

GEOMETRIA FRACTAL E ARQUITETURA

Tânia Baier – Maycon Sedrez
taniabaier@gmail.com – mayconsedrez@gmail.com
Universidade Regional de Blumenau (Brasil) – Universidade de Campinas (Brasil)

Tema: Matemática Interníveis

Modalidad: CB

Nível educativo: Terciário – Universitário

Palabras clave: Geometria Fractal. Arquitetura. Ensino.

Resumo

O principal objetivo deste artigo é sugerir o estudo dos conceitos elementares da geometria fractal na formação inicial do estudante de Arquitetura, para diversificar o vocabulário de formas a ser utilizado na concepção de seus projetos arquitetônicos. Prismas, cubos, cilindros e outras formas euclidianas predominam na paisagem arquitetônica das cidades contemporâneas, no entanto, muitas obras arquitetônicas são criadas usando conceitos da geometria fractal. No texto inicial apresenta-se uma breve visão histórica, mostrando que, no mundo científico ocidental, durante a construção da ciência moderna, foram enfocados os fenômenos regulares. As obras arquitetônicas ocidentais concebidas até o século XIX alinham-se com o movimento da ciência e apresentam como principal característica a regularidade. Em seguida, neste artigo, são abordadas as propriedades elementares dos objetos fractais. Essa denominação foi criada por Benoit Mandelbrot para designar objetos irregulares e fragmentados. Os objetos fractais apresentam a propriedade autossimilaridade que os diferencia dos objetos geométricos euclidianos: em diversas escalas, cada uma das suas partes apresenta a aparência da forma inicial. São enfocadas obras arquitetônicas cuja concepção se liga com fractais, sendo descritos os conceitos utilizados na Torre Eiffel e no Federation Square, projeto de um espaço cívico em Melbourne.

Introdução

No mundo contemporâneo, as tecnologias atraem a atenção de crianças e jovens, sendo que jogos computacionais, realidade virtual, músicas e filmes de ficção científica, dentre muitas opções de lazer, oferecem cativantes imagens coloridas e movimentadas. Este mundo, onde as tecnologias são dinâmicas e renovadas com grande rapidez, motiva reflexões acerca das práticas pedagógicas nas aulas de matemática. O atual contexto demanda um novo entendimento acerca das ligações entre “tecnologias e pedagogias, escolarização e cultura da mídia. Apenas agora estamos começando a registrar a importância educacional e cultural da imagem como um novo princípio organizacional para as relações sociais e as subjetividades.” (GREEN; BIGUM, 1995, p. 221).

No ensino básico é priorizado o estudo da geometria euclidiana, denominação que deriva de Euclides, nome do matemático grego que trabalhou na Universidade de

Alexandria, em meados de 300 a.C., organizando as contribuições dos antigos geômetras gregos no livro denominado Os Elementos. Essa obra exerceu forte influência sobre a criação da ciência moderna europeia desde a época de Galileu Galilei. Em virtude de ser o fundamento da ciência que se desenvolveu na Europa e se disseminou pelo planeta, os conteúdos da geometria euclidiana compõem importante parte da formação matemática básica. No mundo científico ocidental, durante a construção da ciência moderna, predominou a crença de que todos os fenômenos da natureza são regulares. As obras arquitetônicas ocidentais concebidas até o século XIX alinham-se com o movimento da ciência e apresentam como principal característica a regularidade. Objetos construídos com régua e compasso, lisos e regulares, são enfocados no estudo da geometria plana e espacial, constituindo importantes temas para a aquisição de uma gramática de formas, particularmente importante no caso dos estudantes de Arquitetura.

Com o advento de tecnologias, novos objetos matemáticos, denominados fractais, são criados a partir do século XX. Fractais gerados com recurso computacional são coloridos, dotados de movimento e são encontrados no mundo onde os estudantes estão imersos, como por exemplo, em filmes, na música eletrônica, nos jogos computacionais e em obras arquitetônicas. Não conhecendo a geometria fractal e sendo priorizados, na sua formação matemática, apenas os objetos geométricos criados na antiga Grécia, o estudante de Arquitetura poderia concluir que a geometria euclidiana é a única possibilidade de concepção de espaço. Sua formação matemática básica permanece limitada caso conheça apenas a arquitetura fundamentada na geometria euclidiana, cuja influência é notável no aspecto das cidades ocidentais, onde predominam nas construções formas tais como prismas, cubos, cilindros, quadrados e cones. O estudo dos conceitos elementares da geometria fractal na formação inicial do estudante de Arquitetura contribui para a diversificação do seu vocabulário de formas, podendo vir a ser utilizado na concepção de seus projetos arquitetônicos. Objetiva-se, neste artigo, trazer contribuições para a formação matemática do estudante de Arquitetura, apresentando propriedades elementares dos objetos fractais e obras arquitetônicas cujas concepções estão fundamentadas na geometria fractal.

Geometria fractal: propriedades elementares

A palavra fractal foi escolhida por Benoit Mandelbrot para descrever as formas irregulares dos objetos geométricos por ele estudados. Assim, na década de 1970, no seu livro intitulado, nas edições publicadas posteriormente em Portugal, *Objectos Fractais Forma, Acaso e Dimensão*, Mandelbrot esclarece que escolheu o termo fractal “pela necessidade que me surgiu com este livro, a partir do adjectivo latino *fractus*, que significa <<irregular>> ou <<quebrado>>.” (MANDELBROT, 1998, p. 13, grifos do autor).

Os objetos fractais apresentam uma propriedade que os distinguem dos tradicionais objetos euclidianos: em todas as escalas, progressivamente menores, cada uma das suas partes possui uma aparência semelhante com a forma inicial. A estrutura dos fractais, que se repete em todas as escalas, é irregular, fragmentada, podendo ser construídos seguindo regras de construções geométricas bem determinadas ou por meio de processos aleatórios. “Trata-se de objetos matemáticos que são construídos sendo acrescentadas ou retiradas muitas partes, indefinidamente. São modelos simplificados [...] do que existe na natureza, onde a irregularidade marca constante presença.” (BAIER, 2005, p. 113).

Mandelbrot (1998, p. 171) descreve do seguinte modo algumas propriedades dos fractais, cujas partes possuem “[...] a mesma forma ou estrutura que o todo, estando porém a uma escala diferente e podendo estar um pouco deformadas. b) A sua forma é ou extremamente irregular ou extremamente interrompida ou fragmentada [...] qualquer que seja a escala de observação.”

Os objetos fractais apresentam a propriedade autossimilaridade que os diferencia dos objetos geométricos euclidianos: em diversas escalas, cada uma das suas partes apresenta a aparência da forma inicial. Para explicar essa propriedade dos fractais, Mandelbrot (1977) usa como exemplo uma couve-flor que é cortada em ramos. Cada um deles pode ser cortado, sendo obtidos pedaços menores com forma semelhante ao vegetal inteiro. Em outros fractais a autossimilaridade é exata, como no caso dos fractais construídos com régua, cujas partes, em qualquer escala, possuem a mesma forma que o objeto inteiro.

A iteração é um conceito matemático utilizado na criação dos objetos fractais, podendo ser iteradas construções geométricas ou expressões algébricas. De um modo geral, iterar significa repetir e processos iterativos ocorrem em diversas situações, como por exemplo, o processo de divisão celular é repetitivo; operações bancárias envolvendo juros são iterativas; os gregos usaram iteração para obter melhores aproximações para o valor de π .

O Triângulo de Sierpinski é um fractal construído a partir da divisão de um triângulo equilátero em quatro triângulos, todos com a mesma área, sendo retirado o triângulo central. Esse processo é repetido em cada um dos três triângulos restantes, obtendo-se, no total, nove pequenos triângulos. O processo pode ser repetido indefinidamente e, quando esse processo iterativo é utilizado em obras arquitetônicas, é definido um determinado número de iterações.

Fractais em obras arquitetônicas

A seguir são enfocadas obras arquitetônicas cuja concepção se liga com fractais. Na figura 1 é mostrada a estrutura do fractal Triângulo de Sierpinski que se relaciona com o padrão geométrico da Torre Eiffel e do Federation Square, projeto de um espaço cívico em Melbourne.

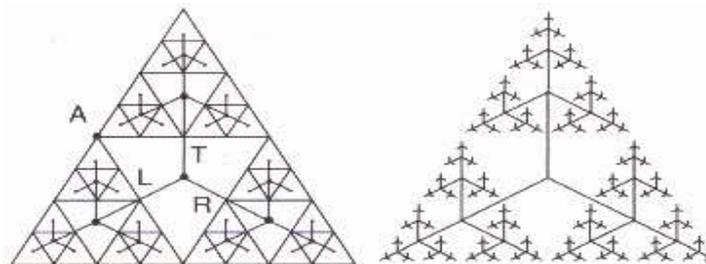


Fig. 1: A estrutura do triângulo de Sierpinski
Fonte: PEITGEN; JÜRGENS; SAUPE, 1991, p. 94

O fractal Triângulo de Sierpinski se relaciona com os temas triângulo equilátero, segmento de reta e potenciação. Os cálculos sugeridos por Choate, Devaney e Foster (1999), em seu material didático destinado para estudantes da educação básica, facilitam o entendimento do processo iterativo, podendo ser contados os triângulos em cada iteração e sendo escrita a potência correspondente. Quando o processo de divisão não foi iniciado, na iteração zero, tem-se um único triângulo retângulo ($1 = 3^0$); podem ser contados três triângulos na segunda iteração ($3 = 3^1$); na terceira iteração há nove triângulos ($9 = 3^2$) e assim por diante. Na figura acima podem ser observados nove

pequenos triângulos equiláteros que constituem a terceira iteração do fractal de Sierpinski. Retirados os lados dos triângulos e permanecendo os segmentos que unem os pontos centrais, fica exposta a estrutura do fractal, que tem inspirado arquitetos em diferentes épocas e lugares.

A Torre Eiffel, situada no Campo de Marte, em Paris, é formada com treliças metálicas e foi construída como um marco de entrada para a Exposição Universal que ocorreu em 1889. Possui 324 metros de altura e tornou-se um ícone arquitetônico da cidade de Paris. Mandelbrot (1977, p. 131, tradução nossa) considera que “a torre que Gustave Eiffel construiu em Paris deliberadamente incorpora a idéia [SIC] de uma curva fractal cheia de pontos ramificados”. Pode ser observado que o princípio utilizado na construção da torre Eiffel é similar ao usado na construção do Triângulo de Sierpinski. A estrutura metálica da torre é composta por quatro níveis na forma da letra A, resultando em uma estrutura interconectada por elementos autossimilares repetidos em escalas decrescentes.

Gleick (1991, p.95), ao explicar o Triângulo de Sierpinski e sua propriedade singular, diz que qualquer ponto arbitrário é um ponto de bifurcação (uma forquilha na estrutura), e que fica fácil imaginar isso ao pensar na Torre Eiffel. “Eiffel, é claro, não podia levar essa disposição ao infinito, mas compreendeu o sutil aspecto de engenharia que lhe permitia tirar peso sem retirar também força estrutural”.

Federation Square é um espaço cívico no centro de Melbourne cuja construção iniciou em 1997. O projeto concebido pelo escritório Lab Architecture Studio é o vencedor de um concurso internacional e consiste de nove edifícios culturais e comerciais com uma área de aproximadamente 45.000 metros quadrados construídos. Está inserida no projeto a Galeria Nacional Victoria que abriga a coleção de arte Australiana, o Centro Australiano de Imagens em Movimento, a SBS – Emissora Multicultural Australiana, o Centro de Informações para Visitantes de Melbourne, restaurantes, cafés e estacionamento. Uma praça com capacidade de acomodar 25.000 pessoas em um anfiteatro a céu aberto.

Conforme mostrado na figura 2, os arquitetos do Lab Architecture Studio desenvolveram um sistema que permitiu construir fachadas de maneira irregular e dinâmica mantendo a coerência do projeto como um todo. As fachadas são constituídas

por painéis de revestimento em zinco, vidro e uma pedra (arenito), em formatos triangulares, seguindo os princípios do fractal de Sierpinski.



Fig. 2: Painéis - Federation Square

Fonte: <http://www.labarchitecture.com>

Considerações finais

A arquitetura de formas irregulares, curvas ou fractais é cada dia mais possível de ser projetada e construída. As novas tecnologias para o projeto têm se disseminado nas faculdades e escritórios de arquitetura. Há uma resposta da indústria da construção civil para este movimento com a adoção de equipamentos de alta tecnologia nos processos construtivos: máquinas de controle numérico, projetos com a informação do modelo e até mesmo robôs. Assim o arquiteto contemporâneo possui um leque de possibilidades de explorar novas formas. Espera-se que este artigo contribua para a educação matemática do estudante de Arquitetura, diversificando o seu vocabulário de formas de modo que possa incorporar os conceitos da geometria fractal na concepção de seus projetos arquitetônicos.

Referências bibliográficas

- Baier, T. (2005). *O nexa "Geometria fractal – produção da ciência contemporânea" tomado como núcleo do currículo de matemática do ensino básico*. (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Choate, J.; Devaney, R. L.; Foster, A. (1999). *Iteration: A Tool Kit of Dynamics Activities*. Emeryville: Key Curriculum Press.
- Gleick, J. (1991). *Caos: a criação de uma nova ciência*. Rio de Janeiro: Campus.
- Green, B. e Bigum, C. Alienígenas na Sala de Aula. (2003). Em T.T. Da Silva (Org.). *Alienígenas na Sala de Aula: uma Introdução aos Estudos Culturais em Educação*, pp. 208-243. Petrópolis: Vozes.
- Lab Architecture Studio (S.D.) Federation Square. Recuperado de <http://www.labarchitecture.com>. Consultado 27/03/2013.
- Mandelbrot, B. (1977). *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Company.
- _____ (1991). *Objectos Fractais: Forma, Acaso e Dimensão*. Lisboa: Gradiva.

- Peitgen, H.; Jürgens, H.; Saupe, D. (1992) *Fractals for the Classroom – Part One: Introduction to Fractals and Chaos*. New York: Springer-Verlag.
- Sedrez, M. R. (2009). *Forma Fractal no ensino de projeto arquitetônico assistido por computador*. (Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.