

NIVELES DE RAZONAMIENTO EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Evelio Sará y Ángel Míguez

Universidad Nacional Abierta
eveliosara@yahoo.com, ajmiguez@gmail.com
Pensamiento Geométrico. Educación Media

RESUMEN

La siguiente investigación presenta el Modelo de Van Hiele como una herramienta para guiar el aprendizaje de los contenidos geométricos. El objetivo primordial de este trabajo fue evaluar la efectividad de este modelo en el aprendizaje de los contenidos Triángulos y Cuadriláteros en los estudiantes del Primer Año de una Escuela Técnica Agroindustrial. La teoría utilizada fue la teoría para la didáctica de la Geometría propuesta por los esposos Van Hiele. La investigación se abordó desde la metodología de la investigación explicativa, bajo un diseño cuasi experimental. En ese sentido, se establecieron dos grupos de estudiantes, control y experimental. Asimismo, se diseñó un instrumento ad hoc basado en los tres primeros niveles de Van Hiele y se aplicó a ambos grupos de estudiantes del Primer Año de una Escuela Técnica Agroindustrial del Municipio Andrés Bello, Estado Trujillo. La finalidad de este instrumento fue diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico con respecto al tema: Triángulos y Cuadriláteros que poseen los estudiantes. Posteriormente, se sometió el grupo experimental a las fases de aprendizajes propuestas en el Modelo de Van Hiele para los dos primeros niveles. Por último, se compararon los promedios de los dos grupos de estudiantes utilizando la prueba t de student para muestras independientes. El análisis de los resultados muestra que los estudiantes del grupo experimental exhiben mayores habilidades en los niveles de razonamientos de Van Hiele. Entre las conclusiones más relevantes están la efectividad que tiene el Modelo de Van Hiele para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico que poseen los estudiantes en un determinado momento y para construir unidades didácticas que guíen el razonamiento geométrico del estudiante de un nivel a otro.

Palabras clave: modelo de Van Hiele, estrategias didácticas, aprendizaje de la geometría.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Según la Ley Orgánica de Educación (2009), el nivel de Educación Media está integrado por dos opciones: educación media general con duración de cinco años y educación media técnica con duración de seis años. Los programas educativos del nivel de Educación Media contemplan la enseñanza de la asignatura Matemática en el currículo escolar. La Matemática suministra muchos y claros ejemplos del desarrollo de esquemas o estructuras conceptuales en la mente del individuo, además, la misma aparece como uno de los instrumentos más altamente desarrollados disponibles para nosotros al objeto de tratar con nuestro ambiente físico. (Skemp, 1980).

Desde el punto de vista matemático, existen tres tipos de argumentos que justifican la presencia de la Matemática en el currículo escolar: 1) la Matemática tiene un alto valor formativo porque desarrolla las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan el pensamiento formal; 2) la Matemática es

importante por su utilidad debido a que aparece en variadas formas de expresión humana y permite codificar información y obtener una representación del medio social y natural y 3) la Matemática proporciona, junto con el lenguaje, uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los estudiantes. (Rico, 1998).

Según la UNESCO (2011), existe un déficit de profesionales graduados en el área de Educación Matemática que corresponde a un 19,16%, asimismo, este informe señala que existe un gran número de profesionales graduados en otras áreas distintas a la Matemática y que actualmente cubren esta vacantes en el nivel de Educación Media. Es evidente que estos profesionales desconocen los contenidos y las estrategias didácticas para lograr de manera eficiente el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes; esto ha traído como consecuencia una disminución en la calidad de enseñanza de los temas del área de Matemática. Es decir, se requiere de profesionales graduados en el área de Educación Matemática que se preocupen por mejorar la praxis en el aula, incluyendo en sus planificaciones la evaluación diagnóstica del conocimiento que poseen sus estudiantes para posteriormente crear unidades didácticas basadas en las teorías y métodos que se han establecido en diversas investigaciones realizadas en el área de Educación Matemática. (Howson Keitel y Kilpatrick, citado por Rico, 1998).

El papel que juega el docente de Matemática en el aula es de gran importancia para la producción de conocimientos en los estudiantes. Los profesores de matemáticas deben implementar unidades didácticas de manera organizada y secuenciada que permitan construir el conocimiento en el estudiante y de no lograr este objetivo deben preocuparse y reflexionar sobre su falta de éxito. (González, 1994; Gutiérrez, 1999; Mosquera, 2006; Orton, 1988). Como consecuencia, la función de la instrucción es ayudar al desarrollo cognitivo para poder así entender y lograr los objetivos específicos.

En otro orden de ideas, la Geometría ha jugado un papel importante en la construcción del corpus matemático que actualmente integra los textos escolares. Con el surgimiento del álgebra, los contenidos programáticos de los textos escolares y los programas de estudios son en su mayoría inclinados hacia esta rama de la Matemática. Esto ha generado el desplazamiento de los contenidos de Geometría, y en la mayoría de los casos, los temas referidos al área de Geometría son considerados como temas secundarios en el libro de texto de Matemática para el primer año del nivel de Educación Media. (Hernández y Villalba, 2001; Rivero, citado por Pérez y Ruiz, 2010; Rodríguez, 1995). En ese particular, Alsina (citado por Mariño, 1999), advierte que "existe un consenso, en la comunidad de Educación Matemática, sobre la necesidad de garantizar en los alumnos una buena formación en Geometría. Sin embargo, la ausencia de tal formación durante muchos años ha producido en el alumno y en el docente inseguridad y a la vez cierto desinterés por la enseñanza y aprendizaje de la Geometría" (p. 72).

En consecuencia, la no consideración de la Geometría por parte de los docentes ha llevado a tener estudiantes mal preparados en el conocimiento matemático-geométrico, que se refleja en la dificultad para abordar problemas de identificación, ubicación espacial, reconocimiento de figuras y cuerpos, comparación, abstracción, entre otros aspectos importantes. Por ello, se debe enseñar Geometría debido a que estimula el pensamiento espacial, el interés y la creatividad de los estudiantes en Matemática. (Gutiérrez, 1999; Maya, 2013). Asimismo, la Geometría es una de las ramas de la Matemática con la que mejor relación se puede establecer entre sus temas y el entorno social. Es decir, lo estudiado en el aula se puede contextualizar de manera inmediata con la realidad o con el imaginario regional y cultural en el que está inmerso el estudiante. En ese sentido, la tarea principal del docente es enseñar y que el estudiante adquiera los conocimientos, mostrando la finalidad y aplicación de lo aprendido en el aula. (Macnab y Cummine, 1986; CENAMEC citado por Mosquera, 2008; Propuesta del Currículo Nacional Bolivariano, 2007; Terán, Pachano y Quintero, 2008).

De la misma manera, el docente del área de Matemática debe prestar mayor atención al nivel de razonamiento que poseen los estudiantes y de esta manera crear unidades didácticas que permitan el aprendizaje de la Geometría. Orton (1988) indica que “es evidente que las unidades didácticas deben fragmentarse minuciosamente en secuencias” (p. 209). Braga (1991) plantea que “el Modelo de Van Hiele proporciona un esquema útil de organización del currículo y del material de aprendizaje que ha tenido una influencia real en la elaboración de currículos de Geometría en distintos países” (p. 5). En tal sentido, el docente de Matemática encuentra en el Modelo de Van Hiele una herramienta eficaz para la didáctica de la Geometría y el Estado Venezolano debería preocuparse en organizar el currículo siguiendo teorías para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

En sus trabajos, los esposos Van Hiele enfatizan en la idea que el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez (Gutiérrez y Jaime, 1990). Es decir, dan gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados. Cabe agregar que otra de las ventajas del uso del modelo de Van Hiele en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría radica en el diagnóstico previo que es posible realizar para determinar el nivel de razonamiento geométrico de cada estudiante. El objetivo fundamental de esta investigación, es presentar el Modelo de Van Hiele como una alternativa didáctica en la que el docente puede indagar y clarificar la forma de organizar sus estrategias didácticas para lograr el aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año de una Escuela Técnica Agroindustrial. Finalmente, se plantea la siguiente interrogante ¿Cuál es la efectividad del empleo del Modelo de Van Hiele en la construcción de las estructuras geométricas? De igual manera se plantean como objetivos los siguientes:

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Evaluar la efectividad del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de los contenidos Triángulos y Cuadriláteros en los estudiantes del primer año de una Escuela Técnica Agroindustrial.

Objetivos Específicos

- Diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico alcanzado por los estudiantes del Primer Año de una Escuela Técnica Agroindustrial, previo al estudio del tema de *Triángulos y Cuadriláteros*.
- Diseñar una unidad didáctica siguiendo las fases de aprendizaje establecidas en el Modelo de Van Hiele para los tópicos: *Triángulos y Cuadriláteros*.
- Comparar el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran los estudiantes del grupo control y el grupo experimental después de aplicar una unidad didáctica sobre *Triángulos y Cuadriláteros*.

MARCO TEÓRICO

Modelo de Van Hiele

En los años 50, los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele Geldof, trabajaban como profesores de Geometría de enseñanza secundaria en Holanda. A partir de su experiencia docente, elaboraron un modelo que trata de explicar, por un lado, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y, por otro, cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos para que mejoren la calidad de su razonamiento geométrico. El modelo consta principalmente de dos partes: La primera parte es de carácter descriptivo y se refiere a los niveles de razonamiento geométrico; la segunda, marca las directrices a seguir por los docentes y se refiere a las fases de aprendizaje. Los niveles de razonamiento son entendidos como los estadios del desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante, los cuales no están directamente ligados con el crecimiento o la edad. Estos niveles son:

Nivel 1: Visualización o Reconocimiento. Los estudiantes en este nivel perciben las figuras y cuerpos por su forma como un todo, por su apariencia, no por sus partes y propiedades, se limita a descripciones.

Nivel 2: Análisis. Los estudiantes en este nivel comienzan a discernir las características definitorias de los cuerpos y las figuras geométricas. Las propiedades que surgen se usan para la contextualización de las formas, se identifican partes y se usan para su clasificación.

Nivel 3: Ordenación o Clasificación. En este nivel los estudiantes pueden establecer interrelaciones entre los elementos definitorios de un cuerpo o figura (relaciones entre lados y ángulos) y la que existe entre figuras (cuadrados, rombos, rectángulos).

Nivel 4: Deducción Formal. En este nivel el estudiante entiende lo que es una deducción, comienza a ver a la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas. La persona entiende y construye una demostración, entiende el rol que juegan las condiciones necesarias y suficientes y distingue una afirmación de su recíproca.

Nivel 5: Rigor. Los estudiantes en este nivel pueden analizar diversos sistemas deductivos, comprenden los aspectos formales de la deducción como la consistencia, la independencia y la completitud de los postulados.

La segunda parte del modelo, referida a las directrices que se dan a los profesores, son las llamadas fases de aprendizaje. Los esposos Van Hiele proponen para cada nivel una secuencia de cinco fases, a través de las cuales se puede llegar a lograr el aprendizaje, para avanzar de un nivel de pensamiento al nivel inmediatamente superior. Estas fases son:

Fase 1: Información. Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as.

Fase 2: Orientación Dirigida. Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar.

Fase 3: Explicitación. Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos/as y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

Fase 4: Orientación Libre. Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.

Fase 5: Integración. La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados.

La instrucción como herramienta de avance en el nivel de razonamiento

Frente a teorías, como la de Piaget, que ligan el desarrollo intelectual al biológico, Van Hiele afirma que la instrucción es un factor básico para avanzar en el nivel de razonamiento. Por una parte, Van Hiele dice que la maduración que permite que un estudiante avance al nivel superior inmediato debe considerarse como un proceso de aprendizaje, y no como una maduración de tipo biológico. (Fuys, Geddes y Tischler, 1988). Además Van Hiele (1986) señala que “la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje. La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje” (p. 50). Aunque también nos previene que en algunos casos es posible que ciertas formas de enseñanzas no permitan alcanzar los niveles

superiores, pues los métodos de pensamiento usados en esos niveles permanecen inaccesibles a los estudiantes. (Fuys et al., 1988).

MARCO METODOLÓGICO

Tipo y diseño de la investigación

Para la realización de este estudio se utilizó un alcance explicativo y un diseño cuasi experimental. En ese sentido, se determinó el nivel de razonamiento geométrico que caracterizaba a los estudiantes antes y después de aplicar el experimento. La unidad didáctica basada en la variable Modelo de Van Hiele se implementó para observar su efecto y relación sobre la variable aprendizaje de la Geometría (Hernández, Fernández y Batista, 2010).

Población y muestra

En esta investigación se tomó una población censal debido a que las muestras eran pequeñas, se incluyeron 40 estudiantes, los cuales conformaban todos los elementos de la población. (Chávez, 2007; Morles, 1994; Tamayo y Tamayo, 2004).

Metodología de aplicación del Modelo de Van Hiele

Los contenidos *Triángulos* y *Cuadriláteros* se abordan en los programas de Matemática del primer año de Educación Media y tienen como objetivos fundamentales: 1) resolver problemas en los cuales se utilicen relaciones entre los elementos de un triángulo y 2) resolver problemas en los cuales se utilicen relaciones entre cuadriláteros y sus elementos. Para desarrollar este estudio fue necesario rediseñar y pilotear un instrumento y dos unidades didácticas, una unidad didáctica fue diseñada adaptada a la forma tradicional que usa el docente en sus clases y la otra unidad didáctica fue diseñada siguiendo las fases de aprendizajes propuestas en el Modelo de Van Hiele. Es de hacer notar que los materiales curriculares y materiales didácticos empleados fueron muy similares en ambas unidades didácticas, la única variante considerable fue la forma de concebir la enseñanza-aprendizaje de los temas *Triángulos* y *Cuadriláteros*.

Una vez diseñadas ambas unidades didácticas, la docente procedió a desarrollar las actividades. De los cinco niveles propuestos por el Modelo de Van Hiele, en este estudio, se consideraron los dos primeros de acuerdo al desarrollo evolutivo en que se encuentran los estudiantes, cuyas edades oscilan entre los 11 y 13 años.

Para pasar al nivel próximo de razonamiento, los estudiantes desarrollaron variadas actividades secuenciadas de acuerdo a las cinco fases de aprendizaje. Las actividades diseñadas debían proporcionarles experiencias de exploración a través del recorte de papel, uso del geoplano, doblado del papel, sopa de letras, colecciones de figuras, tangram chino, mapas conceptuales, uso del papel milimetrado, uso de los instrumentos geométricos, entre otros. Asimismo, para el aprendizaje geométrico la docente hizo hincapié en la observación

de experiencias sensibles, visuales y táctiles como facilitador para el logro de la abstracción. Entendiendo por observación, ver, notar, lo común que puede haber en situaciones diversas (movimientos, formas, figuras, entre otros), lo diferente en objetos y acciones, lo característico de cada objeto. (Lastra, 2005). La profesora que participó en la aplicación de las estrategias, recibió la capacitación respectiva en cuanto al uso del Modelo de Van Hiele y se le brindó el acompañamiento respectivo durante todo el proceso.

Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Datos.

En el presente estudio, se utilizó la técnica de la observación. Para tal fin se diseñó una guía de observación la cual permitió la anotación de la secuencia de la clase impartida por la docente y las argumentaciones dadas por los estudiantes. La guía de observación se hace con un objetivo determinado y su estructura presenta de algún modo un cuerpo de conocimiento. (Bunge citado por Egg, 2011). Por otra parte, los instrumentos de recolección se utilizan para medir el comportamiento o atributo de la variable, entre estos se pueden mencionar los cuestionarios. (Chávez, 2007). En la presente investigación se utilizó una prueba estandarizada, se diseñó un instrumento ad hoc basado en los tres primeros niveles de Van Hiele y siguiendo los descriptores expuestos por algunos investigadores.

Elaboración del Instrumento.

La elaboración de la prueba aplicada a los estudiantes consideró aspectos como: a) definición de objetivos generales en cada nivel de razonamiento. b) asignación a cada nivel de razonamiento de los indicadores que determinan el logro de los objetivos específicos. c) preparación de los ítems para la prueba y d) preparación de la prueba para su uso. La prueba focalizó la evaluación en los tres primeros niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele en los temas "*Triángulos y Cuadriláteros*", cada uno de estos niveles fueron especificados por los indicadores. En el diseño de los ítems de este instrumento fueron considerados los aportes de algunos investigadores como Usinskin (1982), Crowley (1987), Lastra (2005) y Fouz (2006). A continuación, se mencionan los descriptores abordados en cada uno de los niveles:

Evaluación del nivel 1. Visualización o Reconocimiento. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) reconocer cuadriláteros en figuras de polígonos convexos, 2) identificar un trapecio por su forma, 3) reconocer un eje de simetría en ejes dibujados en cuadriláteros, 4) generar una forma rectangular con un mínimo de piezas triangulares, 5) Identificar un paralelogramo por su forma.

Evaluación del nivel 2: Análisis. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero según dos propiedades dadas, 2) seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero según tres propiedades dadas, 3) identificar la definición en función de la propiedad matemática (un par de lados paralelos) de un trapecio, 4) conjeturar la forma del cuadrilátero (rombo) que se forma al plegar un cuadrado por los

puntos medios de sus lados simétricamente y luego recortarlo, 5) identificar las propiedades de los rombos, 6) describir las propiedades de los cometas.

Evaluación del nivel 3: Ordenación o clasificación. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) identificar la propiedad (lados opuestos iguales) para construir un paralelogramo, 2) identificar la forma del cuadrilátero (trapecio) que cumple con las propiedades dadas, 3) deducir que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360° a partir de dividirlo en dos triángulos, 4) reconocer el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.

Validez y Confiabilidad del Instrumento

Según Hernández et al. (2010) la validez del instrumento, “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (p. 204). Para determinar la validez de contenido del instrumento diseñado fue sometido a la consideración de dos Magister en Enseñanza de la Matemática y un especialista en Didáctica de la Matemática. Para obtener la confiabilidad del instrumento se aplicó una prueba piloto. Posteriormente, se utilizó el método Alpha de Cronbach, ya que este método es empleado en aquellos instrumentos que tienen más de dos alternativas tal como lo expresa Chávez (2007). De acuerdo con Hernández et al. (2010) la confiabilidad se refiere “al grado en que la aplicación repetida de un instrumento de medición al mismo individuo u objeto, produce resultados iguales” (p. 200). Luego de la aplicación de la prueba piloto, se obtuvo como resultado una confiabilidad de $r_{tt} = 0,91$, la cual es considerada elevada. (Hernández et al., 2010; Ruiz, 2002).

Unidad didáctica basada en el Modelo de Van Hiele.

A continuación, se describe el diseño de la unidad didáctica basada en los dos primeros niveles de Van Hiele para el tema Triángulos y Cuadriláteros. Esta unidad didáctica fue aplicada al grupo experimental.

Cuadro 1. Secuencia didáctica. Tema *Triángulos y sus elementos*

Nivel	Fases de aprendizaje
Visualización	Información: Se indaga el nivel de razonamiento previo que poseen los estudiantes sobre la definición de un triángulo y los elementos que lo conforman: lados, ángulos y vértices. Una vez conocidas las respuestas de los estudiantes se marca el punto de partida del tema.
	Orientación Dirigida: Usando la instrucción adecuada el docente da las pautas y procedimientos para construir el concepto de triángulo y señalar los elementos que lo conforman. Para esto se usan los instrumentos geométricos regla y compás. La buena secuencia de la instrucción permite que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen y apliquen las ideas y los procedimientos en la representación de triángulos y sus elementos.
	Explicitación: En esta etapa los estudiantes realizan trabajos en equipo, construyen triángulos en hojas de papel milimetrado siguiendo las indicaciones dadas por el docente, perfeccionan su lenguaje geométrico a través de la identificación de los elementos en un triángulo cualquiera.

Análisis	<p>Orientación Libre: El docente facilita a los estudiantes una guía instruccional con varios problemas referidos a la construcción de triángulos y a la identificación de sus elementos con cierto grado de complejidad que les obligue a un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.</p>
	<p>Integración: En esta etapa el docente capta a los estudiantes que han obtenido el aprendizaje para crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados. Se realizan las actividades remediales para los estudiantes que aún se les dificulta la construcción e identificación de triángulos y sus elementos. Es una etapa de nivelación y asimilación del conocimiento.</p>
	<p>Información: Se indaga los conocimientos previos de los estudiantes con relación a la clasificación de los triángulos según sus lados y según sus ángulos.</p>
	<p>Orientación Dirigida: Haciendo uso de regla y compás el docente construye los distintos tipos de triángulos señalando las características de cada uno. De igual manera, el docente le facilita material fotocopiado al estudiante y construye distintos tipos de triángulos en el geoplano.</p>
	<p>Explicitación: En esta etapa los estudiantes realizan trabajos en equipo, siguiendo las indicaciones dadas por el docente construyen triángulos e identifican los distintos tipos de triángulos. Asimismo, los estudiantes construyen triángulos en el geoplano y los representan en sus cuadernos de trabajo.</p>
Análisis	<p>Orientación Libre: El docente facilita a los estudiantes una guía instruccional con varios planteamientos referidos a la clasificación de los triángulos y les incentiva a que construyan distintos triángulos usando el tangram chino.</p>
	<p>Integración: Se realimenta el contenido. Se afianzan los conceptos de la clasificación de los distintos triángulos y se crean discusiones entre los pares para nivelar el grupo. Se asignan actividades grupales.</p>

Cuadro 2. Secuencia didáctica. Tema: *Cuadriláteros y sus elementos.*

Nivel	Tema: Cuadriláteros y sus elementos (Secuencia didáctica)
Visualización	<p>Información: El docente indaga el nivel de razonamiento que posee el estudiante respecto al tema cuadriláteros y sus elementos. Esto le permite al docente marcar el punto de inicio del tema.</p>
	<p>Orientación dirigida: A través del material fotocopiado y haciendo uso del tangram chino, el geoplano u otro material curricular se dan a conocer los tipos de cuadriláteros existentes. Los estudiantes identifican en una “sopa de letras” los nombres de los tipos de cuadriláteros. Seleccionan de un set de figuras geométricas las que tienen cuatro lados.</p>
	<p>Explicitación: Haciendo uso del material didáctico preparado por el docente, el estudiante reconoce los cuadriláteros por su forma y por su apariencia física. La idea es que se produzca el trabajo en equipo entre los estudiantes, reconozcan los cuadriláteros utilizando un vocabulario geométrico (nombrando cada una de las figuras). Los estudiantes reproducen distintos cuadriláteros a través del dibujo, desde el geoplano y los clasifica. De igual manera, los estudiantes realizan actividades donde manipulan, colorean, dibujan y construyen cuadriláteros. En síntesis, el estudiante: 1) denomina las figuras de cuatro lados “cuadriláteros” y cuentan el N° de vértices, lados, ángulos, 2) dibujan diagonales de un cuadrilátero y determinan el N° de vértices, ángulos, lados y diagonales y 3) seleccionan desde un set de figuras geométricas el cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, entre otros y los describe según sus características.</p>
	<p>Orientación Libre: Usando ejemplificaciones más complejas, el docente propone situaciones en las cuales el estudiante perfeccione su pensamiento geométrico. Dentro de las actividades propuestas están: 1) reconocer de un set de figuras geométricas las que son cuadriláteros, 2) explorar las características de los cuadriláteros al realizar clasificaciones con distintos criterios, 3) descubre procedimientos para seleccionar los cuadriláteros que tienen lados iguales.</p>
	<p>Integración: En esta fase el docente “nivela” a todos los estudiantes en el nivel de razonamiento que desea alcanzar. Se repasa todo el contenido, se crean discusiones entre los estudiantes y el docente realimenta las respuestas dadas por cada uno. Dentro de las actividades empleadas están las que se relacionan con la resolución de problemas que ameriten la manipulación de figuras geométricas, la medición y el conteo.</p>

Análisis	Información: A través de actividades didácticas los estudiantes reconocen rectas paralelas y reconocen las figuras que no son cuadriláteros justificando las respuestas dadas.
	Orientación dirigida: El docente da a conocer las distintas características que poseen los cuadriláteros y esquematiza en una tabla resumen los cuadriláteros y los ejes de simetría que los conforman. Los estudiantes guiados por el docente determinan el número de rectas paralelas que posee cada cuadrilátero y los agrupan según el número de rectas paralelas.
	Explicitación: El docente da a conocer que las figuras de dos pares de lados paralelos se llaman "paralelogramos" y las figuras con un par de lados paralelos "trapeacios". Igualmente, el docente induce al estudiante a que determinen los cuadriláteros que son "paralelogramos" como: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.
	Orientación Libre: El docente prepara material didáctico que le permita al estudiante las siguientes destrezas: 1) agrupar los cuadriláteros de diferentes formas indicando sus propiedades, 2) medir, colorear, doblar, cortar para identificar propiedades de los cuadriláteros, 3) comparar figuras de acuerdo a las propiedades que las caracterizan (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide), 4) reconocer los ejes de simetría en un cuadrilátero.
	Integración: En esta fase el estudiante 1) identifica o traza una figura dada una descripción oral o escrita de sus propiedades, 2) asocia propiedades de acuerdo al tipo de cuadrilátero, 3) resuelven problemas geométricos que requieren el conocimiento de propiedades de figuras, relaciones o aproximaciones intuitivas.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Análisis del Pretest

Se basa fundamentalmente en la comparación de las medias aritméticas de los resultados obtenidos por ambos grupos en cada uno de los tres primeros niveles de Van Hiele. Asimismo, se anexa un análisis aplicando la prueba t de student para conocer el grado de significancia entre las medias de los niveles de van Hiele y entre las medias de los dos grupos de estudiantes.

Cuadro 3. Promedios obtenidos en el pretest

Nivel	Estudiantes de 1° "B" (%)	Estudiantes 1° "C" (%)	Diferencia de Medias	Estadístico t
1	38,57	34	4,57	0,58
2	32,9	22	10,86	0,09
3	12,86	10	2,86	0,57
Promedio General	29,43	22,80	6,63	0,10

Los resultados muestran que los estudiantes de 1° "B" y 1° "C" exhiben muy pocas habilidades en los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele, se verificó una diferencia entre las medias de ambos grupos a favor del grupo de estudiantes de 1° "B". Sin embargo, se observó una significación estadística asociada al estadístico $t > 0,05$ concluyendo que no existen diferencias significativas en ambos grupos. En conclusión, ambos grupos (B y C) tenían una condición inicial similar con una ligera ventaja para el grupo B, al cual se optó por llamar grupo control.

Análisis del Cuasi experimento

El cuasi experimento fue aplicado solo para los dos primeros niveles de Van Hiele visualización y análisis. Las observaciones realizadas se sintetizan a continuación:

Cuadro 4. Conductas observadas en los niveles de visualización y análisis

Nivel	Fases	Conductas Observadas
Visualización	Información	Los estudiantes presentaron dificultad para identificar los elementos de un triángulo. Igualmente presentaron dificultades para identificar el romboide, el trapecio escaleno y los trapezoides simétricos.
	Orientación Dirigida	Los estudiantes representaron varios triángulos en sus cuadernos y señalaron sus elementos. Asimismo, se familiarizaron con los nombres de los cuadriláteros identificándolos en una sopa de letras.
	Explicitación	Los estudiantes representaron triángulos y cuadriláteros utilizando el juego geométrico en hojas de papel milimetrado. Posteriormente colorearon las figuras construidas.
	Orientación Libre	Los estudiantes indagaron los pasos para construir un triángulo cualquiera utilizando regla y compás. En los cuadriláteros, los estudiantes presentaron dificultades para clasificarlos según las características de cada uno.
	Integración	Los estudiantes identificaron los elementos de un triángulo y representaron la clasificación de los cuadriláteros a través de un mapa mental (cartulina, papel bond, entre otros).
Análisis	Información	Los estudiantes no clasificaban los triángulos según sus lados y según sus ángulos. En los cuadriláteros, los estudiantes no identificaban los ejes de simetría en ninguno de los cuadriláteros presentados.
	Orientación Dirigida	Se representaron triángulos en el geoplano y en el cuaderno de notas. Asimismo, los estudiantes dibujaron los cuadriláteros en hojas de papel milimetrado y trazaron sus ejes de simetría.
	Explicitación	Los estudiantes construyeron con regla y compás los triángulos equiláteros, isósceles y escalenos. La docente presentó dificultades en la instrucción. Por otra parte, los estudiantes construyeron cuadriláteros usando las piezas del tangram chino.
	Orientación Libre	Los estudiantes dibujaron triángulos y los clasificaron de acuerdo a sus ángulos y sus lados. También, dibujaron cuadriláteros, los recortaron y doblaron para encontrar ejes de simetría.
	Integración	Los estudiantes hicieron un esquema resumen de la clasificación de los triángulos. Los cuadriláteros se clasificaron de acuerdo a sus ejes de simetría.

Análisis del Postest

Los resultados obtenidos, una vez aplicadas las unidades didácticas se muestran en el cuadro siguiente:

Cuadro 5. Promedios obtenidos una vez aplicado el experimento

Nivel	Grupo Control (%)	Grupo Experimental (%)	Diferencia de Media	Estadístico t
1	55,38	61,82	6,43	0,54
2	29,2	40,0	10,77	0,13
Promedio General	41,0	49,82	8,82	0,14

Los resultados muestran que los estudiantes de 1° "B" y 1° "C" exhiben mayores habilidades en el nivel 1 de Van Hiele. Aunado a esto muestran habilidades básicas del segundo nivel, se verificó una diferencia entre las medias de ambos grupos a favor del grupo de estudiantes de 1° "C". Sin embargo, se observó una significación estadística asociada al estadístico $t > 0,05$ concluyendo que no existen diferencias significativas en ambos grupos. En general, en el grupo experimental se observó una supremacía descrita en términos estadísticos, en la adquisición de habilidades de razonamiento geométrico en los tópicos *Triángulos y Cuadriláteros* en los niveles 1 y 2 de Van Hiele respectivamente, producto de la aplicación de las Fases de Aprendizaje propuestas en el Modelo de Van Hiele, en comparación con el grupo control, al cual se le administró la estrategia tradicional de enseñanza.

CONCLUSIONES

Luego de analizar los resultados obtenidos se puede concluir que los estudiantes que ingresan en el primer año del nivel de Educación Media en la Escuela Técnica Agroindustrial seleccionada, poseen un conocimiento muy bajo de los tópicos de Geometría (*Triángulos y Cuadriláteros*). El pretest aplicado evidencia que los estudiantes exhiben un razonamiento geométrico muy básico en los tres primeros niveles propuesto en el Modelo de Van Hiele. Asimismo, se evidencia que los estudiantes exhiben mayores habilidades de los temas en el nivel de visualización, que corresponde al primer nivel de Van Hiele.

De igual manera, las fases de aprendizaje propuestas en el Modelo de Van Hiele permitieron la construcción de una unidad didáctica. Esta unidad se aplicó al grupo experimental produciendo mejores resultados con respecto al grupo control. Esto permite evidenciar la efectividad de las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele, en cuanto a la secuencia instruccional que debe considerar el docente en el momento de impartir sus clases de Geometría. Por otra parte, una vez aplicado el experimento, se evidenció que los estudiantes del grupo experimental exhiben mayores habilidades en los niveles de razonamientos de Van Hiele en los contenidos *Triángulos y Cuadriláteros*.

Por tanto, se demostró la efectividad del Modelo de Van Hiele, en primer lugar, como un instrumento eficaz para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico que posee un grupo de estudiantes en un determinado momento, y en segundo lugar, como una herramienta didáctica poderosísima para la construcción de unidades didácticas que marcarán la pautas de inicio y el ritmo de aprendizaje de los estudiantes, una vez conocido su nivel de razonamiento geométrico.

Para finalizar, esta investigación permite afirmar que el aprendizaje es secuencial y se produce una transición entre un nivel y el otro. Este aspecto se evidenció en la comparación del pretest con el postest del grupo experimental, mientras el estudiante adquiere la

totalidad del conocimiento en un nivel N simultáneamente va adquiriendo conocimientos del nivel N+1. En conclusión, el aprendizaje no se produce a “saltos” sino de manera secuencial y organizada. Asimismo, se resalta la necesidad de aplicar las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele durante un período más prolongado, ya que en el corto tiempo del experimento, se evidenció que los estudiantes del grupo experimental exhibían un razonamiento geométrico superior comparado a los estudiantes del grupo control.

REFERENCIAS

- Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 1-6). Caracas, Venezuela: UNA.
- Chávez, N. (2007). *Introducción a la investigación educativa*. Maracaibo, Venezuela: Talleres Gráficos González.
- Crowley, M. (1987). The Van Hiele Model of the development of geometric thought. En Lindquist, M. (editor) *Learning and teaching geometry, k-12 1987 Yearbook*. NCTM. (pp. 1-16). Reston,VA: NCTM
- Egg, E. (2011). *Aprender a investigar. Nociones básicas para la investigación social*. Cordoba, Argentina: Brujas.
- Fouz, F. (2006). Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele. *Sigma revista de matemáticas* 28(5), 33-58.
- Fuys, D.; Geddes, D.; y Tischler, R. (1988). The Van Hiele model of thinking in Geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*. monograph series (Vol. 3). Reston,VA: NCTM
- González, F. (1994). *Fundamentos epistemológicos y psicológicos. Paradigmas en la Enseñanza de la Matemática*. Caracas: IMPREUPEL.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele. Práctica en educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- Gutiérrez, A. (Ed.). (1999). *Área de conocimiento didáctica de la matemática*. Madrid, España: Síntesis.
- Hernández, R.; Fernández, C.; y Baptista M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw-Hill.
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). Perspectiva de la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 6-17). Caracas, Venezuela: UNA.
- Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, aplicada en escuelas críticas*. (Tesis de Grado para optar al Grado de Magister). Chile. Recuperado de www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf.
- Ley Orgánica de Educación. (2009). *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, N° 5.929 (Extraordinario), 15-08-2019.

Niveles de razonamiento en el aprendizaje de la geometría

Evelio Sará y Ángel Míguez

- Macnab, D. y Cummine, J. (1986). *La enseñanza de las matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad*. Madrid, España: Visor.
- Mariño, A. (1999). El geoplano: Un recurso manipulable para la enseñanza de la geometría. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 72-90). Caracas, Venezuela: UNA.
- Maya, L. (2013). *Estrategias didácticas para docentes en el proceso de enseñanza de la Geometría en la educación primaria*. (Tesis de Grado para optar al título de Especialista en Didáctica de las Matemáticas). Universidad Valle del Momboy. Trujillo, Venezuela.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2007). *Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano (Propuesta)*. Caracas, Venezuela: Autor.
- Morles, V. (1994). *Planteamiento y análisis de la investigación*. Caracas, Venezuela: Ediciones de la Facultad de Humanidades y Educación.
- Mosquera, J. (2006). *Evaluación de los aprendizajes en Matemática*. Caracas, Venezuela: UNA.
- Mosquera, J. (2008). *Matemáticas y Ciencias. Integración en el Área de Matemática y Ciencias*. Caracas, Venezuela: UNA.
- Orton, A. (1988). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid, España: Morata.
- Pérez, C. y Ruiz, M. (2010). *Estrategias lúdicas aplicando el modelo de Van Hiele como una alternativa para la enseñanza de la geometría*. (Tesis de Grado para optar al título de Licenciado en Educación mención Ciencias Naturales, Matemática y Tecnología). Mérida. Recuperado de http://tesis.ula.ve/pregrado/tde_busca/archivo.php?codArchivo=2151
- Rico, L. (1998a). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Relime*, 1(1). 22-39
- Rico, L. (1998b). Concepto de currículum desde la educación matemática. *Revista de Estudios del Currículum* 1(4), pp. 7-42
- Rodríguez, A. (1995). Enseñanza de la matemática en Venezuela. ¿Un cuento del mendigo? *Boletín Asociación Matemática Venezolana*. 2(2):73-79.
- Ruiz, C. (2002). *Instrumentos de Investigación Educativa. Procedimientos para su diseño y validación*. Lara, Venezuela: Cideg.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Morata.
- Tamayo y Tamayo, M. (2004). *El proceso de la investigación científica: Incluye administración de proyectos de investigación*. México: Limusa-Noriega Editores.
- Terán, M.; Pachano, L.; y Quintero, R. (2008). *Enseñanza de la geometría en la educación básica: estrategias didácticas. Cuaderno del Seminario N° 1*. Mérida: Fondo Editorial Programa de perfeccionamiento y Actualización Docente.
- UNESCO. (2011). *Datos mundiales de educación*. Séptima edición. Recuperado de <http://www.ibe.unesco.org/>
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Columbus, EE.UU: ERIC
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.