



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



CIAEM
CME
desde - since 1961



Categorías para analizar la relación “Historia de las Matemáticas - Conocimiento del profesor de Matemáticas”

Edgar Alberto **Guacaneme** Suárez

Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional

Colombia

guacaneme@pedagogica.edu.co

Resumen

Se presenta y discute un sistema de categorías para analizar la relación “Historia de las Matemáticas – Conocimiento del Profesor de Matemáticas”, guiado por las preguntas relacionadas con los argumentos que se esgrimen a favor de la integración de la Historia de las Matemáticas en tales procesos, las intenciones que se persiguen con dicha integración, las características de la Historia de las Matemáticas que se vincula a los procesos educativos de los profesores de Matemáticas, y las estrategias metodológicas que se han diseñado e implementado para que los profesores de Matemáticas se apropien y usen los discursos históricos.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas, Conocimiento del profesor de Matemáticas.

Introducción

En el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación – Énfasis en Educación Matemática de la Universidad del Valle (Cali, Colombia), bajo la dirección del doctor Luis Carlos Arboleda Aparicio, se desarrolló la tesis titulada “Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas” (Guacaneme, 2016). En esta, con el fin de aproximar un estado del arte en torno a la relación “Historia de las Matemáticas – Conocimiento del profesor de Matemáticas” [HM-CPM], se construyó un conjunto de categorías basado en la respuesta que distintos autores han dado, de manera más o menos implícita, a las preguntas sobre el porqué y para qué de la HM en el CPM, así como las respuestas a las preguntas sobre qué tipo de HM se recomienda estudiar y a través de qué estrategias metodológicas se sugiere o desarrolla tal estudio.

Este sistema de categorías se empleó en la tesis referida para analizar el potencial que tendría el estudio de la historia sobre la teoría euclidiana de la proporción contenida en el Libro V de *Elementos* de Euclides, en relación con el tipo de discurso histórico identificado en los documentos de HM que tratan sobre tal teoría.

El objeto del presente documento es presentar tales categorías y, sobre todo, una síntesis de la discusión que a propósito de las mismas se expuso en la tesis. Se considera que tal sistema de categorías constituye un potente marco analítico para el estudio de la relación HM-CPM, no siempre suficientemente atendida, pero hoy por hoy imprescindible en los procesos de formación de profesores de Matemáticas, entendidos estos como intelectuales y profesionales de la educación. A la vez, dicho sistema revela un amplio espectro de problemas a ser atendidos por la comunidad académica interesada en la relación HM-CPM.

¿Por qué la HM en el CPM?

Con relación a por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores, se identifican cuatro respuestas generales, a saber: (i) existencia de académicos o comunidades con formación en Historia de las Matemáticas e interés en el conocimiento del profesor de Matemáticas, (ii) valoración social de la historicidad de las Matemáticas, (iii) la Historia de las Matemáticas constituye una cornucopia de visiones, y (iv) la Historia de las Matemáticas configura una fuente de artefactos.

La **existencia de comunidades y gentes** que conozcan de HM y se interesen por la formación de profesores se muestra como una condición *sine qua non* para la integración del conocimiento histórico al CPM, pero precisamente esto ubica el problema en el plano del formador de profesores de Matemáticas y en su formación. En efecto, el problema se resume en la necesidad de conocimiento histórico en los formadores de profesores y en la necesidad de que más académicos con conocimiento sobre la HM se vinculen a la tarea de formar profesores desde/en la HM. Una manera de afrontar este problema (basada en la experiencia y tradición colombiana de casi cuatro décadas, particularmente en la experiencia en la Universidad del Valle liderada por el doctor Luis Carlos Arboleda Aparicio), es la creación de una estrategia que promueva escuelas de pensamiento que reivindique *de facto* y a través de diversas acciones el lugar de la HM en el CPM; en suma, la opción para afrontar el problema es formar comunidad académica en torno a la HM, con sensibilidad e interés por la educación del profesor de Matemáticas. No obstante lo anterior, se debe enfatizar en que no es suficiente el interés y formación en HM para orientar procesos de formación en HM para los profesores en formación o ejercicio; debe haber tanto un interés legítimo en el vínculo o la relación HM-CPM, como una formación en las particularidades de tal relación y, específicamente en la Didáctica de la Historia de las Matemáticas.

La **valoración social** de la HM impone retos mayúsculos y de diverso orden. Uno de ellos, de carácter netamente epistemológico, se puede enunciar a través de la pregunta: ¿puede convivir un discurso de una disciplina formal, como las Matemáticas, con un discurso de una ciencia humana o social, como la Historia de las Matemáticas?; la respuesta afirmativa a esta quizá implique asumir posturas filosóficas falibilistas sobre las Matemáticas, en donde las ideas de rigor, verdad y demostración (entre otras) adquieren un sentido relativo y dependiente de los momentos históricos y de las culturas, tradiciones e instituciones matemáticas. Otro, del mismo carácter, implica entender que el CPM contempla necesariamente el conocimiento de los resultados y procesos matemáticos que condujeron a ellos; esto conlleva reconocer que el conocimiento de la HM es parte integral del aprendizaje de las Matemáticas para los futuros docentes y, por ende, conocimiento exigido a, y promovido por, los formadores de estos; asimismo, convierte en un asunto de primer orden para la investigación didáctica y para la acción docente, la cuestión de integrar la HM a la enseñanza de las Matemáticas. Otro reto, también de orden epistemológico, alude a hacer que más matemáticos reconozcan y participen activa y

productivamente de la existencia de discursos meta-matemáticos, sin que ello implique una pérdida de estatus académico ni *cientificidad*, sino más bien una redimensión de la profesión matemática. Un último reto refiere a lograr empoderar la Matemática y la HM producida por comunidades “menores” (*i.e.*, convencionalmente consumidoras de Matemáticas de comunidades “mayores”), como parte importante de la HM y como elemento fundamental para favorecer la identidad cultural y científica de los miembros de aquellas comunidades.

Muchos de los argumentos relativos a la **HM como cornucopia de visiones** (de la actividad matemática, de las Matemáticas, del conocimiento matemático y de los objetos matemáticos) le adjudican a esta un valor intrínseco; sin embargo, este valor no puede ser independiente de la estrategia metodológica que se use para su estudio o apropiación o del tipo de historia disponible. Ello impone los retos de construir algunas historias (*v.g.*, historias socioculturales) o estrategias para su aprendizaje (*v.g.*, el diseño de tareas que favorezcan la actividad histórica).

El valor intrínseco de la HM también es aludido en los argumentos que respaldan la idea de que la HM configura una **fuerza de artefactos**. Acá también emerge el reto de disponer de otras historias (*v.g.*, historias evolutivas o historias de dificultades u obstáculos epistemológicos) y de otras estrategias que, por ejemplo, impliquen procesos de descentración, que sirvan de referencia a/sobre la actividad de aprendizaje de las matemáticas. Adicionalmente, si bien la apropiación de la HM tiene el potencial de convertirla en un “artefacto”, se hace necesario que existan acciones específicas que promuevan su conversión a “herramienta” para los futuros profesores, pues ella en sí misma no tiene tal carácter.

¿Para qué la HM en el CPM?

En relación con la pregunta para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores, se distinguen dos grupos de respuestas, que son: (i) para dotar al profesor de visiones pertinentes para su ejercicio profesional (*v.g.*, visión de la actividad matemática, visión de las Matemáticas, visión del conocimiento matemático, y visión de los objetos matemáticos), y (ii) para dotar al profesor de artefactos adecuados para su ejercicio profesional (*v.g.*, mirada epistemológica y del pensamiento matemático, maneras de enseñar e insumos para el aula y el currículo, y competencias personales y profesionales).

Sin lugar a dudas las **visiones sobre las Matemáticas, sobre su conocimiento y sobre “hacer Matemáticas”** dependen de las experiencias, tendencias y perspectivas empleadas en el estudio de las Matemáticas. Bajo esta aserción se supone que si las experiencias de estudio de las Matemáticas incorporan simultáneamente el estudio de aspectos históricos de estas, las visiones en cuestión se afectan en positivo. En efecto, varios de los estudios empíricos refieren experiencias –no siempre exitosas– de introducción de la HM en la formación de profesores con el propósito de “modificar” sus visiones. En estos se le adjudica a la HM un papel de conocimiento “corrector” de visiones (como lente de anteojos), más que como conocimiento consustancial a las Matemáticas mismas (como el cristalino para el ojo), así como de “ampliador” de visiones, lo cual lleva al reconocimiento de existencia de visiones “restringidas”. Así, se supone que una visión no distorsionada, o corregida, de las Matemáticas y de su conocimiento (que la asocie a las demás disciplinas, que le asigne un lugar a sus relaciones con la Cultura y la Sociedad, o que le permita entrever el carácter relativo del rigor, verdad o existencia del conocimiento matemático) permitirá que el profesor –entre otras opciones– considere la posibilidad de realizar proyectos escolares de Matemáticas en donde intervengan

otros colegas, disciplinas y artes, así como que le brinde la posibilidad de reconsiderar la existencia –y evolución– en el aula de cánones de rigor, verdad y existencia, alternos a los aparentemente estandarizados para las Matemáticas. Igualmente, se supone que una visión amplia de la actividad matemática (que incluya sus diferentes facetas, la valoración del acto creador, la asignación de un lugar para la intuición y para los aspectos estéticos, o propicie sensibilidad en torno a la existencia de maneras alternas de hacer Matemáticas, entre otras de sus características) dispondría al profesor a proponer formas alternas de actividad matemática en el aula o a valorar en la actividad matemática de sus alumnos aspectos no técnicos del quehacer matemático, a la vez que le impondría retos respecto a cómo promover el desarrollo de la intuición matemática o de la creatividad matemática de los estudiantes, a través de las tareas que les proponga.

Ahora bien, parece deseable que el profesor de Matemáticas disponga de una **visión de los objetos matemáticos** amplia y profunda, expresada, por ejemplo, en el conocimiento de su racionalidad e intención, su carácter evolutivo, sus distintos significados, o su ubicación en las Matemáticas mismas. Esta debería ser la manera de responder al requerimiento referido en la expresión “el profesor de Matemáticas debe aprender más Matemáticas que las que deben aprender sus estudiantes” y no la usual que equipara el conocimiento matemático del profesor al de un matemático. No obstante esta postura, se hace necesario responder de manera precisa qué beneficios, a más de erudición, obtiene un profesor al tener una visión histórica de los objetos matemáticos que configuran las matemáticas escolares.

Ligada a esta pregunta aparece entonces la segunda intención aludida (*i.e.*, dotar al profesor de artefactos para su desempeño profesional). La discusión de la metáfora filogénesis-ontogénesis aplicada a la educación, encarna parte significativa de la cuestión sobre la **mirada epistemológica y del pensamiento matemático**; sin embargo, en esta discusión no se ha tenido en cuenta ni la existencia y disponibilidad de una historia y análisis epistemológicos de los objetos matemáticos que se constituyen en objeto de enseñanza y aprendizaje en la escuela, ni la adecuada presentación de tal historia y análisis, en relación con las posibilidades y exigencias de los procesos formativos de los profesores de Matemáticas. Ello evidencia un reto mayor para la comunidad académica interesada en la relación HM-CPM, pues es muy probable que el inventario al respecto sea aún deficitario o poco apropiado.

Ahora bien, puede llegar a ser relativamente obvio que la introducción de un componente histórico en la educación de los profesores sí afecte el ejercicio docente y genere una transformación en la **manera de enseñar** Matemáticas y de la consciencia sobre la misma, pero no es igualmente obvio que tales diferencias sean lo suficientemente profundas y esenciales que mejoren la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas; infortunadamente, las investigaciones no reportan mucha evidencia al respecto.

En relación con la postura que alude a que la HM dota al profesor de **insumos para el aula y el currículo**, se encuentra que existe un reconocimiento a la potencialidad de la historia de un concepto como fuente de ideas para la enseñanza de este o de problemas matemáticos históricos y su incorporación al aula. Este uso utilitario de la HM, si bien puede ser importante para el ejercicio del profesor y puede configurarse como estrategia pedagógica innovadora, incorpora un sentido poco profundo de la HM y del CPM. Quizá por ello sea conveniente reclamar y proponer un uso de la HM en torno a las cuestiones epistemológicas surgidas de la reflexión del profesor de Matemáticas en/sobre su ejercicio docente, reivindicando así el discurso académico de la HM, el trabajo profesional de los historiadores y el carácter profesional del CPM.

Con respecto a las **competencias personales y profesionales** es pertinente recordar que se afirma que el estudio de la HM conlleva: un ambiente de aprendizajes que trascienden el conocimiento histórico y que implica el aprendizaje de habilidades y el desarrollo de competencias metacognitivas, el contacto con otros resultados culturales, o valorar la HM. Así, además de aludir al “saber” del profesor, estas competencias refieren al “ser” y, por tanto, parecen aportar de fondo al conocimiento del profesor en cuanto profesional de la educación en Matemáticas. No obstante lo anterior, se identifica que estos aspectos aún no suficientemente abordados y estudiados por la comunidad de formadores de profesores y de investigadores.

¿Qué HM para el CPM?

Respecto de la pregunta sobre qué tipo de HM debe ser apropiada por un profesor, se identifican dos perspectivas de respuesta; una de ellas refiere a los **objetos de estudio** de la Historia de las Matemáticas (*i.e.*, los asuntos que son propuestos para ser estudiados con el fin de favorecer los conocimientos del profesor de Matemáticas) y la otra al **tipo de tratamiento** de la Historia de las Matemáticas (*i.e.*, los enfoques que podría tener la Historia de las Matemáticas que se ponga en juego en la formación de profesores). Dentro de la primera se reconocen ocho tipos de objeto de estudio (Biografías y cronología; fuentes primarias, secundarias, terciarias; teorías / subdisciplinas / disciplinas; temas / procesos / problemas; pensamiento matemático; Matemáticas hegemónicas / Matemáticas de culturas no hegemónicas; asuntos meta-matemáticos o meta-históricos; y, relación de HM con lo educativo). La segunda identifica cinco tipologías de Historia de las Matemáticas (internalista / externalista; relato / análisis; evolutiva / situada; historia / herencia; original / anacrónico).

Se debe resaltar que la identificación de objetos de estudio y tratamientos ha llevado a reconocer dos preguntas, relacionadas con la pregunta sobre qué HM debe ser apropiada por un profesor, a saber: (i) ¿qué objetos de estudio deben ser abordados en la apropiación de la HM para la formación del CPM? y (ii) ¿qué enfoque o tratamiento histórico debe ser empleado para tratar los objetos de estudio de la HM?

¿Qué objetos de estudio deben ser abordados en la apropiación de la Historia de las Matemáticas para la formación del conocimiento del profesor de Matemáticas?

Difícilmente se pueden encontrar objetos diferentes a los relacionados en el listado de tipos de objetos; sin embargo, esto no indica la existencia de un consenso en la comunidad en que sean todos estos los objetos de estudio deseables para la formación del CPM.

Donde quizá sí hay consenso es en la necesidad de que un profesor de matemáticas exhiba algo de erudición histórica o cultura histórica básica y, en consecuencia, evidencie conocimiento sobre la biografía de algunos matemáticos célebres y su ubicación temporal y hasta geográfica, así como sus obras o contribuciones matemáticas y algunos hitos matemáticos históricos. Tal consenso parece desvanecerse cuando se cuestiona el carácter fundamental de dicho conocimiento. A este respecto se debe reconocer una cierta subvaloración del conocimiento histórico (referido a biografías, anécdotas y fechas) como fin, que se contrapone con la valoración al asumirlo como un medio para la identificación de dichas variables contextuales que favorecieron (y podrían favorecer) la actividad matemática.

Por otra parte, atendiendo a la clasificación de fuentes históricas (primarias, secundarias y terciarias), se debe reconocer un cierto énfasis en sugerir el estudio de las fuentes primarias, basado en argumentos que reconocen la potencialidad del contacto con la obra en su contexto y

modo de formulación original. A este respecto, más que objetar los argumentos esgrimidos se debe objetar la consideración de que las fuentes primarias sean un objeto de la HM; es preferible ubicarlas como objetos de las Matemáticas que pueden ser analizados desde perspectivas históricas, a partir de lo cual se genera un discurso histórico sobre los mismos (*i.e.*, las fuentes secundarias). Bajo esta óptica estudiar las fuentes primarias es estudiar Matemáticas, en tanto que estudiar los análisis históricos, resultantes de la investigación que los historiadores hacen y publican, es estudiar HM. Ahora bien, las fuentes terciarias aparecen cuando académicos no profesionales de la HM, sino más bien diletantes, estudian y hacen uso de la HM para configurar discursos que la relacionan con lo educativo; este es el caso, por ejemplo, de: los estudios de transposición didáctica, los estudios de obstáculos epistemológicos de un objeto matemático para desde allí iluminar el estudio de potenciales errores y dificultades en el aprendizaje escolar del objeto, los estudios socio-epistemológicos a través de los cuales se estudian las historias de las prácticas matemáticas en torno a un objeto matemático y se hacen inferencias y propuestas didácticas, o las reelaboraciones históricas que se configuran con el fin de integrar la HM a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Cuando se observa lo plantado respecto de los objetos teorías/subdisciplinas/disciplinas y temas/procesos/problemas se reconoce una pluralidad de posturas frente a la dimensión del objeto de estudio. Tomar posición a favor del estudio de un objeto amplio (como puede ser la historia del Cálculo) o del estudio de un objeto específico (la solución de ecuaciones) implica necesariamente considerar si la prioridad en la formación del CPM es la extensión o la profundidad de la HM; en todo caso, lograr un balance es un reto mayor.

La idea de pensamiento matemático, como objeto de la HM, evoca un panorama variopinto y un ámbito histórico muy amplio y no menos diverso, y potencialmente pertinente para el CPM. Dicho panorama implica reconocer: cómo los matemáticos piensan los objetos matemáticos (*v.g.*, los métodos o las heurísticas usados para resolver problemas matemáticos, el carácter metafísico de concebir algunas nociones sobre las que se estructuran algunas teorías matemáticas, o la valoración de su propia producción matemática en relación con los cánones de la comunidad matemática), facetas universales de pensamiento que se privilegian en un momento particular de la historia o en momentos específicos de la actividad matemática (*v.g.*, pensamiento sintético y pensamiento analítico; intuición y formalismo; intradisciplinar e interdisciplinar), o procesos matemáticos que constituyen singularidades en el concierto del pensamiento científico y del pensamiento humano en general (*v.g.*, visualización, estimación, abstracción, reconocimiento de regularidades, justificación, razonamiento bajo hipótesis). Sin embargo, la tendencia de una historia internalista de los objetos matemáticos no ofrece un amplio lugar para las historias del pensamiento matemático, lo cual conlleva un reto importante.

Bajo el título Matemáticas hegemónicas/Matemáticas de culturas no hegemónicas se debe reconocer la discusión acerca de si las Matemáticas objeto del estudio histórico son las reconocidas como hegemónicas (o Matemáticas occidentales) o si pertenecen a culturas o sociedades específicas (*v.g.*, Matemáticas orientales o Matemáticas de comunidades indígenas). Con este contexto de fondo, debería quedar claro que la HM tiene fronteras más amplias que las contempladas usualmente, asunto que problematiza aún más la decisión sobre qué HM debería ser apropiada por un profesor de Matemáticas, ya que se amplía el espectro de significación de "hacer matemáticas" y se abre la posibilidad de adquirir identidad cultural a través de disponer y estudiar la HM propia.

Resta ahora discutir dos objetos (a saber: asuntos meta-matemáticos o meta-históricos y

relación de HM con lo educativo) los cuales podrían incluso, desde algunas posturas, ser considerados objetos no pertenecientes a la HM. Un ejemplo de los primeros, es decir los asuntos meta-matemáticos, refiere a los fundamentos de las Matemáticas y a las ideas de rigor y prueba. Precisamente una perspectiva histórica de estas últimas permite reconocer en estas una dualidad casi inseparable y un objeto perfectamente abordable desde la HM, que le brinda al profesor un marco de referencia tanto para comprender miradas alternas a tal dualidad como para aprehenderla en sus expresiones escolares. Respecto de los asuntos meta-históricos, se debe reseñar que estos pertenecen a la historiología (entendida como epistemología de la HM); sin embargo, estos pueden llegar a ocupar un papel importante sobre la comprensión y valoración de los conocimientos históricos, de manera semejante a como los aspectos meta-matemáticos condicionan la valoración y comprensión de los objetos matemáticos.

La relación de HM con lo educativo cobra particular importancia uno de los ámbitos de intervención de la HM en la Educación Matemática, es decir la intervención de la HM en la enseñanza de las Matemáticas. Este ámbito debe hacer parte de lo que el profesor se apropie pues contribuye a su desempeño profesional; sin embargo esto debe estar acompañado de una visión suficientemente informada y crítica sobre las singularidades de intervención de la HM. Adicionalmente, se debe entender que el estudio de propuestas de intervención de la HM en la enseñanza constituye un ambiente propicio para motivar la necesidad de estudiar a profundidad: la HM empleada (y otra colateral y relacionada con esta), las Matemáticas implicadas tanto en su contexto histórico como en su presentación contemporánea, la expresión curricular actual de la temática de las matemáticas escolares objeto de intervención, los aspectos didácticos que la investigación en Educación Matemática refiere respecto del tema matemático y el lugar de la tecnología (instrumentos de mediación) en la historia del tema y de en sus expresiones modernas.

¿Qué enfoque o tratamiento histórico debe ser empleado para tratar los objetos de estudio de la Historia de las Matemáticas?

El estudio de las cinco las tipologías de la HM (Internalista/Externalista, Relato/Análisis, Evolutiva/Situada, Historia/Herencia y Original/Anacrónico) pertenece a la historiografía; no obstante esto, su relación con el CPM no lo es.

La tipología Internalista/Externalista entiende estas dos opciones de HM como extremos de un intervalo; en cierto sentido, el reconocimiento de aspectos sociales y culturales como elementos fundamentales en la constitución y desarrollo de la obra matemática, objeto del estudio histórico, es el aspecto central de distinción entre estas posturas.

También la tipología Relato/Análisis se puede entender como un intervalo, entendiendo que sus extremos expresiones diferentes de profundidad del producto de la HM. Los análisis históricos usualmente corresponden al contenido de artículos de revistas de HM y ajustados a los estándares de la ciencia histórica; corresponden, en general a los análisis e interpretaciones del hecho histórico. Los relatos históricos no necesariamente satisfacen tales estándares y son referidos como pseudo-historia; son identificados con la descripción del hecho histórico.

La tipología Evolutivo/Situado refiere a la comprensión de los procesos de evolución de los objetos matemáticos o la comprensión de los razonamientos de los matemáticos en un momento específico, respectivamente; o en otras palabras, a una historia que estudia la evolución de un objeto matemático y una historia que estudia una obra matemática en un contexto específico.

La tipología Historia/Herencia refiere, en esencia a la consideración de una HM permeada por las vicisitudes del carácter humano de la actividad matemática versus una visión exitosa y perfecta de las Matemáticas, respectivamente. Así, a la Historia le interesan y da cuenta y razón de las motivaciones de la actividad matemática, los elementos que la incluyen positiva y negativamente, las relaciones entre las nociones matemáticas, los asuntos no evidentes de las nociones, los caminos no exitosos emprendidos en la actividad matemática, o la esperanza e importancia que acompañaba una producción matemática. La Herencia se preocupa por exhibir una historia impoluta de las nociones matemáticas consideradas *a posteriori* célebres y significativas en un desarrollo exitoso de las matemáticas.

Bajo los términos Original/Anacrónico se reportan dos tendencias que remiten necesariamente a la discusión asincrónica sostenida entre Wilhelm Dilthey (1833-1911) y Hans-Georg Gadamer (1900-2002) en torno a la objetividad de la interpretación histórica; estas tendencias se relacionan respectivamente con una historia contada desde el punto de vista del autor o historia cultural y una historia contada desde la perspectiva de los científicos modernos.

La comunidad interesada en la relación HM-CPM está aún a la espera de acopiar suficiente evidencia empírica (desde la indagación e investigación), para responder consistentemente cuáles de los aspectos de las cinco tipologías descritas antes son más pertinentes para promover un CPM de excelsa calidad. Por ahora, tan solo se reconocen varias posturas teóricas (u opiniones más o menos fundamentadas) y exiguas experiencias de formación. Asimismo se advierte insuficiencia en los materiales que puedan ser apropiados por los profesores para favorecer el conocimiento histórico relacionado con su ejercicio docente, asunto que se reconoce como la carencia –o al menos escases– de materiales que puedan favorecer el estudio de una aproximación histórica específica.

¿Cómo gestionar la HM para el CPM?

Con respecto al cómo se reconocen dos grupos de respuesta. Un primer grupo representa las **opciones curriculares** (cursos de HM, integración de HM a cursos de Matemáticas, o involucramiento de HM en cursos de diseño curricular y tareas para el aula). Un segundo grupo alude a las **opciones metodológicas** (conferencias/discusiones, lecturas, proyectos).

Las **opciones curriculares** parecen referirse al lugar que ocupa la HM en los planes de estudio de los programas de formación de profesores de Matemáticas. Si se trata de que el profesor (en formación o en ejercicio) aprenda HM, proponer cursos de HM en los pensum es una respuesta natural; lo que no resulta tan natural es que el número de cursos para aprender HM sea habitualmente tan bajo, en comparación con el número total de cursos del plan de estudios. Al respecto, parece un desatino proponer un solo curso de HM en un programa de formación de profesores de Matemáticas, y mucho más, pretender que allí se capture siquiera una panorámica de la actividad matemática de la humanidad en sus diferentes culturas y épocas.

Ahora bien, también se plantea que la HM puede llegar a ser el medio para lograr o apoyar otros aprendizajes. Este es la situación cuando se integra la HM a las Matemáticas para lograr su aprendizaje, bien como un componente adicional o bien como parte constitutiva de estas; en ambos casos se propicia una experiencia formativa sobre la integración de la HM a las Matemáticas y, se cuenta por tanto con un referente propio para gestionar sus prácticas docentes de manera semejante, o tomar postura crítica frente a tal manera de integración. Asimismo puede integrarse la HM a cursos de diseño curricular o de las didácticas específicas de las Matemáticas. En ambas situaciones la HM puede llegar a ser un organizador curricular no necesariamente

explícito para el futuro profesor y, por ende, puede llegar a pasar desapercibido.

Por otra parte, no parece haber suficiente evidencia empírica o investigativa que reporte el estudio de la integración de la HM en la enseñanza, como objeto de un curso para la formación de profesores. Ello no obsta para señalar la posibilidad/necesidad de que se instauren cursos para la formación de profesores de Matemáticas en donde se estudien las estrategias y propuestas de integración de la HM en la enseñanza de las Matemáticas, los reportes de estudios de transposición didáctica de objetos matemáticos, las investigaciones que asumen el estudio de la filogénesis y ontogénesis de objetos matemáticos, los estudios socio-epistemológicos de objetos matemáticos, etc.

Lo anteriormente descrito conduce a un problema adicional: los formadores de profesores deben disponer de un conocimiento de la HM para poder agenciar los procesos de integración, pero tal conocimiento puede no estar siendo tenido en cuenta en la formación de posgrado. Ni allí, ni en la formación de pregrado la HM ocupa el lugar central, sino uno secundario; esto lleva a proponer asignar el papel central a la HM en la formación de profesores de Matemáticas, lo cual conlleva la necesidad de formar una comunidad de práctica que desde la Didáctica de la HM asuma la investigación sobre la relación HM-CPM de manera dialéctica con su enseñanza.

Las **opciones metodológicas** identificadas (conferencias/discusiones, lecturas, proyectos) deben tener relación con la manera en que se concibe el aprendizaje de la HM. En este sentido, escoger una opción relacionada con conferencias, discusiones o lecturas puede revelar una postura en la cual se concibe la HM como un discurso que se puede exponer y sobre el cual se pueden generar discusiones para promover su apropiación. Por su parte, seleccionar una opción relacionada con los proyectos, puede indicar una postura que incluye el desarrollo de una actividad por parte del aprendiz, que promueve la apropiación de la HM. Pero más allá de la especulación anterior, se debe reconocer que, al parecer, no se cuenta con una aproximación teórica respecto del aprendizaje de la Historia de las Matemáticas. Esta carencia es preocupante porque en/para la construcción de una Didáctica de la HM. Probablemente el estudio de la historiografía o de la historiología de la HM ofrezca una teoría del aprendizaje de la HM, o al menos las bases para una teoría tal.

Discusión y reflexión adicional

Más allá de lo discutido para cada una de las preguntas, se discuten acá dos asuntos sobre la relación HM-CPM. El primero alude a la apropiación y uso de la HM; y el segundo refiere a la Didáctica de la HM en relación con el CPM.

En primer lugar, se destaca la existencia de dos “estados” de la relación HM-CPM: un estado de apropiación y otro estado de uso. Estos estados podrían verse organizados temporalmente en dos momentos sucesivos o bien como dos caras de una misma moneda que se relacionan dialécticamente como parte del CPM. En efecto, una perspectiva que implica que el conocimiento histórico debe aprenderse antes de poder usarse, ordena temporalmente la apropiación y el uso; bajo esta, se puede reseñar una extensa tradición, que implica la inclusión de cursos de HM en los programas de formación de los profesores Matemáticas. Al contrario, el estudio sobre el uso de la HM no tiene una tradición tal e incluso puede parecer un tanto extraño. Sin embargo, el estudio de la amplísima literatura sobre la relación entre HM y Educación Matemática, relacionada en el capítulo 2 de la tesis en cuestión, y particularmente de un sinnúmero de estrategias de enseñanza de las Matemáticas en las cuales se ha integrado la HM de diversas maneras, ofrece la posibilidad de estudiar usos de la HM en la enseñanza y de manera

dialéctica estudiar HM.

La apropiación y el uso de la HM puede verse también, metafóricamente, como dos caras de una moneda. Bajo esta perspectiva, un planteamiento que refiere al aprendizaje de un objeto a través de –y simultáneamente con– su uso, podría constituir una expresión de la relación dialéctica entre las dos caras. En este caso, existe siempre una intención didáctica o funcional, para apropiarse del conocimiento histórico, esto es, la HM se estudia con una intencionalidad funcional a favor del CPM, la cual determina qué estudiar.

En segundo lugar, se trata el asunto de la Didáctica de la HM en relación con el CPM. Esta parece tener una relación con un único sentido (HM→CPM) en el que se ubica la pregunta sobre el papel o injerencia que tiene la HM en el CPM, la cuestión sobre la apropiación y uso de la HM por parte del profesor de Matemáticas, o la pregunta por el carácter necesario de los procesos de transposición didáctica de las HM para integrarla al CPM. Sin embargo, la relación restante (*i.e.*, HM←CPM) no parece ser atendida de manera suficiente en la literatura especializada. Bajo este sentido no atendido, podría cuestionarse acerca de si las necesidades del CPM pueden reclamar o condicionar a la HM; si ello fuera así, habría que reconocer la necesidad de realizar procesos de transposición didáctica del conocimiento histórico para construir una HM que se adecue a las necesidades del CPM. Adicionalmente, bajo el reconocimiento que la HM es un conocimiento que aporta erudición, pero no necesariamente formación, debería estudiarse cómo transformarla o tratarla para que trascienda su carácter informativo e incorpore uno formativo, consustancial con la necesidad de profesionalizar efectivamente la formación del profesor.

Referencias y bibliografía

Guacaneme, E. A. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Tesis doctoral no publicada. Doctorado Interinstitucional en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Santiago de Cali: Universidad del Valle.