didácticas para promover la argumentación y demostración, usando el criterio de congruencia de triángulos LAL mediante el Cabri II Plus. (Tesis de pregrado en desarrollo). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Garzón, D. (2008). *Reflexiones respecto al diseño de materiales a la luz de un modelo que incorpora la concepción de recursos pedagógicos vivientes*. En Memorias del XIX Encuentro de Geometría y VII Encuentro de Aritmética. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Guin, D. & Trouche, L. (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de ressources pédagogiques. En M. Baron, D. Guin, & L. Trouche (Eds.), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage* (pp. 197-228). París: Hermès - Lavoisier.
- Hernández, B. & Bastidas, R. (2014). *Uso complementario de materiales manipulativos y del ambiente de geometría dinámica Cabri 3D en la comprensión de las propiedades geométricas del cubo*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. Recuperado el 3 de diciembre de 2014 de <http://sired.udenar.edu.co/275/1/90119.pdf>
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 283–317.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 275–30). Inglaterra: Sense Publisher.
- Lagrange, J-B., Artigue, M., Laborde, C. & Trouche, L. (2003). Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. En A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*. (pp. 877–917). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academics Publishers.
- Mariotti, M. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective the role of the teacher. *ZDM Mathematics Education journal*, 41, 427–440.
- Mingán, E. & Enríquez, I. (2013). *Traducciones entre diversos sistemas de representación de la función cúbica integrando el Cabri Géomètre II Plus*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. Recuperado el 3 de enero de 2015 de <http://sired.udenar.edu.co/271/>
- Moncayo, C. & Pantoja, J. (2012). *Enfoque didáctico para la conceptualización de la parábola como lugar geométrico integrando Cabri Géomètre II Plus*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. Recuperado el 3 de enero de 2015 de <http://sired.udenar.edu.co/280/>
- Ortega, J. (2017). *Complementariedad para la enseñanza del concepto de la homotecia con artefactos como Cabri Géomètre II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las Representaciones Homotéticas Cotidianas*. (Tesis de pregrado en desarrollo). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. Acosta, M. (Trad.). Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Trouche, L. (2004). Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages?. *Educational Studies in Mathematics*. 55, (1-3). 181-197.