MATEMÁTICA E FÍSICA: UMA VISÃO INTEGRADORA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM

Karly Barbosa Alvarenga - Celso José Viana-Barbosa
karly@ufs.br - cjvianna@ufs.br
Universidade Federal de Sergipe – Brasil

Tema: Matemática Interniveles
Modalidade: Comunicação Breve
Nível: Universitário
Palavras chave: matemática, física, interdisciplinaridade.

Resumo

O presente trabalho é fruto de parte de resultados de uma pesquisa realizada pelo Grupo de Estudos em Ensino de Ciências e Matemática, brasileiro, e apresenta uma atividade para "o fazer" matemática em sala de aula, principalmente, no ensino universitário, de forma que a construção do conhecimento seja visto como histórico e socialmente desenvolvido. Foi realizada uma pesquisa do tipo bibliográfica e documental, com análise tipicamente qualitativa. A atividade aponta a física com uma das ciências responsáveis pelo desenvolvimento do conceito de função. A apresentação se atém entre os séc. XII e XIX.

Introdução

A preocupação explícita de alguns educadores e pesquisadores em relação à significação dos conteúdos matemáticos está presente em pesquisas como Neto (2011), Lavaqui e Batista (2007), Hestenes (2007), Alvarenga e Viana-Barbosa (2008) e outros. Já por volta de 1870 o engenheiro e professor de física, Perry, mostrava sua preocupação com a falta de conhecimento de matemática a qual estava causando consequências para o desenvolvimento das ciências e para a formação dos futuros engenheiros (Miorim,1998). Assim posto, o Grupo de Estudos em Ensino de Ciências e Matemática preocupado com o estudo compartimentado e sem significação no ensino superior, em especial, nas licenciaturas, partiu para um levantamento do que, e como, implementar um conhecimento interdisciplinar nesse nível. Assim, esse trabalho visa apresentar alguns estudos relacionados às possibilidades de um estudo integrador entre física e matemática, principalmente, mas não só, nos cursos superiores. As propostas apresentadas, frutos de investigações, visam, sobretudo oferecer alguns exemplos de conceitos matemáticos, históricos, epistemologicamente e socialmente construídos, a partir da análise de fenômenos físicos, como o conceito de função, derivada, gráficos etc. Elas são frutos de uma pesquisa do tipo bibliográfica e documental tendo como fontes principais trabalhos científicos já publicados e livros, principalmente de história da matemática. Concentrarmos, devido ao espaço limitado, no conceito de função, mas outros conceitos podem e devem ser tratados de forma históricos e socialmente construídos como: derivadas, integrais, séries (em especial de potências), trigonometria dentre outros.

Ao analisar algumas fases da construção das ideias de função ao longo da história percebemos que muitas delas estiveram acompanhadas de modelos, de forma explícita ou implícita, ou seja, as ideias iam se desenvolvendo a partir de problemas da realidade, que necessitavam de uma ferramenta matemática em busca de respostas para esses problemas. A influência da abordagem interdisciplinar na modelagem matemática pode ser observada em problemas reais e envolve outras áreas do conhecimento e estes devem ser mobilizados quando embrenhamos na atividade de matematizar uma situação, um fenômeno. Isto aconteceu na história do conceito de função, como exemplificamos neste trabalho. Barbosa (2004) nos aponta que:

> O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p.3).

E continua:

> Apesar das situações terem origem em outros campos que não a matemática (BLUM e NISS, 1991), os alunos são convidados a usarem idéias, conceitos, algoritmos da matemática para abordá-las. Além de aplicar conhecimentos já adquiridos, como tradicionalmente tem sido assinalado, há a possibilidade de os alunos adquirirem novos durante o próprio trabalho de Modelagem. (TARP apud BARBOSA, 2004, p.3).

Assim, nossa atividade se fundamenta em validar o conhecimento matemático histórico e socialmente construído, e muitas das vezes, atrelado à análise de fenômenos físicos. Dessa forma, apesar das ideias de relações entre grandezas terem suas gêneses no ido de aproximadamente 3000 a.C, partimos aqui do séc. XII.

A noção de função no estudo de dependência entre variáveis físicas

Para Youschkevith, *apud* Oliveira (1997) é a partir do século XII que, de maneira precisa, as noções de função são expressas sob uma forma geométrica e mecânica, mas cada caso de dependência é ainda expresso de forma verbal ou através de gráficos.

De acordo com Oliveira (1997), no século XII a noção de função de uma forma mais geral começa a amadurecer nos estudos de alguns fenômenos como luz, densidade, velocidade, distância, calor entre outros, nas escolas de Filosofia Natural em Oxford e Paris. É com Nicole Oresme, no século XIV, que se verifica um passo a frente no desenvolvimento dessas ideias. Num período de crise, época da Peste Negra, de transformações políticas e econômicas e de pouco progresso na matemática destaca-se Oresme como grande estudioso desse período. Em um dos seus cinco trabalhos matemáticos, desenvolve a teoria das latitudes e longitudes das formas que, segundo Oliveira (1997), pode ser considerada a precursora da representação gráfica de função.

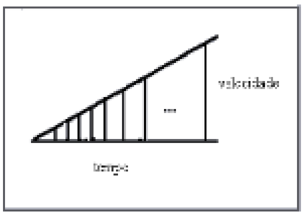

Figura 1: Representação gráfica da velocidade
Fonte: Oliveira, 1997.

O objetivo era representar geometricamente a intensidade de uma variável. Ele estudava os movimentos uniformes e os movimentos disformes, como ele mesmo denominava, e buscando representar a intensidade da velocidade nesses movimentos, desenhava segmentos verticais, referentes à velocidade, perpendicular a outro segmento: o tempo.

A figura 1 é um modelo da representação de Oresme para o movimento uniforme com velocidade inicial igual a zero. A representação para o movimento uniforme era um retângulo já que a velocidade nesse caso é constante. As representações gráficas da velocidade nos diferentes movimentos são encontradas em um de seus trabalhos intitulado *Tractatus de latitudinibus formarum.* Ele esperava com o seu método, possibilitar às pessoas a compreensão eficaz da natureza das mudanças. A sua representação gráfica demonstra um avanço no desenvolvimento das ideias de variáveis dependentes e, de certa forma, no conceito de função. No entanto, para Oliveira (1997), ele não utilizava função nos seus trabalhos, suas configurações eram totalmente qualitativas e imaginárias, ele nunca trabalhou com quantidades.

Outro colaborador, Galileu, viveu no período da grande revolução científica dos séculos XVI e XVII, e contribuiu imensamente para essa revolução, considerada uma das mais profundas do pensamento humano. Ele teve como principal campo de estudo a mecânica e em suas análises dos fenômenos mecânicos um dos princípios que a caracterizou foi o da quantificação, desenvolvendo um esforço no sentido de representar as realidades observadas por unidades mensuráveis.

Este princípio de necessidade de quantificação tinha como principal objetivo conseguir estabelecer relações matemáticas que, mais tarde, permitiriam estabelecer leis gerais generalizáveis a casos ou acontecimentos similares (FERREIRA, 2004). Para Frota e Moraes

> Galileu concebe um método no qual a matemática terá um papel predominante...Galileu é quem formula o movimento dos corpos em linguagem matemática. Em outras palavras, Galileu não se limita à observação dos fenômenos, mas busca suas vinculações com as "*claras demonstrações*". Ele passa dos fatos à idéia de sua conexão racional e desta, volta aos fatos, mas com a dedução de sua necessidade... (FROTA & MORAES, 2001, p.18)

Frota e Moraes (2001) apresentam os quatro momentos do método de Galileu em seus estudos: 1- A observação imediata do fenômeno na sua complexidade; 2- a resolução dessa complexidade nos elementos mais simples traduzíveis em linguagem matemática (uma notável ideia de modelagem); 3- a formulação de uma hipótese explicativa; e 4- a experimentação.

Segundo Oliveira (1997), Galileu procurou reunir os diferentes conceitos com auxílio das leis inspiradas na experiência e observação e repetia suas análises várias vezes até chegar às conclusões mais verdadeiras possíveis. Essa insistência contribuiu grandemente para a evolução da noção de função. A primeira de suas grandes experiências deu origem à lei do pêndulo. Vejamos como ocorreu esse fato para percebermos um exemplo de modelagem a partir das noções de dependências entre variáveis físicas.

Depois de repetir a experiência várias vezes, com um pêndulo construído por ele, chegou à relação: "*o período de oscilação de um pêndulo independe da massa e é diretamente proporcional ao comprimento.*" (FROTA & MORAES, 2001, p.23). Hoje essa relação é conhecida como *Leis do Isocronismo*: o período de oscilação do pêndulo depende do comprimento (l) de sua haste - quanto maior o comprimento, maior o período e o período de oscilação não depende do peso do pêndulo – pesos diferentes têm sempre o mesmo período.

Sintetizando matematicamente essas observações obtém-se a equação, com θ pequeno a ponto de $sen\theta \cong \theta$, que determina o período de oscilação de um pêndulo simples:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Onde:
l = comprimento do pêndulo
g = aceleração da gravidade local
T = período de oscilação

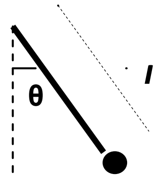

Figura 2: Pêndulo

Um claro exemplo de dependência funcional: período de oscilação em função do comprimento da haste do pêndulo. Ressaltamos que nesse período não se conhecia uma equação geral que representasse uma classe inteira de equações, o que faziam era apenas encontrar os valores desconhecidos numa equação com coeficientes numéricos específicos. A ideia de fazer uma distinção entre parâmetros e variáveis surgiu logo depois com o matemático Viète (1540-1603).

Durante o século XIX se deu a fundamentação da Análise Matemática, onde houve um aprofundamento da concepção de função e uma correção das noções limitadas de Euler. Vários foram os estudiosos (Taylor, os Bernoulli, Euler, Lagrange, D´Alambert e Fourier) envolvidos nesse processo que teve como principal trabalho a resolução do problema das cordas vibrantes. A ideia de que uma função podia ser pensada como uma expressão analítica definida por uma série de potências foi sendo posta em causa, ainda no século XVIII, à medida que vários problemas da matemática aplicada mostravam o caráter restrito de tal conceito de dependência funcional. O estudo das regularidades mecânicas, tal como o movimento dos corpos celestes, a teoria das vibrações ou a teoria do calor, exigiam a utilização de novos métodos de descrição analítica, uma vez que essas regularidades já não podiam ser expressas numa forma tão simples como uma série de potências.

A partir da segunda metade do século XVIII, um novo método foi sendo crescentemente utilizado para definir as dependências funcionais que expressavam essas regularidades: as séries trigonométricas. Uma importante aplicação neste contexto, pela disputada polêmica que gerou e pela influência que exerceu na evolução do conceito de função, foi o problema da vibração das cordas sonoras.

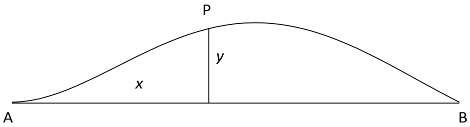

Figura 3: Um esboço do modelo
Fonte: Correia, 1999

Uma corda elástica uniforme é presa em dois pontos A e B, a uma distância de l unidade. Consideremos o referencial cartesiano em que A é a origem, AB é o eixo *Ox* e a linha perpendicular a AB é o eixo *Oy*. A corda assume a sua posição de equilíbrio ao longo do eixo *Ox*. Se oscilarmos a corda da sua posição inicial, ela inicia um movimento vibratório, em virtude das tensões que agem nos seus pontos. Consideremos que esse movimento consiste de pequenas oscilações, isto é, que os pontos da corda tenham pequenas alturas da sua posição inicial. Logo, podemos admitir que, durante o movimento, cada ponto P da corda permanece na mesma reta vertical, perpendicular ao eixo *Ox*, isto é, tem abscissa constante (oscilações transversais). Também podemos supor que a força de tensão é a mesma em cada ponto. É possível encontrar uma equação que represente o movimento ondulatório da corda, sendo o deslocamento *y* de cada ponto uma função de *x* e do tempo *t*.

Segundo Silva (s.d.) para modelar o primeiro passo é elencar as variáveis envolvidas, procurando idealizar algumas situações, de tal forma que se possa colocar o problema em forma de equações. Observarmos que a modelagem faz apelo à realidade e significa o conhecimento. Daí a sua validade no contexto do ensino e da aprendizagem de matemática.

Fourier, motivado também pelas ideias surgidas desse problema, publicou a *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822) onde se analisa o problema da propagação do calor nos sólidos. Isto consiste em descrever o comportamento do fenômeno de propagação buscando o que é estável e permanente, que se conserva inalterável com o passar do tempo. Isto é, a equação que governa o comportamento do sistema. (FARFÁN, 2003).

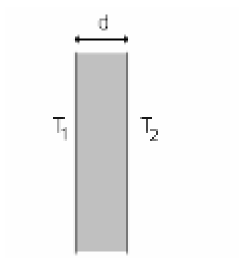

Figura 4: Ideia do modelo de Fourier
Fonte: http://www.fing.edu.uy/if/olimpiadas/OIbF/x_experi.pdf

Em 1822 Joseph Fourier propôs, no seu livro “A teoria analítica do calor”, que o fluxo ou corrente de calor q através de um corpo de espessura d submetido a duas temperaturas T_1 e T_2 nas faces pode ser escrito:

$$q = -kA(T_1 - T_2)/d\ ,$$

onde A é a área das faces e k a condutividade térmica do material, considerando T_1 menor que T_2.

Para Correia (1999) Fourier manifestou a certeza de que qualquer função, ainda que ‘descontínua’, podia ser representada por uma série trigonométrica, uma idea que Euler, contra a alusão de Daniel Bernoulli, tinha rejeitado. Porém, ele não provou, nem podia provar esta hipótese, mas deu inúmeros exemplos que indicavam que Euler não tinha razão. Uma coisa é certa: Fourier possuía um conceito de função suficientemente geral para englobar as funções descontínuas no sentido atual. Segundo esse mesmo autor, uma função era representada pelo desenvolvimento em série trigonométrica apenas em parte do seu domínio, o que punha em causa uma das características básicas da visão algébrica setecentista do cálculo infinitesimal, aquilo a que se convencionou chamar a “generalidade da álgebra”. Todo esse contexto foi importante, pois gerou a necessidade de estudar o desenvolvimento de uma função em série trigonométrica, não somente para funções contínuas, mas também para as contínuas por partes.

Contudo foi somente em 1837 que surgiu uma definição muito mais ampla de função a qual se aproxima do que usamos hoje e em 1968 os Boubarkis apresentaram a definição de função como certo subconjunto do produto cartesiano E X F, onde E e F são conjuntos.

Algumas conclusões

Com certeza o fazer interdisciplinar, principalmente entre física e matemática, está enredado, pois o desenvolvimento de uma desencadeou e, ainda desencadeia, o da outra. Nesse contexto, vários conteúdos podem e devem ser trabalhados nas aulas de cálculo diferencial e integral de forma significativa e não somente de maneira axiomatizada e sistematizada como, em geral, muitas vezes acontece. Atividades interessantes que completam essas de funções podem ser encontradas em Agrello e Garg (1999), onde vários gráficos são apresentados para serem analisados fisicamente, porém só por meio das ferramentas matemáticas e de sua real compreensão tais atividades poderão ser resolvidas corretamente. Somente se houver uma visão integradora por parte do professor esse fazer pode acontecer. As atividades aqui apresentadas caracteriza o conhecimento matemático histórico e socialmente construído e essa é uma abordagem que envolve leituras e ampliação do conhecimento além daquele normalmente encontrado nos livros de cálculo diferencial e integral. São metodologias de ensino e de aprendizagem via modelos históricos.

Referências

Agrello, D. A. & Garg R. (1999). Compreensão de Gráficos de Cinemática em Física introdutória. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 21(1).

Alvarenga, K. B. & Viana-Barbosa, C. J. (2008). Uma Investigação Sobre Interdisciplinaridade na Formação Inicial De Professores. *II Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Recife. CD do Evento.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, 4, 73-80.

Correia, C. *A.* (1999). *Evolução do Conceito de Função na segunda metade do século* XVIII. Tese de mestrado Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Farfán, R. M. (2003). Uma pesquisa em Educação Matemática. Da propagação do calor à noção de convergência. *Educação Matemática Pesquisa*. 5(2), São Paulo.

Ferreira, R. (2004). Galileu e sua importância epistemológica. *Revista Millenium On-line*, *29*, pp. 162-167. Acessado em 24 de agosto, 2007. http://www.ipv.pt/millenium/Millenium29/23.pdf

Frota, P. & Moraes, M. (2003). Calculando com Galileu: os desafios da Ciência Nova. *Linguagens, Educação e Sociedade*, *6*, 13-27.

Hestenes D. (2007). Modeling Theory for Math and Science Education Mathematical. *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications -13. ICTMA 13.*

Lavaqui, V.*;* Batista, I. L. (2007). Interdisciplinaridade em ensino de Ciências e de matemática no ensino médio. *Ciência & Educação*, 13(3), 399-420.

Miorim, M. A. (1998). *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual.

Neto, W. S. L. (2011). *O ensino interdisciplinar entre Física e Matemática: Uma nova estratégia para minimizar o problema da falta dos conhecimentos Matemáticos no desenvolvimento do estudo da Física* . 2011. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Rio de Janeiro, Brasil.

Oliveira, N. (1997). *O conceito de função: Uma abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem.* Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.

Silva, C. M. S.(s.d.). *As relações da Matemática com outras áreas do conhecimento*. Disponível em: <http://www.ufes.br/circe/artigos/artigo 58.htm>. Acesso em outubro de 2007.